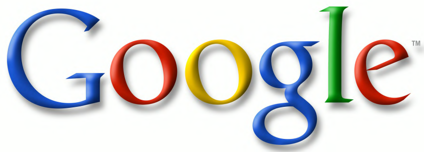
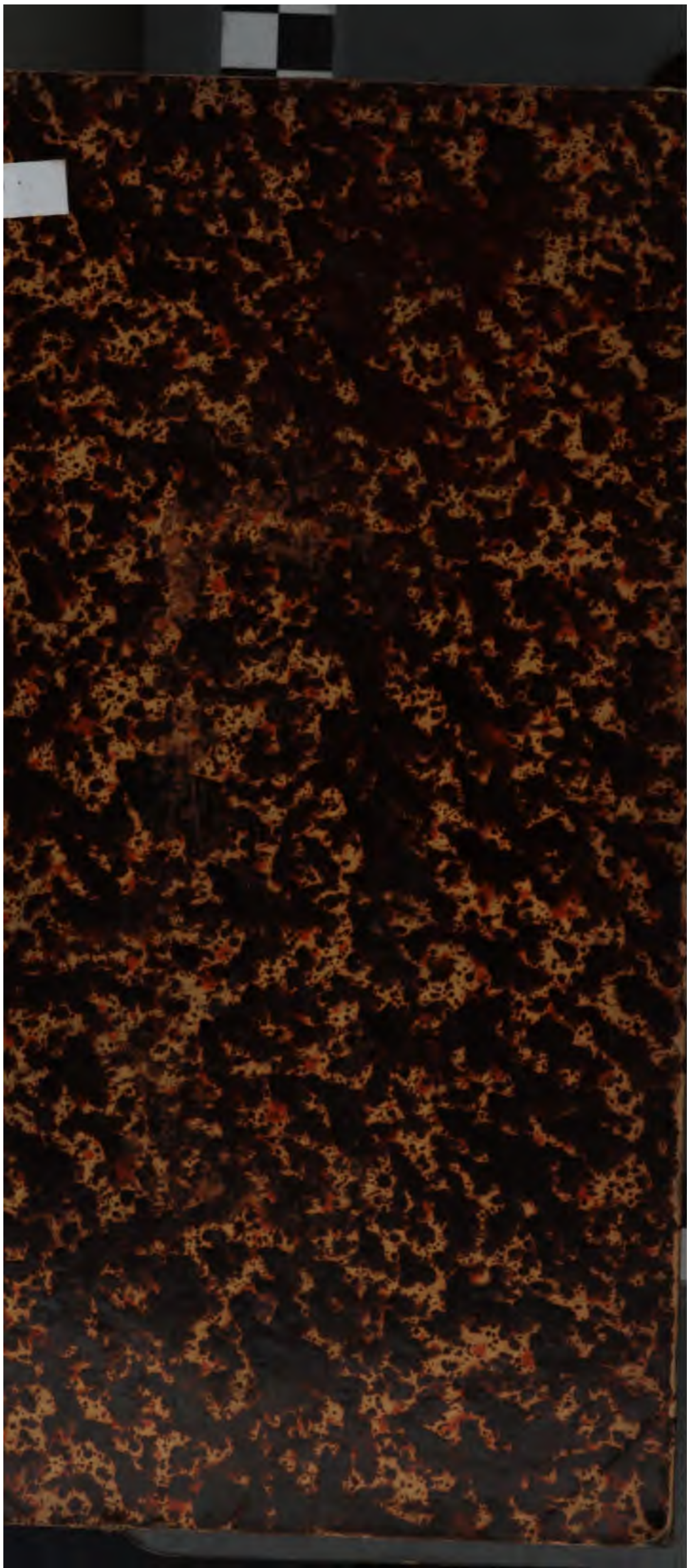
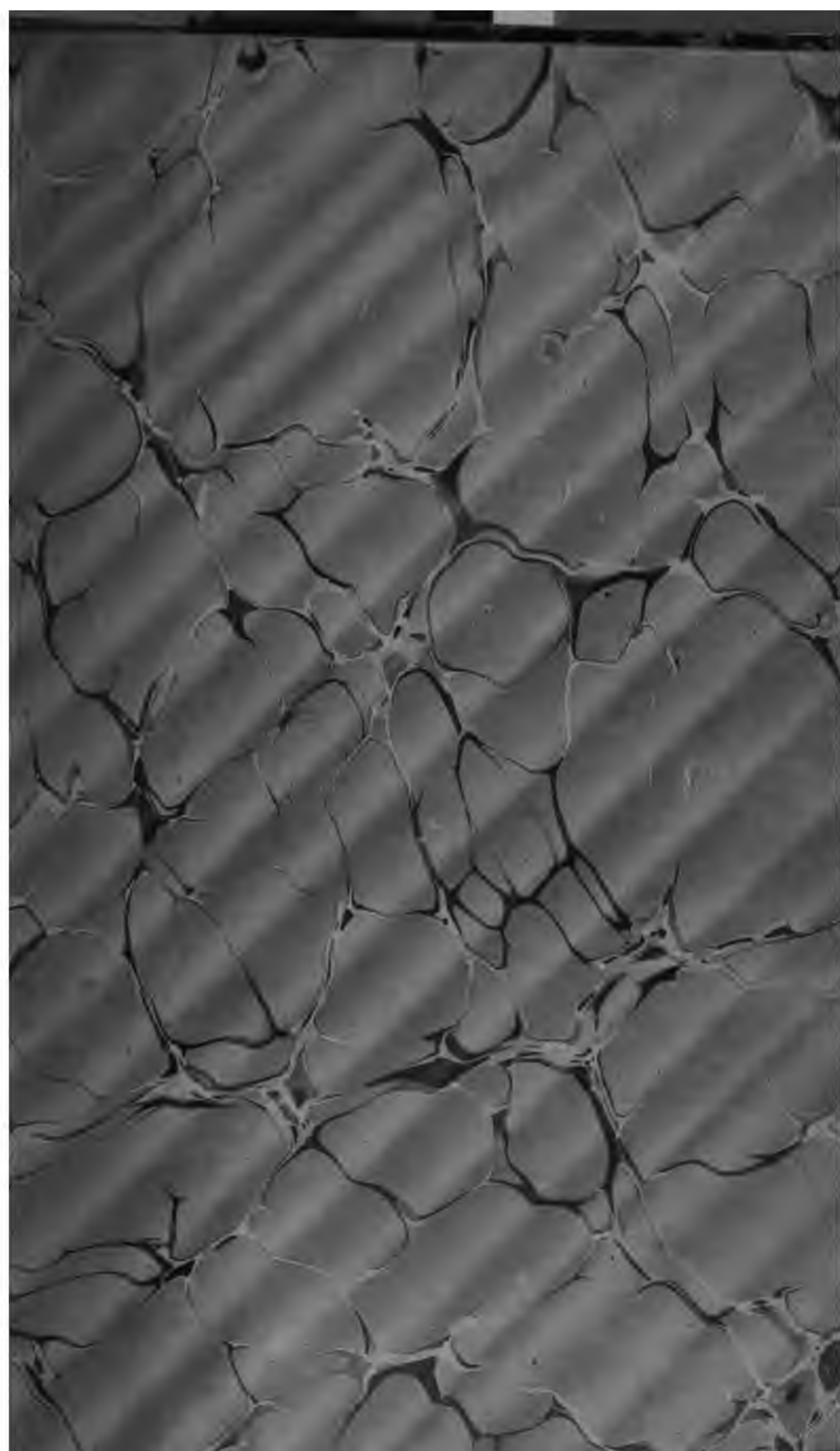





ARTES
VERITAS
SCIENTIA
LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN

MÉMOIRES

DE LA SOCIÉTÉ DES

SCIENCES PHYSIQUES ET NATURELLES

DE BORDEAUX

MÉMOIRES

DE LA SOCIÉTÉ

DES SCIENCES

PHYSIQUES ET NATURELLES

DE BORDEAUX

5e SÉRIE

TOME V

PARIS

GAUTHIER-VILLARS & FILS

IMPRIMEURS-LIBRAIRES DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE, DU BUREAU DES LONGITUDES, SUCCESSEURS DE MALLET-BACHELIER,

Quai des Augustins, 55.

A BORDEAUX

CHEZ FERET ET FILS, LIBRAIRES

15, cours de l'Intendance, 15

1901

SUR

LA VISCOSITÉ MAGNÉTIQUE

Par P. DUHEM

(Mémoire communiqué à la Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux le 9 février 1899.)

§ 1. — *Principes de la théorie.*

La qualité magnétique est-elle affectée de *viscosité* ou d'*inertie*? Un corps magnétique, placé dans un champ déterminé, acquiert-il immédiatement l'aimantation d'équilibre qui convient à ce champ? La question est, depuis longtemps, posée et discutée. Poisson croyait que l'équilibre magnétique mettait un certain temps à s'établir; il expliquait par là (¹) les phénomènes de *magnétisme de rotation* découverts par Gambey et étudiés par Arago; Faraday montra, plus tard, que les phénomènes attribués par Poisson au *magnétisme en mouvement* étaient dus, en réalité, à la production de courants d'induction dans les masses métalliques qui changent de position par rapport à des aimants permanents.

Nous retrouvons l'hypothèse d'une viscosité magnétique émise dans un grand nombre de recherches; nous nous contenterons de citer d'une manière spéciale l'important travail de lord Rayleigh (²).

Plus récemment, la question a été reprise par M. Max Wien, qui lui a consacré un très remarquable mémoire (³); la méthode de M. Max Wien consiste à étudier les déformations que subit le cycle d'hystérèsis du fer ou de l'acier lorsqu'on

(¹) S.-D. Poisson, *Mémoire sur la théorie du magnétisme en mouvement*, lu à l'Académie des Sciences le 10 juillet 1826.
(²) Lord Rayleigh, *Proceedings of the Royal Society*, 20 juin 1889.
(³) Max Wien, *Wiedemann's Annalen*, Bd LXVI, p. 859, 1898.

produit l'aimantation de ces corps par des courants alternatifs de fréquence de plus en plus grande; M. Max Wien a cru pouvoir énoncer que seule l'existence d'une viscosité magnétique était susceptible d'expliquer les faits qu'il a constatés.

Nous avons émis, au cours de nos recherches sur les déformations permanentes et l'hystérèsis, l'idée qu'un grand nombre de modifications progressives attribuées, jusqu'ici, à une viscosité qui ne laissait l'équilibre s'établir qu'avec une grande lenteur, étaient, en réalité, des effets de l'hystérèsis; qu'il fallait regarder ces modifications comme le résultat d'innombrables déformations permanentes produites par les variations très petites, mais incessantes, des conditions extérieures; M. Herbert Tomlinson, M. Brillouin, M. Cantone, avaient déjà émis une hypothèse analogue touchant les variations lentes du point zéro du thermomètre à mercure; par une expérience dont l'importance est capitale, M. L. Marchis (1) a établi le bien-fondé de cette explication.

Nous nous proposons, aujourd'hui, de montrer que cette explication suffit à rendre compte des effets attribués à la viscosité magnétique; nous verrons, en particulier, qu'elle conduit à une théorie pleinement satisfaisante des faits observés par M. Max Wien.

Considérons un corps magnétique dont la température est invariable; soit H le champ en un point; soit $\mathcal{M}$ l'intensité d'aimantation au même point; supposons que ces deux grandeurs aient, en chaque point, une même direction invariable; entre les variations de ces deux grandeurs, nous aurons (2) la relation

$$dH = G(\mathcal{M})d\mathcal{M} + f(\mathcal{M}, H)|d\mathcal{M}|, \tag{1}$$

où $|d\mathcal{M}|$ désigne la *valeur absolue* de $d\mathcal{M}$.

(1) P. Duhem et L. Marchis, *Procès-verbaux de la Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux*, séance du 4 mars 1897. — L. Marchis, *Les modifications permanentes du verre et le déplacement du zéro des thermomètres*, chap. III, § 3.

(2) *Sur les déformations permanentes et l'hystérèsis*, 1er Mémoire, p. 53. (*Mémoires in-4° de l'Académie de Belgique*, t. LIV.)

Par chaque point $(H, \mathcal{M})$ du plan $HO\mathcal{M}$ passent deux lignes : une ***ligne ascendante*** qui représente une modification si on la suit dans le sens où $\mathcal{M}$ croît, et une ***ligne descendante*** qui représente une modification si on la suit dans le sens où $\mathcal{M}$ décroît. Le coefficient angulaire α de la tangente à la ligne ascendante et le coefficient angulaire δ de la tangente à la ligne descendante sont donnés par les équations

$$(2) \qquad \left\{ \begin{aligned} \alpha &= \frac{1}{G(\mathcal{M}) + f(\mathcal{M}, H)}, \\ \delta &= \frac{1}{G(\mathcal{M}) - f(\mathcal{M}, H)}. \end{aligned} \right.$$

Ces deux coefficients sont positifs.

Considérons le point $(H, \mathcal{M})$ et supposons que H subisse une oscillation très petite qui fait passer cette grandeur à la valeur $(H + a)$ et la ramène à la valeur H ; $\mathcal{M}$ subira, par l'effet de cette oscillation, un accroissement permanent $\Delta\mathcal{M}$ ayant pour valeur

$$\Delta\mathcal{M} = (\alpha - \delta)\,|a|$$

ou, en vertu des égalités (2),

$$(3) \qquad \Delta\mathcal{M} = - \frac{2f(\mathcal{M}, H)}{[G(\mathcal{M})]^2 - [f(\mathcal{M}, H)]^2}\,|a|.$$

Le système étudié étant de la *première catégorie*, $f(\mathcal{M}, H)$ est négatif au-dessous de la ligne des états naturels et positif au-dessus ; le dénominateur du second membre est, d'ailleurs, positif, en sorte que la modification permanente donnée par l'égalité (3) tend toujours à rapprocher le système de la ligne des états naturels.

Si le champ subit des oscillations petites et incessantes, dont N est le nombre moyen par seconde et dont A est l'amplitude moyenne, le point figuratif du système se déplacera, parallèlement à $O\mathcal{M}$, avec une vitesse

$$(4) \qquad U = - \frac{2f(\mathcal{M}, H)}{[G(\mathcal{M})]^2 - [f(\mathcal{M}, H)]^2}\,NA.$$

Nous avons supposé, dans le raisonnement qui nous donne cette valeur (4) de U, que le champ subissait de petites variations autour d'une valeur moyenne constante; mais il en est de même pour toutes les actions extérieures auxquelles notre système est soumis, si bien réglées qu'on le suppose; si l'on désigne par D un *coefficient de déréglage*, d'autant plus grand que les variations de champ et de température, que les ébranlements de toute espèce sont plus nombreux et plus amples, le point figuratif se déplacera, parallèlement à OM, avec une vitesse

$$U = -\frac{2f(\mathcal{M}, H)}{[G(\mathcal{M})]^2 - [f(\mathcal{M}, H)]^2} D. \tag{5}$$

Nous avons déjà fait usage, dans un grand nombre de questions [1], d'une expression de cette forme.

Supposons maintenant que la valeur moyenne du champ H, au lieu de demeurer invariable, varie avec le temps suivant une certaine loi et soit

$$V = \frac{dH}{dt} \tag{6}$$

la vitesse de cette variation.

Entre les instants très voisins t et $(t + \theta)$, le champ passe de la valeur H à la valeur $(H + V\theta)$; quelle est la variation de $\mathcal{M}$? On reconnaît sans peine que cette variation peut être regardée comme la somme des deux variations partielles suivantes :

1° La variation que subirait $\mathcal{M}$ si H passait *avec un sens unique de variation*, de H à $(H + V\theta)$; cette variation a pour valeur

$$d_1\mathcal{M} = \frac{V\theta}{G(\mathcal{M}) + f(\mathcal{M}, H)\dfrac{|d_1\mathcal{M}|}{d_1\mathcal{M}}},$$

$d_1\mathcal{M}$ ayant d'ailleurs, comme on le sait par l'étude générale

---

[1] *Sur les déformations permanentes et l'hystérésis*, 4e Mémoire, p. 49. (*Mémoires in-4° de l'Académie de Belgique*, t. LVI.)

de l'hystérèsis, le même signe que $V\Theta$ ou V, on peut remplacer $\frac{|d_1\mathfrak{M}|}{d_1\mathfrak{M}}$ par $\frac{|V|}{V}$ et écrire

$$d_1\mathfrak{M} = \frac{V\Theta}{G(\mathfrak{M}) + f(\mathfrak{M}, H)\frac{|V|}{V}}. \tag{7}$$

2° La variation que subirait $\mathfrak{M}$ si, le champ H gardant une valeur moyenne constante, le corps restait pendant le temps Θ soumis à toutes les variations extérieures qui correspondent au coefficient de déréglage D; cette variation a pour valeur

$$d_2\mathfrak{M} = U\Theta$$

ou bien, d'après l'égalité (5),

$$d_2\mathfrak{M} = -\frac{2f(\mathfrak{M}, H)}{[G(\mathfrak{M})]^2 - [f(\mathfrak{M}, H)]^2} D\Theta. \tag{8}$$

La *valeur moyenne* de l'intensité d'aimantation variera dès lors avec une vitesse

$$\frac{d\mathfrak{M}}{dt} = \frac{d_1\mathfrak{M} + d_2\mathfrak{M}}{\Theta}$$

ou bien, en vertu des égalités (7) et (8),

$$\frac{d\mathfrak{M}}{dt} = \frac{V}{G(\mathfrak{M}) + f(\mathfrak{M}, H)\frac{|V|}{V}} - \frac{2f(\mathfrak{M}, H)D}{[G(\mathfrak{M})]^2 - [f(\mathfrak{M}, H)]^2}. \tag{9}$$

En vertu des égalités (8) et (9), la trajectoire du point figuratif vérifiera la relation

$$\frac{d\mathfrak{M}}{dH} = \frac{1}{G(\mathfrak{M}) + f(\mathfrak{M}, H)\frac{|V|}{V}} - \frac{2f(\mathfrak{M}, H)\frac{D}{V}}{[G(\mathfrak{M})]^2 - [f(\mathfrak{M}, H)]^2}. \tag{10}$$

On voit que la forme de cette trajectoire dépend essentiellement du rapport

$$\rho = \frac{D}{|V|}. \tag{11}$$

rapport dont la valeur est d'autant plus grande que les conditions extérieures sont plus déréglées et que le champ magnétique varie plus lentement.

Nous allons discuter tout d'abord le problème le plus simple, celui où le rapport ρ garde une valeur invariable.

§ 2. — *Le rapport ρ garde une valeur invariable.*

Cette condition sera remplie si le degré de réglage des conditions extérieures demeure constamment le même et si le champ garde, dans ses variations, une vitesse de valeur absolue invariable.

La trajectoire du point figuratif pourra se composer de deux sortes de lignes analytiquement différentes :

1° Les lignes le long duquel le *champ croît* ($V > 0$); elles ont pour coefficient angulaire

$$(12) \qquad A = \frac{1}{G(\mathcal{M}) + f(\mathcal{M}, H)} - \frac{2 f(\mathcal{M}, H)\rho}{[G(\mathcal{M})]^2 - [f(\mathcal{M}, H)]^2};$$

2° Les lignes le long duquel le *champ décroît* ($V < 0$); elles ont pour coefficient angulaire

$$(12^{bis}) \qquad B = \frac{1}{G(\mathcal{M}) - f(\mathcal{M}, H)} + \frac{2 f(\mathcal{M}, H)\rho}{[G(\mathcal{M})]^2 - [f(\mathcal{M}, H)]^2}.$$

Pour une valeur donnée de ρ, il passe en chaque point du plan $HO\mathcal{M}$ une ligne de chaque famille et une seule.

Si l'on fait tendre vers 0 la valeur de ρ, soit en rendant de plus en plus parfait le réglage des conditions extérieures, soit en augmentant de plus en plus la valeur absolue de la vitesse de variation du champ, la ligne de la première famille tend vers la *ligne ascendante* qui passe par le point considéré, et la ligne de la seconde famille tend vers la *ligne descendante* qui passe par le même point.

Supposons que ρ ait une valeur finie et souvenons-nous que l'on a

$$[G(\mathcal{M})]^2 - [f(\mathcal{M}, H)]^2 > 0.$$

1° *Au-dessous de la ligne des états naturels,* on a

$$f(\mathcal{M}, H) < 0.$$

La comparaison des égalités (2), (12) et (12bis) donne alors

$$(13) \qquad \begin{cases} A > \alpha, \\ B < \beta. \end{cases}$$

La ligne le long de laquelle le champ est croissant monte de gauche à droite, plus vite que la ligne ascendante, et d'autant plus vite que ρ a une plus grande valeur.

La ligne le long de laquelle le champ est décroissant descend de droite à gauche, moins vite que la ligne descendante, et d'autant moins vite que ρ est plus grand; pour des valeurs suffisantes de ρ, elle monte de droite à gauche au lieu de descendre.

2° *Au-dessus de la ligne des états naturels,* on a

$$f(\mathcal{M}, H) > 0.$$

La comparaison des égalités (2), (12) et (12bis) donne alors

$$(13^{bis}) \qquad \begin{cases} A < \alpha, \\ B > \beta. \end{cases}$$

La ligne le long de laquelle le champ est croissant monte de gauche à droite, moins vite que la ligne ascendante, et d'autant moins vite que ρ est plus grand; pour des valeurs suffisantes de ρ, elle descend de gauche à droite au lieu de monter.

La ligne le long de laquelle le champ est décroissant descend de droite à gauche plus vite que la ligne descendante, et d'autant plus vite que ρ est plus grand.

3° *Sur la ligne des états naturels*, on a

$$f(\mathcal{M}, H) = 0.$$

La comparaison des égalités (2), (12) et (12bis) donne alors

$$(14) \qquad \mathfrak{a} = \mathfrak{b} = A = B.$$

En chaque point de la ligne des états naturels, la ligne le long de laquelle le champ augmente et la ligne le long de laquelle le champ diminue sont, quel que soit ρ, *tangentes entre elles et tangentes à la ligne ascendante et à la ligne descendante qui passent au même point.*

Considérons *un cycle fermé correspondant à une valeur donnée de* ρ; un tel cycle, qui représente un cycle réalisable et isothermique *sera*, en vertu des conditions générales que nous avons établies, *sinistrorsum s'il est formé d'une seule boucle; s'il est décomposable en plusieurs boucles, chacune de ces boucles sera sinistrorsum.*

Il sera toujours rencontré au moins en deux points par la ligne des états naturels.

Considérons un cycle *simple*, obtenu en faisant croître le champ de H_0 à H_1 et en le faisant décroître ensuite de H_1 à H_0; ce cycle est sinistrorsum; donc, au sommet du cycle qui correspond à la valeur H_0 du champ, le côté du cycle qui correspond aux champs croissants monte moins vite de gauche à droite que le côté qui correspond aux champs décroissants; l'inverse a lieu au sommet du cycle qui correspond à la valeur H_1 du champ; dès lors, en vertu de l'allure connue des lignes ascendantes et descendantes et des propositions précédentes, on peut énoncer cette loi :

En un cycle simple, qui correspond à une valeur donnée de ρ, *le sommet de gauche est au-dessus de la ligne des états naturels et le sommet de droite est au-dessous de cette ligne.*

Prenons deux valeurs fixes, H_0, H_1 du champ. Pour une

valeur donnée de ρ, ces valeurs correspondent à un cycle fermé C, dont S_0, S_1 sont les sommets. Si l'on fait varier ρ, ces sommets se déplaceront, en général, et nous nous proposons de trouver les lois de ce déplacement.

Nous ferons l'hypothèse simplificatrice suivante :

Lorsqu'on impose au rapport ρ une variation d'un sens bien déterminé, chacun des deux points S_0, S_1 se déplace sans cesse dans le même sens.

Dès lors, il nous suffira, pour déterminer le sens dans lequel se déplace chacun des deux points S_0, S_1 lorsque l'on fait varier ρ, de savoir ce que deviennent ces points lorsque ρ croît au delà de toute limite.

Le point S_0 doit demeurer au-dessus de la ligne des états naturels et le point S_1 doit demeurer au-dessous de cette même ligne; donc, lorsque ρ croît au delà de toute limite, le point S_0 ne peut s'abaisser indéfiniment et le point S_1 ne peut s'élever indéfiniment.

D'autre part, soit V_0 le point de la ligne des états naturels qui a pour abscisse H_0; soit V_1 le point de la ligne des états naturels qui a pour abscisse H_1. Il est aisé de voir que le point S_0 ne peut jamais être plus élevé que le point V_1 et que le point S_1 ne peut jamais être plus bas que le point V_0. Démontrons, par exemple, cette seconde proposition.

Le côté du cycle relatif aux valeurs croissantes de H qui va du point S_0 au point S_1, perce la ligne des états naturels en un point N, situé entre V_0 et V_1; si le point S_1 était situé plus bas que le point V_0, il serait *a fortiori* plus bas que le point N; la ligne NS_1 descendrait forcément de gauche à droite au moins pendant une partie de son parcours, ce qui est impossible, car une ligne le long de laquelle la valeur de H va croissant monte toujours de gauche à droite dans la partie du plan qui est au-dessous de la ligne des états naturels.

Lors donc que ρ croît au delà de toute limite, les deux points S_0, S_1 demeurent à distance finie; leurs ordonnées $\mathcal{M}_0$, $\mathcal{M}_1$ gardent des valeurs finies.

Or, on a

$$\mathcal{M}_1 - \mathcal{M}_0 = \int_{H_0}^{H_1} A\,dH = \int_{H_0}^{H_1} D\,dH.$$

Les deux quantités A et D doivent dès lors demeurer finies le long des deux côtés du cycle, sauf peut-être en des points isolés, tandis que ρ croît au delà de toute limite.

Si l'on considère les égalités (12) et (12bis), on voit qu'il faut pour cela que $f(\mathcal{M}, H)$ tende vers 0 le long de chacun des deux côtés du cycle, sauf peut-être en des points isolés; or,

$$f(\mathcal{M}, H) = 0$$

est précisément l'équation de la ligne des états naturels; on arrive ainsi à ce théorème :

Lorsque le rapport ρ croît au delà de toute limite, le cycle fermé qui, pour chaque valeur de ρ, peut être décrit entre deux valeurs données H_0, H_1 *du champ, tend à se confondre avec le segment* $V_0 V_1$ *de la ligne des états naturels décrit de* V_0 *vers* V_1, *puis de* V_1 *vers* V_0.

Cette proposition, rapprochée des deux dernières propositions énoncées en italiques, conduit au théorème suivant :

Lorsque le rapport ρ augmente, le sommet S_0 *s'abaisse sans cesse et le sommet* S_1 *s'élève sans cesse.*

Si l'on fait tendre vers 0 la vitesse V, en laissant invariable le coefficient de déréglage D, le rapport ρ tend vers 0; le cycle fermé doit donc s'aplatir sur la ligne des états naturels jusqu'à tendre à se confondre avec elle. Au premier abord, il ne semble pas que cette conséquence de la théorie soit conforme à l'expérience; lorsque l'on rend de plus en plus faible la vitesse V, le cycle ne semble pas tendre vers un segment de la ligne des états naturels parcouru deux fois en des sens opposés, mais vers un certain cycle limite.

Le désaccord entre les enseignements de la théorie et les résultats de l'expérience est seulement apparent.

En réalité, nous ne pouvons pas faire varier le champ avec une *lenteur infinie*, mais seulement avec une *grande len-*

teur; les valeurs de $|V|$ que nous employons n'ont pas pour limite 0, mais une valeur suffisamment petite W; ρ admet une limite supérieure $\frac{D}{W} = r$, qui peut fort bien n'être pas excessivement grande si les conditions extérieures sont bien réglées, cas auquel D aura une très petite valeur.

D'autre part, f ($\mathfrak{M}$, H) étant égal à 0 en tout point de la ligne des états naturels, on peut, de part et d'autre de cette ligne, tracer une bande en tout point de laquelle le produit de r par la valeur absolue de f ($\mathfrak{M}$, H) aura une valeur négligeable; il en sera de même, *a fortiori*, en tout point de cette bande, pour le produit de la valeur absolue de f ($\mathfrak{M}$, H) par les valeurs de ρ que nous pouvons employer.

Considérons une portion, située à l'intérieur de cette bande, d'une trajectoire du point figuratif du système et prenons, le long de cette portion de trajectoire, les expressions (12) et (12bis) de A et de D; ces expressions seront sensiblement indépendantes de ρ; c'est-à-dire que si la ligne considérée peut être décrite par le point figuratif du système lorsque l'on donne à ρ une certaine valeur constante et inférieure à r, elle pourra encore, du moins sensiblement, être décrite par le point figuratif du système lorsque l'on donnera à ρ une autre valeur constante et inférieure à r.

Si, en faisant croître ρ, on a amené le cycle fermé étudié à être en entier contenu dans cette bande, la forme de ce cycle ne changera plus d'une manière appréciable lorsque l'on fera tendre ρ vers sa limite supérieure r en faisant décroître la valeur absolue de V.

Il semblera ainsi que, lorsqu'on fait croître ρ au delà de toute limite, le cycle fermé tend vers une forme limite dont les deux côtés sont bien distincts et non point vers une ligne double.

Pour se convaincre que ce n'est là qu'une illusion, il suffit de s'arranger de telle sorte que ρ puisse devenir beaucoup plus grand que la valeur r qui formait, jusqu'ici, sa limite supérieure; et puisque, par hypothèse, on ne peut faire décroître la

valeur absolue de V au-dessous de W, il faudra augmenter notablement la valeur de D en déréglant d'une manière systématique les conditions extérieures en lesquelles notre aimant se trouve placé; on pourra alors obtenir un cycle beaucoup plus aplati et beaucoup plus voisin de la ligne des états naturels que le cycle auquel on s'était arrêté dans les précédentes expériences.

On peut employer divers moyens pour faire croître le coefficient de déréglage D; on peut lancer dans l'aimant un courant alternatif de faible intensité; on peut le soumettre continuellement à des trépidations et à des vibrations; M. J.-A. Ewing a employé ces divers moyens (1); ils lui ont donné le résultat que nous venons d'indiquer.

Ces expériences fournissent de la théorie précédente, selon laquelle la vitesse V de variation du champ n'intervient que par le rapport $\rho = \frac{D}{|V|}$, une importante confirmation. Il y a lieu de rapprocher cette confirmation de celle que fournit l'expérience par laquelle M. L. Marchis a mis en évidence l'influence d'un déréglage systématique de la température sur les modifications du réservoir d'un thermomètre à mercure.

§ 3. — *La vitesse* V *varie d'une manière continue.*

Dans ce qui précède, nous avons supposé que le coefficient de déréglage D gardait une valeur invariable et que le champ H variait avec une vitesse dont la valeur absolue ne changeait pas. Dans ces conditions, lorsque le signe de la vitesse change, on passe brusquement d'une ligne dont le coefficient angulaire est donné par l'égalité (12) à une ligne dont le coefficient angulaire est donné par l'égalité (12bis) ou inversement; ce changement de signe de la vitesse correspond, en la trajectoire

(1) J.-A. Ewing, *Magnetic induction in iron and other metals*, 2e tirage, Londres, 1891: p. 113, fig. 55 et fig. 56; p. 317, fig. 153.

du point figuratif, à un point anguleux; en particulier, lorsque le point figuratif décrit un cycle fermé, les deux sommets de ce cycle sont des points anguleux.

Il n'en est plus de même si, maintenant constant le coefficient de déréglage D, on fait varier la vitesse V d'une manière continue, de telle sorte que tout changement de signe de cette vitesse corresponde à un passage par 0; dans ces conditions, la trajectoire du point figuratif ne présente plus un point anguleux au moment où la vitesse change de signe; en particulier, les deux sommets d'un cycle fermé sont régulièrement arrondis.

Nous allons le reconnaître en étudiant de près le cas, souvent étudié par les expérimentateurs et, en dernier lieu, par M. Max Wien, où le champ varie avec le temps suivant une loi sinusoïdale

$$\text{(15)} \qquad H = \eta + \varepsilon \sin 2\pi \frac{t}{T},$$

entre $H_0 = \eta - \varepsilon$ et $H_1 = \eta + \varepsilon$; ε est supposé positif.

On a alors

$$\text{(16)} \qquad V = \frac{2\pi}{T} \varepsilon \cos 2\pi \frac{t}{T}.$$

Si l'on prend une ligne le long de laquelle H est croissant et, partant, $\cos 2\pi \frac{t}{T}$ positif, le coefficient angulaire A a pour valeur, d'après l'égalité (10),

$$\text{(17)} \qquad A = \frac{1}{G(\mathfrak{M}) + f(\mathfrak{M}, H)} - \frac{f(\mathfrak{M}, H) \frac{DT}{\pi\varepsilon} \frac{1}{\cos 2\pi \frac{t}{T}}}{[G(\mathfrak{M})]^2 - [f(\mathfrak{M}, H)]^2}.$$

Si l'on prend une ligne le long de laquelle H est décroissant et, partant, $\cos 2\pi \frac{t}{T}$ négatif, le coefficient angulaire D a pour valeur, d'après la même égalité (10),

$$\text{(17}^{bis}\text{)} \qquad B = \frac{1}{G(\mathfrak{M}) - f(\mathfrak{M}, H)} - \frac{f(\mathfrak{M}, H) \frac{DT}{\pi\varepsilon} \frac{1}{\cos 2\pi \frac{t}{T}}}{[G(\mathfrak{M})]^2 - [f(\mathfrak{M}, H)]^2}.$$

Voyons comment se comportent ces deux coefficients angulaires au voisinage d'un point dont l'abscisse est peu inférieure à $H_1 = \eta + \varepsilon$.

Dans ces conditions, en A, $\cos 2\pi \frac{t}{T}$ a une valeur positive très petite; en B, $\cos 2\pi \frac{t}{T}$ a une valeur négative très petite.

Dans les deux expressions, le facteur

$$\frac{\frac{DT}{\pi\varepsilon}}{[G(\mathcal{M})]^2 - [f(\mathcal{M}, H)]^2}$$

est fini et positif.

Enfin, $f(\mathcal{M}, H)$ est négatif au-dessous de la ligne des états naturels et positif au-dessus.

D'où l'on voit qu'au-dessous de la ligne des états naturels, A a une valeur positive très grande et B est négatif et a une valeur absolue très grande; l'inverse a lieu au-dessus de la ligne des états naturels.

On peut donc énoncer la proposition suivante :

Considérons un point qui est, pour le champ, un point d'élongation maximum.

En un tel point, la ligne qui correspond aux valeurs croissantes du champ et la ligne qui correspond aux valeurs décroissantes du champ se raccordent l'une à l'autre en ayant une tangente commune parallèle à $O\mathcal{M}$. *Si ce point est au-dessous de la ligne des états naturels, au voisinage de ce point, la ligne qui correspond aux valeurs croissantes du champ monte de gauche à droite; la ligne qui correspond aux valeurs décroissantes du champ monte de droite à gauche. Si, au contraire, ce point est au-dessus de la ligne des états naturels, au voisinage de ce point, la ligne qui correspond aux valeurs croissantes du champ descend de gauche à droite; la ligne qui correspond aux valeurs décroissantes du champ descend de droite à gauche.*

On verrait sans peine comment ce théorème doit être

modifié en un point qui est, pour le champ, un point d'élongation minimum.

L'égalité (15) peut encore s'écrire :

$$2\pi \frac{t}{T} = \text{arc sin} \frac{H - \eta}{\varepsilon}$$

Convenons de désigner par $\cos \left[\text{arc sin} \frac{H - \eta}{\varepsilon} \right]$ la valeur non négative et, dès lors, déterminée sans ambiguïté, dont cette fonction est susceptible. L'égalité (17) pourra s'écrire :

$$(18) \quad A = \frac{1}{G(\mathcal{M}) + f(\mathcal{M}, H)} - \frac{f(\mathcal{M}, H) \frac{DT}{\pi \varepsilon}}{[G(\mathcal{M})]^2 - [f(\mathcal{M}, H)]^2} \frac{1}{\cos\left(\text{arc sin} \frac{H - \eta}{\varepsilon}\right)}$$

et l'égalité (17bis) pourra s'écrire :

$$(18^{bis}) \quad B = \frac{1}{G(\mathcal{M}) - f(\mathcal{M}, H)} + \frac{f(\mathcal{M}, H) \frac{DT}{\pi \varepsilon}}{[G(\mathcal{M})]^2 - [f(\mathcal{M}, H)]^2} \frac{1}{\cos\left(\text{arc sin} \frac{H - \eta}{\varepsilon}\right)}.$$

Si, dans ces relations, on remplace A et B par $\frac{d\mathcal{M}}{dH}$, la relation (18) devient l'équation différentielle des lignes que le point figuratif décrit dans le sens des champs croissants, et la relation (18bis) devient l'équation différentielle des lignes que le point figuratif décrit dans le sens des champs décroissants.

On remarquera que, dans ces équations, *le coefficient de déréglage* D *et la période* T *de variation du champ n'interviennent que par le produit* DT; il suffira donc de discuter les variations que subissent ces trajectoires lorsqu'on fait varier la période T en laissant invariable le coefficient de déréglage D.

Considérons un point S_1 (H_1, $\mathcal{M}_1$) du plan $HO\mathcal{M}$ et supposons qu'il serve successivement de point de champ maximum des variations en diverses expériences où l'amplitude 2ε du champ a la même valeur, mais où la période T a des valeurs différentes.

Au voisinage du point S_1 ($\mathcal{M}_1$, H_1) la valeur principale de A peut être réduite à

$$(19) \qquad -\frac{f(\mathcal{M}_1, H_1)}{[G(\mathcal{M}_1)]^2 - [f(\mathcal{M}_1, H_1)]^2} \frac{DT}{\pi\varepsilon} \frac{1}{\cos\left(\arcsin \frac{H-\eta}{\varepsilon}\right)},$$

tandis que la valeur principale de B peut être réduite à

$$(19^{bis}) \qquad +\frac{f(\mathcal{M}_1, H_1)}{[G(\mathcal{M}_1)]^2 - [f(\mathcal{M}_1, H_1)]^2} \frac{DT}{\pi\varepsilon} \frac{1}{\cos\left(\arcsin \frac{H-\eta}{\varepsilon}\right)}.$$

Ces deux valeurs sont, pour une même valeur de H, égales et de signes contraires, en sorte que *les deux lignes, l'une parcourue de gauche à droite, l'autre parcourue de droite à gauche, qui se réunissent en un point de champ maximum forment une courbe et, dans cette courbe, le diamètre des cordes parallèles à* $O\mathcal{M}$ *coupe sous un angle fini la tangente extrême :* $H = \eta + \varepsilon$.

Pour une même valeur de H, la valeur absolue commune des deux expressions (19) et (19bis) est proportionnelle à la période T ; on en conclut sans peine qu'*au voisinage d'un point où le champ atteint sa valeur maximum, les deux lignes qui correspondent à une certaine période* T *sont tracées en la concavité de la courbe formée par les deux lignes qui correspondent à une autre période* T', *supérieure à* T.

Supposons, au contraire, qu'en diverses expériences, où T garde la même valeur, la même valeur maxima $H_1 = \eta + \varepsilon$ du champ soit atteinte en des points où l'intensité d'aimantation ait des valeurs différentes $\mathcal{M}_1$, $\mathcal{M}'_1$, ... ou, en d'autres termes, en des points différents S_1, S'_1, ... de la ligne $H = H_1$. Si le point variable S_1 tend vers la ligne des états naturels, le facteur $f(\mathcal{M}_1, H_1)$ tend vers 0, ce qui permet d'énoncer la proposition suivante :

Si on laisse invariable la loi de variation du champ et si

l'on suppose que le point S_1 *où le champ prend sa valeur maxima* $H_1 = \eta + \varepsilon$ *tende vers la ligne des états naturels, la courbe formée par la ligne décrite de gauche à droite et par la ligne décrite de droite à gauche qui se raccordent en ce point a, en ce point* S_1, *une courbure de plus en plus grande.*

§ 4. — *Des cycles décrits sous l'influence d'un champ sinusoïdal.*

Il suffit de se souvenir qu'un cycle simple doit être sinistrorsum et de faire usage des propositions précédentes pour reconnaître qu'*un cycle fermé simple, décrit sous l'influence d'un champ qui varie suivant une loi sinusoïdale, a son sommet de gauche* S_0 *au-dessus de la ligne des états naturels et son sommet de droite* S_1 *au-dessus de cette même ligne.*

Ce premier point acquis, on peut raisonner au sujet de ces cycles comme au sujet des cycles le long desquels ρ garde une valeur invariable. On peut, en particulier, énoncer la proposition suivante :

Lorsque la période T *augmente, toutes choses demeurant égales d'ailleurs, le point* S_0 *s'abaisse et le point* S_1 *s'élève; lorsque la période* T *croît au delà de toute limite, le cycle tend à s'aplatir sur la ligne des états naturels.*

Faisons croître T et demandons-nous comment varie la courbure au point S_1 de la ligne formée par le raccordement des deux côtés du cycle.

Si le point S_1 demeurait immobile lorsque T augmente, la courbure au point S_1 serait d'autant plus faible que T serait plus grand; mais, lorsque T augmente, le point S_1 s'approche de la ligne des états naturels, ce qui tend à augmenter la courbure; on ne saurait donc dire de prime abord si cette courbure est une fonction croissante ou décroissante de T.

Voici quelques considérations qui vont nous fixer à cet égard :

Lorsque T tend vers 0, le côté du cycle qui est parcouru de gauche à droite tend vers une ascendante proprement dite ; le sommet du cycle qui est parcouru de droite à gauche tend vers une descendante proprement dite ; ces deux lignes limites se coupent en formant un point anguleux ; lors donc que T tend vers 0, la courbure au sommet S_1 croît au delà de toute limite.

Lorsque T croît au delà de toute limite, le cycle tend à s'aplatir sur la ligne des états naturels, en sorte que la courbure au sommet S_1 croît au delà de toute limite. Nous pouvons donc énoncer le théorème suivant :

Lorsque l'on fait croître de 0 *à* $+\infty$ *la période* T *de la variation du champ, toutes choses demeurant égales d'ailleurs, la courbure aux sommets du cycle part de l'infini, diminue, passe par un minimum et croît de nouveau au delà de toute limite.*

Les diverses propositions que nous venons d'énoncer s'accordent d'une manière extrêmement satisfaisante avec les observations de M. Max Wien, ainsi qu'avec quelques observations de M. Maurain [1]. La comparaison de notre dernier théorème avec les expériences de M. Max Wien est particulièrement intéressante.

M. Max Wien a employé trois périodes T différentes dont la valeur en secondes était

$$T = \frac{1}{520}, \quad T' = \frac{1}{256}, \quad T'' = \frac{1}{128}.$$

Les cycles étudiés étaient décrits entre deux valeurs H_0, H_1, égales et de signes contraires du champ magnétique.

Pour de faibles valeurs de H_1, les cycles tracés [2]

[1] Ch. Maurain, *Annales de Chimie et de Physique*, 7e série, t. XIV, p. 208. Parmi les expériences de M. Maurain, on ne doit comparer à la théorie précédente que celles où les courants d'induction sont négligeables.

[2] Voir la figure 25 du mémoire de M. Max Wien.

ont, aux sommets, une courbure qui diminue notablement lorsque l'on passe de la période T à la période T′ et de la période T′ à la période T″; cette décroissance de la courbure, seule observée par M. Max Wien, devrait être suivie d'une croissance de cette courbure si l'on continuait à faire croître la période T; M. Max Wien représente, en effet, le cycle que l'on obtiendrait avec de très longues périodes comme ayant des sommets dont la courbure est assez grande pour qu'ils paraissent anguleux.

Avec un champ trois fois plus fort, les sommets des cycles obtenus par M. Max Wien (1) sont tous très voisins de la ligne des états naturels; aussi, la courbure en ces sommets croît-elle lorsque l'on passe de la période T à la période T′ et de la période T′ à la période T″.

Les cycles décrits entre deux valeurs du champ peu différentes l'une de l'autre prêtent à une remarque intéressante.

Si le cycle est décrit avec une période T excessivement petite, il diffère très peu du cycle d'hystérèsis proprement dit; celui-ci se trouve tout entier dans une région voisine de la ligne des états naturels où $f(\mathcal{M}, H)$ est extrêmement petit; il en résulte qu'il se compose de deux lignes, l'une ascendante, l'autre descendante, sensiblement accolées l'une à l'autre; la longueur de chacune de ces lignes est de l'ordre de ε, mais leur écart maximum est infiniment petit par rapport à ε et de l'ordre de ε^2, en sorte que l'aire du cycle est de l'ordre de ε^3.

Si le cycle est décrit avec une période T excessivement grande, il se compose de deux lignes sensiblement accolées sur la ligne des états naturels, en sorte que l'aire du cycle est encore de l'ordre de ε^3.

Qu'advient-il de cette aire pour les valeurs de TD, qui ne sont ni très petites ni très grandes?

D'un point à l'autre du contour de cette aire, la valeur de H

(1) Voir la figure 26 du mémoire de M. Max Wien.

n'éprouve que des variations de l'ordre de ε, et il en est de même de la valeur de $\mathfrak{M}$; d'autre part, les divers points du cycle étant à une distance de la ligne des états naturels qui est, en général et au plus, de l'ordre de ε, $f(\mathfrak{M}, H)$ est une quantité très petite qui est, en général et au plus, de l'ordre de ε.

Sur la ligne décrite de gauche à droite, prenons un point (h, m) et supposons que la différence $H_1 - h$ soit un infiniment petit du second ordre, par rapport à l'amplitude ε du cycle traitée comme infiniment petit du premier ordre. Nous pourrons écrire

$$(20) \qquad H_1 - h = \lambda\varepsilon^2,$$

en désignant par λ un facteur fini.

Nous aurons visiblement

$$(21) \qquad \mathfrak{M}_1 - m = \int_h^{H_1} A\,dH,$$

$\mathfrak{M}_1$ désignant l'ordonnée du point S_1. Dans cette égalité, A peut être remplacé par sa valeur principale (19). Si l'on observe que l'on peut écrire

$$\frac{H - \eta}{\varepsilon} = 1 + \frac{H - H_1}{\varepsilon} = 1 - \alpha,$$

en désignant par α la quantité $\frac{H_1 - H}{\varepsilon}$ qui demeure, dans tout le champ d'intégration, positive et très petite de l'ordre de ε, nous pourrons écrire

$$\arcsin \frac{H - \eta}{\varepsilon} = \frac{\pi}{2} - x,$$

en désignant par x une quantité positive et très voisine de 0, égalité qui nous donnera, d'une part

$$\cos\left(\arcsin \frac{H - \eta}{\varepsilon}\right) = x,$$

d'autre part,

$$\frac{H - \eta}{\varepsilon} = 1 - \frac{x^2}{2}.$$

On voit alors que l'on pourra écrire

$$\cos\left(\arcsin\frac{H-\eta}{\varepsilon}\right)=\frac{\sqrt{2(H_1-H)}}{\varepsilon},$$

en sorte que l'égalité (21) deviendra

$$\mathcal{M}_1-m=-\frac{DT}{\pi\sqrt{2}}\frac{1}{\sqrt{\varepsilon}}\int_h^{H_1}\frac{f(\mathcal{M}),H}{[G(\mathcal{M})]^2-[f(\mathcal{M},H)]^2}\frac{dH}{\sqrt{H_1-H}}.$$

Si l'on désigne par Γ et φ certaines valeurs moyennes de $G(\mathcal{M})$ et de $f(\mathcal{M}, H)$ dans le champ d'intégration, cette égalité peut s'écrire :

$$\begin{aligned}\mathcal{M}_1-m&=-\frac{DT}{\pi\sqrt{2}}\frac{\varphi}{\Gamma^2-\varphi^2}\int_h^{H_1}\frac{dH}{\sqrt{H_1-H}}.\\&=-\frac{DT}{\pi 2^{\frac{3}{2}}}\frac{\varphi}{\Gamma^2-\varphi^2}\sqrt{\frac{H_1-h}{\varepsilon}}.\end{aligned}$$

Moyennant l'égalité (20), cette égalité devient

$$\mathcal{M}_1-m=-\frac{DT\sqrt{\lambda}}{\pi 2^{\frac{3}{2}}(\Gamma^2-\varphi^2)}\varphi\sqrt{\varepsilon}.$$

φ est une quantité négative, très petite, de l'ordre de ε, en sorte que $\mathcal{M}_1 - m$ est une quantité très petite de l'ordre de $\varepsilon^{\frac{3}{2}}$.

Si nous désignons par m' l'ordonnée du point qui a aussi pour abscisse h sur le côté du cycle qui va de droite à gauche, nous trouverons également que $m' -$ est une quantité positive, très petite, de l'ordre de $\varepsilon^{\frac{3}{2}}$.

Il en résulte que, sur la ligne $H = h$, les deux côtés du cycle interceptent une corde dont la longueur est d'ordre $\varepsilon^{\frac{3}{2}}$.

L'écart des deux côtés du cycle sera donc, en général, une quantité infiniment petite dont l'ordre ne surpassera pas $\varepsilon^{\frac{3}{2}}$. L'aire du cycle sera une quantité infiniment petite dont l'ordre ne dépassera pas $\varepsilon^{\frac{5}{2}}$.

Cette démonstration cesse de s'appliquer :

1° Si DT est infiniment petit;

2° Si DT est infiniment grand, car alors le cycle s'aplatit sur la ligne des états naturels, et φ devient un infiniment petit d'ordre supérieur à ε ; dans ces deux cas, nous avons vu que l'aire du cycle devenait un infiniment petit de l'ordre de ε^2.

Nous pouvons donc énoncer la proposition suivante :

Si, entre les mêmes champs limites, infiniment voisins l'un de l'autre, des cycles fermés sont décrits avec des périodes T *différentes, sans variation du coefficient de déréglage* D, *les cycles relatifs aux périodes infiniment petites et les cycles relatifs aux périodes infiniment grandes ont des aires infiniment petites par rapport aux aires des cycles relatifs à des périodes finies.*

De cette proposition on peut déduire celle-ci :

Si, entre deux valeurs limites du champ, suffisamment voisines l'une de l'autre, avec un coefficient de déréglage invariable, on décrit des cycles fermés relatifs à diverses valeurs de la période, lorsque la période croît de 0 *à* $+\infty$, *l'aire du cycle fermé augmente d'abord, passe par un maximum, puis diminue et tend vers* 0, *le cycle s'aplatissant sur la ligne des états naturels.*

M. Max Wien a trouvé, en effet, que si, dans un champ magnétique faible ayant, dans tous les cas, la même limite, on décrivait des cycles ayant pour périodes

$$T = \frac{1^{sec}}{520}, \qquad T' = \frac{1^{sec}}{256}, \qquad T'' = \frac{1^{sec}}{128},$$

l'aire du cycle augmentait du premier au second et du second au troisième. Si l'on avait fait croître la période assez pour que le cycle tendît à se confondre avec la ligne des états naturels, on aurait vu cette aire diminuer et tendre vers 0.

Le théorème précédent peut fort bien n'être plus exact lorsque les cycles considérés sont décrits entre des champs limites suffisamment différents ; on sait seulement que, *dans tous les cas, si on laisse invariables les deux champs limites et le coefficient de déréglage, lorsqu'on fait croître la période*

d'une valeur suffisamment élevée à $+\infty$, *l'aire du cycle décroît et tend vers* 0.

Cette décroissance de l'aire du cycle pour des valeurs croissantes de la période est le seul phénomène que M. Max Wien ait observé en étudiant des cycles symétriques dont les champs extrêmes avaient une grande valeur absolue.

§ 5. — *Phénomènes de torsion.*

L'analogie entre les phénomènes que présente l'aimantation résiduelle et les déformations permanentes par torsion, analogie déjà mise en évidence par M. G. Wiedemann, devient plus manifeste au fur et à mesure que l'on étudie de plus près ces deux ordres de propriétés ; aussi les considérations précédentes peuvent-elles s'appliquer presque textuellement aux déformations permanentes produites par la torsion.

Pour mieux mettre en évidence cette analogie, nous garderons, en étudiant la torsion, les mêmes notations qu'en étudiant le magnétisme; $\mathcal{M}$ sera ici l'angle de torsion et H le moment du couple de torsion (y compris le couple d'inertie); nous continuerons à représenter les phénomènes dans le plan $\mathcal{M}$OH.

La relation fondamentale qui servira de point de départ à notre analyse sera encore la relation

$$(1) \qquad dH = G(\mathcal{M})d\mathcal{M} + f(\mathcal{M}, H)|d\mathcal{M}|.$$

Nous devrons seulement apporter dans nos discussions une légère modification dont la raison est la suivante :

Lorsqu'un physicien étudie l'aimantation, la grandeur dont il dispose arbitrairement et qu'il prend naturellement pour variable indépendante, c'est le champ magnétique H; au contraire, lorsqu'il étudie la torsion, il est naturellement amené à prendre pour variable indépendante l'angle de torsion $\mathcal{M}$.

Cette angle de torsion varie avec une vitesse moyenne U, en sorte qu'entre les instants t et $t+\theta$, θ étant fort petit, il passe de la valeur $\mathcal{M}$ à la valeur $(\mathcal{M} + U\theta)$; mais cet accroissement, au lieu de se faire d'une manière parfaitement régulière, est accompagné, à chaque instant, de petites oscillations de l'angle $\mathcal{M}$ autour de sa valeur moyenne; en outre, la température et les actions extérieures subissent une infinité de petites oscillations; on peut obtenir la trajectoire du point figuratif de la manière suivante :

1° Si la variation de $\mathcal{M}$ se faisait d'une manière parfaitement régulière, sans oscillation d'aucune des conditions extérieures, H subirait, pendant que $\mathcal{M}$ croît de $d\mathcal{M}$, un accroissement

$$d_1 H = G(\mathcal{M})d\mathcal{M} + f(\mathcal{M}, H)\,|d\mathcal{M}|.$$

2° Si les petites oscillations de l'angle de torsion et des conditions extérieures se produisaient alors, sans variation de la valeur moyenne de l'angle de torsion, H subirait une seconde variation $d_2 H$; θ étant la durée de la première modification, D un coefficient de déréglage, on aurait

$$d_2 H = -\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\delta} - \frac{1}{\alpha}\right) D\theta.$$

Si l'on remplace θ par $\frac{|d\mathcal{M}|}{|U|}$, α et δ par leurs valeurs (2), $d_2 H$ prend la valeur

$$d_2 H = f(\mathcal{M}, H)\frac{D}{|U|}\,|d\mathcal{M}|.$$

En composant ces deux effets, on trouve la relation suivante :

$$dH = G(\mathcal{M})d\mathcal{M} + f(\mathcal{M}, H)\left(1 + \frac{D}{|U|}\right)|d\mathcal{M}|. \tag{22}$$

On aura donc à distinguer les parties de trajectoire le long

desquelles $\mathfrak{M}$ est croissant, ou *trajectoires ascendantes*, dont le coefficient angulaire aura pour valeur

$$(23) \qquad \frac{d\mathfrak{M}}{dH} = a = \frac{1}{G(\mathfrak{M}) + f(\mathfrak{M}, H)\left(1 + \frac{D}{|U|}\right)},$$

et les parties de trajectoires le long desquelles $\mathfrak{M}$ est décroissant, ou *trajectoires descendantes*, dont le coefficient angulaire aura pour valeur

$$(23^{bis}) \qquad \frac{d\mathfrak{M}}{dH} = b = \frac{1}{G(\mathfrak{M}) - f(\mathfrak{M}, H)\left(1 + \frac{D}{|U|}\right)}.$$

Ces formules (22), (23) et (23bis) conduisent à une conséquence remarquable; le système se comporte comme si l'on n'avait pas à tenir compte des petites oscillations de toute espèce qu'il subit et comme s'il était simplement affecté d'une hystérèsis dont le coefficient fictif, plus grand que le coefficient réel $f(\mathfrak{M}, H)$, aurait pour valeur

$$f(\mathfrak{M}, H)\left(1 + \frac{D}{|U|}\right).$$

Comparons les égalités (23) et (23bis) aux égalités (2); souvenons-nous que $f(\mathfrak{M}, H)$ est négatif au-dessous de la ligne des états naturels, nul en tout point de cette ligne, positif au-dessus de cette ligne, et nous pourrons énoncer les propositions suivantes :

1° *En un point* ($\mathfrak{M}$, H), *situé au-dessous de la ligne des états naturels, la ligne ascendante monte de gauche à droite d'autant plus vite que le rapport* $\frac{D}{|U|}$ *est plus grand; si ce rapport surpasse une certaine limite, elle monte de droite à gauche. La ligne descendante descend de droite à gauche d'autant moins vite que le rapport* $\frac{D}{|U|}$ *est plus grand.*

2° *En un point* ($\mathfrak{M}$, H), *situé au-dessus de la ligne des*

états naturels, la ligne ascendante monte de gauche à droite d'autant moins vite que le rapport $\frac{D}{|U|}$ *est plus grand; la ligne descendante descend de droite à gauche d'autant plus vite que le rapport* $\frac{D}{|U|}$ *est plus grand; si ce rapport surpasse une certaine limite, elle descend de gauche à droite.*

3° *En un point* ($\mathcal{A}$, H), *situé sur la ligne des états naturels, la ligne ascendante et la ligne descendante ont une même tangente indépendante du rapport* $\frac{D}{|U|}$.

Il suffit maintenant de se souvenir que tout cycle formé est sinistrorsum pour pouvoir énoncer les propositions suivantes :

1° *Le sommet supérieur* S_1 *d'un cycle simple, où la trajectoire descendante succède à la trajectoire ascendante, est situé au-dessous de la ligne des états naturels.*

2° *Le sommet inférieur* S_0 *d'un cycle simple, où la trajectoire ascendante succède à la trajectoire descendante, est situé au-dessus de la ligne des états naturels.*

Ces propositions sont vraies quelle que soit, le long du cycle, la valeur, constante ou variable, du rapport $\frac{D}{|U|}$.

On pourra, par des raisonnements semblables à ceux que nous avons exposés au § 2, étudier les cycles décrits de telle sorte que, le long de chacun d'eux, le rapport $\rho = \frac{D}{|U|}$ garde une valeur invariable. Comparons entre eux les cycles qui correspondent à diverses valeurs de ρ et aux mêmes valeurs limites $\mathcal{A}_0$, $\mathcal{A}_1$ des angles de torsion.

Les sommets S_0, S_1 de ces cycles seront des points anguleux.

Tant que ρ est inférieur à une certaine limite, le sommet S_0 est le point d'abscisse minimum et le sommet S_1 le point d'abscisse maximum; mais, lorsque ρ surpasse une certaine limite, on trouve sur le cycle des points qui ont une moindre abscisse que le point S_0 et des points qui ont une ordonnée plus grande que le point S_1.

Lorsque ρ augmente, le point S_0 se déplace sans cesse dans le sens des H croissants et le point S_1 dans le sens des H décroissants.

Lorsque ρ croît au delà de toute limite, le cycle $S_0 S_1$ tend à s'aplatir sur la ligne des états naturels.

Au lieu de considérer un cycle décrit de telle sorte que le rapport $\rho = \frac{D}{|U|}$ garde une valeur invariable, nous pouvons supposer que, le long du cycle, le coefficient de déréglage D garde une valeur invariable, tandis que l'angle de torsion varie avec le temps selon la formule

$$\mathfrak{M} = \mu + \nu \sin 2\pi \frac{t}{T}. \tag{24}$$

On a alors

$$U = \frac{2\pi}{T} \nu \cos 2\pi \frac{t}{T}.$$

Supposons ν positif; nous pourrons écrire

$$|U| = \frac{2\pi}{T} \nu \cos\left(\arcsin \frac{M - \mu}{\nu}\right),$$

en désignant par $\cos\left(\arcsin \frac{M - \mu}{\nu}\right)$ la détermination non négative de cette fonction, détermination qui ne présente point d'ambiguïté.

Les égalités (23) et (23 bis) deviendront alors

$$\frac{d\mathfrak{M}}{dH} = a = \frac{1}{G(\mathfrak{M}) + f(\mathfrak{M}, H)\left[1 + \dfrac{DT}{2\pi\nu \cos\left(\arcsin \dfrac{\mathfrak{M} - \mu}{\nu}\right)}\right]}, \tag{25}$$

$$\frac{d\mathfrak{M}}{dH} = b = \frac{1}{G(\mathfrak{M}) - f(\mathfrak{M}, H)\left[1 + \dfrac{DT}{2\pi\nu \cos\left(\arcsin \dfrac{\mathfrak{M} - \mu}{\nu}\right)}\right]}. \tag{25 bis}$$

Considérons le point où l'angle de torsion $\mathfrak{M}$ prend sa

plus grande valeur : $\mathcal{M} = \mu + \nu$; au voisinage de ce point, $\cos\left(\arc\sin\frac{\mathcal{M}-\mu}{\nu}\right)$ a une valeur positive extrêmement petite; il en résulte que si le point considéré est au-dessous de la ligne des états naturels, cas auquel $f(\mathcal{M}, H)$ est, en ce point, négatif, a est égal à $-\infty$ et b à $+\infty$; si, au contraire, le point considéré est au-dessus de la ligne des états naturels, cas auquel $f(\mathcal{M}, H)$ est, en ce point, positif, a est égal à $+\infty$ et b à $-\infty$. Dans tous les cas, lorsqu'une ligne descendante succède à une ligne ascendante, ces deux lignes se raccordent en présentant une tangente commune qui est parallèle à OH.

La courbure de la ligne formée par cette ascendante dépend de la valeur du produit DT. Soit un point $(\mathcal{M}, H)$, où se raccordent une ascendante et une descendante relatives à une certaine valeur du produit DT et aussi une ascendante et une descendante relatives à la valeur D′T′ du même produit; supposons D′T′ supérieur à DT; la première ascendante et la première descendante forment une ligne continue L; la seconde ascendante et la seconde descendante forment une ligne continue L′; pour ces deux lignes, le point considéré est un point d'ordonnée maximum; au voisinage de ce point, la ligne L est tout entière tracée dans la concavité de la ligne L′.

Des considérations analogues s'appliquent à un point où une ligne ascendante succède à une ligne descendante.

Ces considérations s'appliquent, en particulier, au sommet supérieur S_1 et au sommet inférieur S_0, *sommets qui ne sont plus des points anguleux, mais des points au voisinage desquels la direction de la tangente à la trajectoire varie d'une manière continue.*

Nous pourrons encore énoncer ici les propositions suivantes :

Lorsque l'on fait croître le produit DT *en laissant invariables les valeurs extrêmes* $\mathcal{M}_0, \mathcal{M}_1$ *de l'angle de torsion, le sommet supérieur* S_1 *du cycle se déplace constamment dans le sens des couples décroissants et le sommet inférieur* S_0 *du cycle se déplace constamment dans le sens des couples croissants; lorsque le produit* DT *croît au delà de toute*

limite, le cycle tend à s'aplatir sur la ligne des états naturels.

Les propositions énoncées en italiques s'accordent parfaitement avec les observations de M. H. Bouasse [1].

Nous pourrions reprendre, à propos de la torsion, toutes les considérations que nous avons développées, aux paragraphes précédents, à propos du magnétisme; nous ne le ferons pas et nous nous contenterons de la remarque suivante:

Les expériences de M. Max Wien, de M. Maurain, de M. H. Bouasse ont été faites par des observateurs qui n'avaient nul souci de notre théorie des déformations permanentes à laquelle, dans leurs écrits, ils ne font même pas allusion; d'autre part, au moment où ils publiaient leurs travaux, tous les principes invoqués dans la présente étude étaient explicitement publiés par nous. Nous pouvons donc affirmer ici, comme nous l'avons déjà fait à propos des aciers irréversibles au nickel [2], que les recherches expérimentales, d'une part, et la théorie, d'autre part, se sont développées d'une manière entièrement indépendante; entre elles, cependant, l'accord est des plus parfaits; il n'est pas moindre entre la théorie et les expériences qui l'ont longuement précédée, comme les recherches de M. Ewing sur l'hystérésis magnétique, et de M. Gernez sur les modifications du soufre; il n'est pas moindre, non plus, entre la théorie et les expériences qu'elle a suggérées, comme les beaux travaux de M. Marchis sur les déformations permanentes du verre. Nous permettra-t-on de penser que ces confirmations variées, nombreuses et détaillées que l'expérience donne à notre théorie des déformations permanentes, sont la marque certaine que cette théorie renferme quelque part de vérité?

---

(1) H. Bouasse, *Sur les pertes d'énergie dans les phénomènes de torsion* (*Annales de Chimie et de Physique*, 7e série, t. XIV, p. 106, 1898). Voir, en particulier, la fig. 7 et la fig. 8; on observera que M. Bouasse porte les $\mathfrak{M}$ en abscisses et les H en ordonnées.

(2) *Sur les aciers au nickel irréversibles* (*Mémoire de la Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux*, 5e série, t. IV, p. 452, 1898).

SUR

QUELQUES STATIONS ZOOLOGIQUES

DE LA MÉDITERRANÉE

Par M. A. GRUVEL

CHARGÉ D'UN COURS DE ZOOLOGIE A LA FACULTÉ DES SCIENCES

Les recherches entreprises par M. Kunstler et moi sur les intéressants parasites du liquide cavitaire du Siponcle étant à peu près terminées, il nous était absolument impossible de publier le travail définitif sans avoir étudié les formes voisines qui avaient été signalées dans la cavité générale du Phymosome.

Or, toutes nos recherches sur les côtes environnantes ayant été vaines, nous avons dû nous adresser à certains laboratoires maritimes. Comme on ne connaissait pas en général les gîtes de cette dernière espèce, on nous a toujours répondu très aimablement, sans doute, mais sans envoyer les animaux demandés. Comme nous ne pouvions pas attendre indéfiniment, nous avons pris le parti d'aller, nous-mêmes, chercher le matériel d'études qui nous était absolument indispensable.

Le Conseil de l'Université de Bordeaux et la Faculté des sciences ayant bien voulu mettre une certaine somme à ma disposition, j'écrivis aux Directeurs des Établissements que je comptais visiter pour leur demander l'autorisation de m'arrêter et de rechercher les matériaux nécessaires à notre travail.

Je reçus de tous les lettres les plus aimables avec les autorisations demandées, et, au mois d'août dernier, je pus me mettre en route.

Je dois dire que partout le plus charmant accueil m'a été fait, et partout il a été mis à ma disposition, avec la meilleure grâce du monde, les ressources dont pouvaient disposer les différentes Stations zoologiques.

J'ai rapporté de ce voyage les matériaux nécessaires à la continuation de nos recherches et la possibilité de nous procurer les Phymosomes selon nos besoins.

Mais, ce n'est pas tout; en visitant les quatre Stations de Cette, Marseille, Tamaris et Villefranche même, j'ai été frappé de ce fait : partout, les villes, les départements, les Universités et l'État ont rivalisé de zèle et ont dépensé de grosses sommes pour créer ces Stations. A Cette, à Tamaris et à Marseille, on a mis à la disposition des travailleurs des locaux spacièux, bien aérés, bien éclairés et où l'on trouve tout ce qui est nécessaire aux recherches zoologiques. Avec cela, la faune y est très riche, ce qui est d'une importance capitale quand il s'agit de la création d'une station biologique et de son développement.

Les Universités de Montpellier, de Lyon et de Marseille sont ainsi superbement dotées au point de vue des recherches biologiques.

La description rapide que je vais donner des Stations de Cette, Marseille, Tamaris et Villefranche, cette dernière appartenant au gouvernement russe, montreront ce qu'ont pu réaliser quelques Universités de province. Qu'est-ce encore en comparaison de l'Université de Paris qui, à elle seule, possède cinq Laboratoires maritimes!

Il sera facile de comparer et de voir combien l'Université de Bordeaux est restée en arrière à ce point de vue. Les ressources lui manquent-elles pour cela? Je ne le crois pas, et dans tous les cas, si l'Université ne peut pas tout faire à elle seule, ce qui est certain, il faut espérer que la Ville et le département de la Gironde, si on savait les y intéresser, tiendraient aussi à cœur de faire aussi bien que ce qui existe ailleurs!

Nous sommes loin de demander des installations luxueuses; mais ce que nous voudrions, ce serait de pouvoir, une fois par mois, par exemple, conduire nos étudiants au bord de la mer, surtout ceux qui préparent la licence, leur montrer les animaux vivants, *in situ*, et leur faire disséquer et dessiner les principaux types.

A Montpellier, on conduit les élèves au Laboratoire de Cette régulièrement toutes les semaines, et cette méthode donne d'excellents résultats, comme il est facile de le comprendre. Les étudiants s'apprennent ainsi à chercher eux-mêmes les animaux, à connaître leurs gîtes, leur biologie, à voir comment ils se reproduisent, à connaître leurs larves et, par une dissection attentive, leur anatomie. C'est là une éducation pratique qui manque presque absolument à nos élèves, il faut bien le reconnaître, et c'est pourtant celle qui fait les véritables zoologistes!

STATION ZOOLOGIQUE DE CETTE

La station zoologique de Cette, dirigée par M. Sabatier, Doyen de la Faculté des sciences de Montpellier, est située sur les bords de l'étang de Thau, à l'extrémité de la pointe longue de la Bordigue.

Elle est formée par un grand bâtiment rectangulaire, orienté à peu près exactement du nord au sud, et dont les dimensions approximatives sont : 45 mètres de long sur 10 mètres de large.

L'origine de ce laboratoire date de 1881, époque à laquelle M. Sabatier installa, dans un local étroit et loué pour la circonstance, quelques tables et quelques cuvettes afin de pouvoir y faire travailler ses élèves de la Faculté des sciences.

En 1884, grâce à la généreuse hospitalité de la ville de Cette, le laboratoire fut installé un peu plus largement dans les bâtiments de l'École Arago.

Enfin, en 1889, l'État accordait à M. Sabatier un terrain de 3,000 mètres carrés environ, sur lequel est construit le bâtiment actuel, celui que j'ai eu le plaisir de visiter l'année dernière.

Après bien des vicissitudes, M. le professeur Sabatier est parvenu à intéresser à son œuvre l'État, le département de l'Hérault, la ville de Cette, l'Université de Montpellier et de nombreux particuliers et à obtenir enfin les fonds nécessaires pour la mener à bien.

Le bâtiment qu'il a fait construire n'a rien d'architectural ni de luxueux, quoique la maçonnerie ait coûté beaucoup d'argent à cause de la nature du sol.

A la cave ou sous-sol, trois grands bassins ont été construits

pour laisser reposer l'eau destinée aux aquariums du rez-de-chaussée. Peut-être y ajoutera-t-on des aquariums et des bacs d'études par la suite, car on a remarqué que certaines espèces s'y reproduisent beaucoup mieux que dans les bassins du haut.

Au rez-de-chaussée, se trouvent : la collection régionale, encore embryonnaire, le musée des instruments de pêche, l'aquarium, contenant un certain nombre de bacs pour l'étude, et enfin le logement du gardien.

Le premier étage est occupé par le laboratoire particulier du Directeur, une grande salle commune où les étudiants viennent disséquer toutes les semaines, la bibliothèque, et une série de salles particulières destinées aux travailleurs qui désirent être seuls ou aux savants étrangers.

Enfin, au deuxième étage, se trouvent quatre chambres pour les chercheurs et une grande salle dont l'affectation n'est pas encore déterminée.

Si la place ne manque pas au laboratoire, les animaux ne sont pas rares non plus aux environs.

Dans le canal qui fait communiquer l'étang de Thau avec la mer, il existe, suivant la direction des vents, un courant violent, allant tantôt vers la mer, tantôt vers l'étang, et qui transporte avec lui une quantité considérable de matières nutritives. On se trouve ainsi en présence d'une faune marine, de la faune de l'étang, de celle des canaux, et enfin de celle non moins intéressante d'étangs saumâtres voisins.

L'énumération serait trop longue des espèces que l'on rencontre en abondance dans ces différentes parties.

Tous les groupes sont représentés plus ou moins complètement, en particulier les Annélides, les Mollusques, les Hydraires, les Bryozoaires, etc., et dans les salins voisins, la si intéressante *Artemia salina*.

En ce qui concerne les envois d'animaux aux Universités, l'administration est en train d'étudier un projet qui permette de donner ample satisfaction aux demandes qui lui sont très souvent adressées.

Le laboratoire ne possède pas de bateau particulier; mais il est très facile de se procurer des animaux, grâce à la flottille de bateaux des pêcheurs de Cette.

J'ai pu, pendant mon trop court séjour à la Station, recueillir un certain nombre de Géphyriens *(Phymosoma granulatum)*, qui nous ont aidé à continuer, avec M. Kunstler, l'étude de certaines formes parasites fort intéressantes.

J'adresse mes plus sincères remerciements à M. le professeur Sabatier pour l'aimable hospitalité qu'il m'a offerte dans son laboratoire, et je croirais manquer à tous mes devoirs si je ne rendais hommage à la bienveillance si cordiale avec laquelle M. Soulier, Maître de conférences, m'a fait, au nom du Directeur, les honneurs de la station.

LABORATOIRE ZOOLOGIQUE DE MARSEILLE

Le laboratoire de Marseille dépend de l'École des Hautes Études. Il est dirigé par M. Marion, professeur à la Faculté des sciences de cette ville, qui l'a fondé il y a environ onze ans.

C'est un grand bâtiment d'aspect un peu sombre, situé sur les rochers de la côte dans le faubourg d'Endoume.

Du centre de la ville, il est très facile de s'y rendre, soit par l'intérieur même, soit en suivant la splendide et classique promenade de la Corniche.

La vue que l'on découvre de la terrasse du laboratoire est vraiment superbe, sur l'île et le château d'If et les rochers de la côte avoisinante.

Au rez-de-chaussée, se trouve, en entrant, le logement du pêcheur-concierge, et dans le fond une grande salle qui est l'aquarium. Les bacs y sont disposés en deux rangées parallèles et renferment un certain nombre des types principaux de la faune locale. La salle est grande, élevée de plafond, bien éclairée et aérée, et peut aisément permettre d'y poursuivre des expériences biologiques. En plein été, elle est très fraîche, ce qui est un grand avantage pour la vie des animaux marins.

L'aquarium se continue de plain-pied avec une vaste terrasse qui domine la mer. Il est question d'établir sur cette terrasse un grand bassin en ciment, pour des essais de pisciculture marine que veut tenter M. le professeur Marion.

Également au rez-de-chaussée, on a réuni une très jolie collection d'appareils de pêche de toutes sortes, mais surtout de ceux utilisés dans la région.

Au premier étage, se trouvent : la bibliothèque, les salles de travail du Directeur, de ses collaborateurs, ainsi que d'autres destinées aux étrangers autorisés à travailler au laboratoire, et en même temps, une salle où l'on commence à mettre au point une collection de la faune locale, déjà riche, mais encore incomplètement classée. Enfin, au-dessus, le logement occupé, pendant une partie de l'année seulement et quelquefois pas toujours, par le Professeur-Directeur.

Un gardien et un marin forment le personnel fixe de l'Établissement. Ce sont eux qui accompagnent les travailleurs dans leurs recherches en mer.

Le laboratoire est ouvert toute l'année. Je profite de l'occasion qui m'est offerte ici pour remercier M. le professeur Marion de l'accueil qui m'a été fait à son laboratoire.

STATION DE BIOLOGIE MARITIME DE TAMARIS-SUR-MER

L'Université de Lyon doit être profondément reconnaissante à M. le professeur R. Dubois d'avoir entrepris et mené à bien la fondation du Laboratoire maritime de Tamaris-sur-Mer. Il faut dire aussi qu'il a trouvé, ce que, hélas! on ne rencontre pas partout, de nombreux amis de la science qui n'ont pas hésité à faire des sacrifices pécuniers considérables pour lui permettre de mener à bien son œuvre. L'Université lyonnaise n'est pas restée en arrière et a mis à la disposition du distingué professeur une somme assez rondelette. La Société des Amis de l'Université de Lyon et l'Association pour l'avancement des sciences ont aussi contribué pour une part dans l'organisation du laboratoire.

Enfin, la commune de la Seyne et le Conseil général du Var ont voté des fonds pour sa construction.

La station de Tamaris ne date pas d'aujourd'hui seulement, puisque la construction en a été commencée en 1891, sur un terrain mis gracieusement à la disposition du fondateur par M. Michel Pacha, ancien directeur des phares ottomans, qui possède à Tamaris une superbe villa et un territoire considérable.

Non seulement il a donné à M. Dubois le terrain sur lequel s'élève le laboratoire, mais aussi les matériaux nécessaires à sa construction, soit, en un mot, un joli cadeau d'une cinquantaine de mille francs.

Pendant sept ans (1892-1898), la station ne s'est composée que d'un seul pavillon, suffisant pour permettre à quelques personnes d'y travailler, mais de dimensions trop restreintes pour recevoir un nombre de travailleurs un peu considérable.

Dès que l'Université de Lyon a pu le faire, elle a mis à la

disposition du Directeur une somme suffisante pour terminer la Station, et à mon passage à Tamaris (août 1898), les ouvriers étaient en train de mettre la dernière main à la construction qui doit être terminée depuis la fin de l'année dernière. Elle l'est certainement à l'heure actuelle.

Le laboratoire, dans son ensemble, est un très joli petit bâtiment de style mauresque, formé de deux pavillons nord et sud, reliés entre eux par un bâtiment central légèrement en retrait. Il n'est séparé de la mer que par la route et se trouve placé au centre de la grande et belle rade de Toulon.

Les bateaux à vapeur qui vont, au moins toutes les heures, de Toulon aux Sablettes et *vice versa,* passent devant le laboratoire et s'arrêtent même en face pour prendre des voyageurs, s'il y en a, ce qui est d'une extrême commodité, comme il m'a été permis de m'en rendre compte pendant mon séjour à Tamaris.

Le pavillon nord de la Station, le plus ancien, est pour le moment le seul aménagé; mais le reste du bâtiment ne tardera pas à l'être certainement, si cela n'est déjà fait à l'heure actuelle.

Ce pavillon se compose, au rez-de-chaussée, d'une grande salle de travail prenant jour au nord et à l'est.

Cette pièce semble surtout destinée aux recherches physiologiques. De nombreux appareils enregistreurs ou autres, nécessaires à ces études spéciales, garnissent les vitrines. Ces instruments proviennent : une grande partie de dons de l'État et une autre partie du matériel qui se trouvait à l'ancien laboratoire *français* de Villefranche.

Une grande table à préparations, surmontée d'une hotte, peut servir aux études de chimie physiologique.

A côté de cette grande salle, se trouve une cuisine avec fourneaux pour les préparations salissantes ou dégageant de mauvaises odeurs.

Enfin, à côté, il y a encore : un cabinet noir pour photographie et une petite pièce pouvant servir de cabinet de

travail, mais provisoirement occupée par la collection commençante; une salle plus spacieuse doit être ultérieurement réservée aux collections et à la bibliothèque.

Le tout est éclairé au gaz, chose assez rare dans les laboratoires maritimes, mais extrêmement commode.

Au premier étage, se trouve un appartement, petit, mais suffisamment confortable, pour le Directeur.

Le pavillon sud, absolument de même dimension que le pavillon nord, sera composé, au rez-de-chaussée, d'une cuisine et de trois autres pièces dont la destination n'est pas encore absolument déterminée. Le premier étage sera entièrement semblable à celui du pavillon nord.

Quant au bâtiment central, il comprendra : au rez-de-chaussée, une large entrée avec une cage d'escalier bien éclairée dans le fond; à droite, en entrant, une grande salle de collections qui servira aussi probablement de bibliothèque; à gauche, une pièce assez vaste servira de parloir ou de salle de conversation, et trois autres pièces sont destinées à constituer un logement pour le pêcheur-concierge de la station.

Enfin, au premier étage, M. le professeur Dubois a fait construire, du côté est, cinq pièces bien éclairées et assez grandes pour servir de cabinets de travail individuels, séparées par un couloir de trois assez jolies pièces éclairées à l'ouest et qui serviront de chambres à coucher pour les travailleurs qui voudront séjourner quelque temps à la station.

En somme, dans très peu de temps, le laboratoire de Tamaris sera aménagé pour recevoir un certain nombre de chercheurs qui, malgré le voisinage de Toulon, seront cependant peut-être bien heureux de pouvoir y rester à demeure. Le voyage à Toulon, quoique très court (environ vingt minutes), peut sembler trop long quelquefois, surtout pour des recherches d'un certain ordre, embryogéniques par exemple, qui exigent une présence à peu près constante au laboratoire.

La station biologique, ainsi que le terrain qui l'entoure en arrière et qui est assez vaste, sera fermée du côté de la façade par une grille et tout autour par un mur qui l'isoleront complè-

tement du voisinage. Il est même question d'installer dans cette partie du terrain quelques bassins ou quelques bacs afin de permettre aux travailleurs de poursuivre leurs recherches plus facilement et d'avoir toujours sous la main des animaux bien vivants. Peut-être même fera-t-on un jour quelque chose de beaucoup plus important.

De l'autre côté de la route, en face du laboratoire, M. le professeur Dubois a l'intention de faire construire un ou deux bassins de réserve pour mettre à l'abri les animaux capturés, de façon à pouvoir faire à l'Université de Lyon et même aux autres Universités qui en feront la demande des envois réguliers destinés soit aux recherches, soit aux manipulations.

La station possède un bateau, la *Pholade*, suffisant pour deux ou trois personnes, mais beaucoup trop petit pour un plus grand nombre et surtout pour le maniement des engins de pêche nécessaires à la recherche des animaux, vivant à une certaine profondeur.

Enfin, un pêcheur se tient à la disposition des travailleurs pour aller, avec eux, chercher les matériaux d'étude.

Celui qu'actuellement M. Dubois a préposé à la garde du laboratoire, le pêcheur Thollozan, est un homme fort intelligent et fort obligeant à la fois (je me plais à lui rendre cet hommage public), qui connaît admirablement la faune de la région, sous des noms pour la plupart peu scientifiques il est vrai, mais il sait comprendre ce que l'on veut, et c'est là le point essentiel. C'est un pêcheur de profession.

Je n'ai jusqu'ici parlé que de la station elle-même et de son organisation ; je dois maintenant dire un mot des ressources nombreuses qu'elle offre aux zoologistes, au point de vue de la faune.

Le laboratoire est situé dans la baie du Lazaret, à proximité de la baie de la Seyne, dans la magnifique rade de Toulon. Il est ainsi tout près de la grande mer.

A cause de l'abri exceptionnel qu'offre cette anse, la faune y est riche et variée. Elle le sera encore bien davantage le jour où il sera interdit de pêcher dans un certain rayon autour du

laboratoire avec des râteaux et d'autres engins traînants qui ont détruit les magnifiques prairies de zostères dont on ne voit guère plus malheureusement que des vestiges. La lutte est engagée, et je suis persuadé que la victoire restera du côté de la science. Il sera alors facile de reconstituer ces prairies sous-marines, et l'on verra certainement la faune s'enrichir de plus en plus, et cela, au pied même du laboratoire.

Bien que la station ne possède pas de bateau pour l'exploration à une certaine profondeur, il est facile d'utiliser, lorsque le besoin s'en fait sentir, les bateaux du port des Sablettes sur la pleine mer, et même, la Compagnie des Câbles sous-marins de la Seyne veut bien mettre quelquefois et gracieusement à la disposition du Directeur un de ses bateaux à vapeur pour la pêche dans les grandes profondeurs.

Le laboratoire peut donc, sans avoir les ennuis de l'entretenir, disposer d'un grand bateau à vapeur de temps en temps. C'est là, certainement, un avantage sérieux.

Dans une notice parue l'année dernière, M. Caullery, Maître de conférences à la Faculté des sciences de l'Université de Lyon, a raconté la genèse de la station, son installation, ses ressources, beaucoup plus longuement que je ne puis le faire ici; je me bornerai donc à y renvoyer le lecteur qui désirerait de plus amples renseignements.

Je ne veux pas terminer la trop courte description que je viens de faire de cette Station, sans remercier M. le professeur Dubois, son Fondateur et Directeur, pour l'hospitalité si cordiale que j'y ai reçue, grâce à lui. Aidé du pêcheur, j'ai découvert, à côté même du laboratoire, à une profondeur d'un mètre environ, un véritable gîte de Phymosomes *(Phymosoma granulatum)*. Grâce aux envois qui nous sont faits par le laboratoire de Tamaris aussitôt que nous en avons besoin, il nous est facile à M. Kunstler et à moi de poursuivre, sur les parasites de la cavité générale de ces êtres, les recherches que nous avons entreprises ensemble.

LABORATOIRE ZOOLOGIQUE RUSSE DE VILLEFRANCHE-SUR-MER

La petite ville de Villefranche est située à quatre kilomètres seulement de Nice, à vingt minutes de trajet de cette ville par chemin de fer. Elle est placée au fond d'une baie vraiment admirable, servant bien souvent de mouillage d'hiver à l'escadre française de la Méditerranée et même à certaines escadres étrangères et en particulier à celle de la marine russe.

Bâtie en amphithéâtre, avec ses maisons très curieuses et ses rues étroites, tortueuses et en gradin, Villefranche ressemble beaucoup à une ville arabe.

De la gare on se rend au laboratoire soit en traversant la ville, soit en suivant le bord de la mer. On passe alors au-dessous d'une ancienne citadelle, et après avoir dépassé les casernes, on aperçoit un grand bâtiment rectangulaire situé sur le bord de la Darse et qui n'a vraiment rien d'architectural : c'est du reste un ancien bagne, transformé aujourd'hui en Laboratoire zoologique.

Après avoir été sous la direction de M. le professeur Barrois, de la Faculté des sciences de Lille, il fut enfin placé par le gouvernement russe, auquel il a été cédé, sous la direction de M. le professeur Korotnef, de l'Université de Kiev.

A côté des bâtiments du laboratoire, le gouvernement russe possède encore une sorte de grand hangar, qui sert de dépôt de charbon pour le ravitaillement de l'escadre lorsqu'elle vient en rade de Villefranche.

La salle par laquelle on pénètre dans le laboratoire est transformée en une sorte d'aquarium que l'on n'installe et qui

ne fonctionne, par conséquent, que pendant qu'il y a des travailleurs. Durant une partie de l'été on enlève les bacs.

Plus loin, et prenant vue sur la merveilleuse baie de Villefranche, on trouve une série de pièces destinées au Directeur, au Sous-Directeur et aux étrangers qui désirent faire des recherches.

Sur le jardin, prennent jour deux grandes pièces qui servent : l'une de bibliothèque, l'autre de salle de collections.

Enfin M. le professeur Korotnef a fait installer l'année dernière deux nouvelles pièces donnant sur la baie et destinées aux travailleurs. Elles ont été prises sur le grand hangar qui, au temps où le bâtiment était un bagne, servait de dortoir pour les forçats. On voit encore les grosses pierres où étaient scellés les anneaux servant à attacher les chaînes des condamnés.

En somme, la station de Villefranche est loin d'être somptueusement agencée; mais on peut y travailler à son aise, et les matériaux ne manquent pas : c'est là le point essentiel.

La faune sédentaire est en effet assez riche et variée; mais c'est surtout la faune pélagique qui est admirable. Pour ma part, j'ai été émerveillé, car je n'avais jamais vu une faune pélagique si variée, si riche, et avec des animaux d'aussi grande taille.

A certains moments, des milliers de ces formes si étranges et si remarquables viennent se réfugier dans la baie, où on peut alors les capturer en quantités considérables.

Elles sont très bien préparées et conservées dans le formol, afin de pouvoir servir non seulement de pièces de collections, mais encore à des études ultérieures.

La Station zoologique de Villefranche présente donc de très grands avantages en ce qui concerne les recherches sur les organismes pélagiques. Nous n'avons, nous Français, pas trop à regretter qu'elle ait été abandonnée au profit de la Russie, car, très libéralement, le Directeur, M. le professeur Korotnef, accorde l'hospitalité dans son Laboratoire à tous les tra-

vailleurs qui lui en font la demande. Il envoie également les pièces qu'il possède pour les recherches zoologiques. Bien que je n'aie pas eu le plaisir de le rencontrer lui-même, je tiens à le remercier de l'aimable accueil qui m'a été fait en son nom par le gardien du laboratoire.

ACCROISSEMENT TANGENTIEL

DES

TISSUS SITUÉS A L'EXTÉRIEUR DU CAMBIUM

Par M. Henri DEVAUX

Chez toutes les plantes où se produit un accroissement en diamètre par un cambium, les tissus situés à l'extérieur de cette couche doivent ou se rompre ou s'accroître tangentiellement. L'étude des phénomènes qui se passent alors est particulièrement intéressante chez les plantes ligneuses.

TIGES A PÉRIDERME SUPERFICIEL. — L'écorce de la tige de nos arbres est en général collenchymateuse dans sa région externe, et elle conserve ce caractère pendant toute sa durée, qui peut être fort longue. Les cloisons tangentielles des cellules sont en général seules épaissies, elles dessinent bientôt des cercles concentriques. Cet aspect est dû à ce que cette région externe de l'écorce suit tout entière comme le périderme l'accroissement en diamètre, par une extension tangentielle de toutes ses cellules, accompagnée de cloisonnements radiaux. L'accroissement étant général est peu accentué pour chaque cellule, et les nouvelles cloisons sont rares. Ces cloisons prennent bien vite l'aspect des anciennes, en épaississant les angles de raccord avec les cloisons tangentielles. Le parenchyme collenchymateux se reconstitue donc sans cesse en grandissant ainsi. Sur un hêtre âgé d'un grand nombre d'années, il existe encore en gardant sa faculté d'accroissement.

A mesure qu'on examine des parties plus profondes, d'abord dans l'écorce, puis dans le cylindre central, les cloisonnements

tendent à se localiser. Les régions fortement différenciées du péricycle ou du liber primaire et secondaire, plus ou moins incapables de s'accroître, restent comme des enclaves, et l'accroissement est d'autant plus considérable dans les régions intermédiaires. Aussi c'est dans les cellules occupant ces régions du cylindre central que les cloisonnements sont fréquents et bien visibles.

Mais à cause des connexions intimes de l'écorce avec le péricycle, les plages d'accroissement du cylindre central se prolongent nécessairement dans l'écorce en s'élargissant ; il reste entre elles, dans l'écorce interne, des plages de parenchyme, situées au dos des faisceaux, qui ne s'accroissent pas plus qu'eux. La structure de l'écorce interne est dès lors complètement modifiée par l'existence de ces *plages d'accroissement*.

Le plus souvent, dans la tige, il existe un faisceau de fibres péricycliques au dos de chaque faisceau libérien primaire. Les intervalles de ces faisceaux, souvent très étroits, correspondent donc aux rayons médullaires. La plage d'accroissement y est localisée d'abord dans le péricycle et dans l'écorce, et elle écarte les faisceaux péricycliques. Chaque rayon médullaire est alors prolongé par une plage très visible où il semble s'épanouir (*Tilia, Lavatera, Bignonia, Evonymus, Aucuba, Aralia, Fraxinus, Sambucus*, etc., etc.). Ces rayons corticaux sont souvent assez nettement délimités quoique irréguliers, surtout quand l'écorce interne a des cellules à parois un peu collenchymateuses (*Salix, Fagus, Fraxinus, Alnus, Acer*, etc.). Sous les lenticelles, ils sont toujours plus développés et se prolongent vers l'extérieur dans la région sous-lenticellaire, toujours peu ou point collenchymateuse (*Salix, Negundo, Ailantus, Ficus, Syringa*, etc.). Quand les faisceaux péricycliques forment des îlots plus nombreux que les faisceaux libériens, il se produit encore dans l'écorce de petites plages spéciales, ne prolongeant aucun rayon médullaire (*Salix, Populus, Alnus, Acer*). Le fait correspond d'ordinaire à un accroissement propre des cellules péricycliques ou libériennes situées entre les îlots et en dessous.

Le parenchyme libérien est en effet capable de s'accroître, quoique moins tôt et moins généralement que celui des rayons. Son accroissement propre, combiné avec celui du parenchyme péricyclique et cortical, peut même amener la rupture de faisceaux péricycliques très compacts. J'ai suivi le phénomène dans le hêtre, où il est très frappant.

On compte dans cette plante une vingtaine de faisceaux péricycliques épais, arqués, comptant chacun de 100 à 200 fibres. Dès la première année, j'ai vu beaucoup de ces faisceaux se briser en 2 à 4 fragments. A trois ans, la dislocation est très avancée: on compte 8 à 10 fragments de plus en plus écartés; par endroits, on voit des fibres complètement isolées. D'année en année la dissociation augmente, si bien que sur un gros tronc de 40 à 50 centimètres de diamètre, presque toutes les fibres étaientréparties isolément à la périphérie, séparées par des intervalles de 0,3 à 0,5 millimètres. C'est un véritable émiettement du péricycle.

Des dissociations analogues, mais souvent moins complètes, se produisent chez d'autres plantes *(Quercus, Ficus, Ulmus, Morus, Broussonetia, Rhamnus, Nerium, Arbutus).*

Racines et tiges a périderme péricyclique. — Les faits sont très analogues aux précédents; mais le cylindre central existant seul, la localisation des cloisonnements à l'extrémité des rayons est très marquée. Chaque rayon s'épanouit largement dans le péricycle *(Juglans, Lavatera, Malus, Pirus, Sambucus, Viburnum, Vitis)* en écartant les faisceaux quand ils existent (*Corylus, Quercus, Cercis, Cydonia, Castanea, Ligustrum, Pirus, Populus, Spirœa, Tamarix, Cratœgus* et tiges de *Vitis, Clematis,* etc.). Toutefois le parenchyme libérien peut aussi s'accroître en dissociant les fibres péricycliques, s'il y en a *(Ficus, Morus, Robinia, Syringa, Ulmus).* Souvent, dans la racine, l'extension tangentielle est accompagnée de moins de cloisons que dans la tige, de sorte que les cellules y sont plus grandes.

TIGES AVEC RHYTIDOME. — A partir du moment où l'écorce d'un arbre produit des péridermes successifs, il semble que l'extension tangentielle devienne moins nécessaire. Car les parties anciennes, réparties d'abord sur un cercle devenu trop étroit, sont rejetées continuellement dans le rhytidome. Et ceci d'autant mieux que l'écrasement des parties molles du liber favorise souvent aussi l'extension radiale. Cependant, l'absence totale de tout accroissement tangentiel du liber secondaire des gros troncs est très rare. Je ne l'ai rencontrée que chez le platane, où je n'ai trouvé aucun accroissement sensible soit dans les rayons, soit dans le liber.

Pour toutes les autres plantes, un accroissement sensible, souvent très marqué, se produit en des régions déterminées. Ces régions correspondent aux crevasses si fréquentes du rhytidome. L'accroissement tangentiel s'établit au-dessous d'elles. Il continue pendant quelque temps le débridement effectué par la rupture. La plage d'accroissement y est très visible avec ses files tangentielles très allongées. Elle a la forme d'un coin régulier ou irrégulier, et correspond le plus souvent à l'intérieur à un rayon *(Populus* divers, *Betula, Bignonia, Salix, Sambucus, Castanea, Alnus, Robinia, Acer).* Toutefois, le liber secondaire peut participer lui aussi à sa formation par son parenchyme *(Populus, Castanea, Quercus, Betula, Acer),* ce qui est peut-être le cas exclusif pour un petit nombre d'autres plantes où les rayons restent étroits *(Ulmus, Cerasus).* Du reste, immédiatement sous le périderme, l'accroissement tangentiel tend à la fin à être général et non plus seulement local *(Quercus, Castanea).*

A l'extérieur, c'est sur les plages d'extension locale que se forment les lenticelles. Ces organes sont, en effet, toujours au fond des crevasses des gros troncs, comme l'a indiqué Stahl. La rupture des crevasses y débute; mais elle dépasse ensuite de beaucoup les tissus de la lenticelle.

PHÉNOMÈNES ACCESSOIRES. — Les principaux phénomènes

accessoires qui accompagnent les accroissements tangentiels de tous ces tissus consistent en l'apparition de lacunes, de parenchyme écrasé et de sclérenchyme.

LACUNES ET ÉCRASEMENT. — Comme l'a signalé M. Eberhardt dans une communication récente (1), il se produit assez fréquemment des lacunes dans l'écorce moyenne par suite de l'accroissement en diamètre *(Aralia, Æsculus, Aucuba, Cerasus, Corylus, Cratœgus, Ligustrum, Mespilus, Populus, Pirus, Rhamnus, Viburnum, Salix, Coriaria, Prunus, Daphne, Syringa, Fraxinus,* etc.); elles m'ont paru d'origine constamment schizogène. Elles sont petites au début, produites par fusion plutôt tangentielle, mais aussi radiale des méats. Elles peuvent disparaître plus tard par rapprochement radial des cellules, et celles-ci peuvent parfois s'aplatir beaucoup. Il arrive peu souvent, et d'ordinaire d'une manière accidentelle, que l'aplatissement aille jusqu'à l'oblitération de la cavité cellulaire, dans l'écorce du moins. On sait, au contraire, que cet écrasement est fréquent dans le liber, et je ne m'y arrêterai pas.

Les lacunes tangentielles peuvent reparaître et disparaître à divers âges *(Acer, Alnus)*. Elles acquièrent une très grande taille dans quelques plantes *(Coriaria, Aucuba, Hydrangea, Syringa)*. Elles s'effectuent dans l'écorce moyenne de telle sorte que l'écorce externe collenchymateuse est séparée de l'écorce interne par de vastes cavernes. Il est permis de se demander, dès lors, si ce fait ne serait pas dû à un accroissement tangentiel du cylindre collenchymateux externe, plus actif que l'accroissement radial du cylindre central lui-même.

Des lacunes tangentielles analogues, produites aussi par décollement, peuvent apparaître plus profondément, dans le liber par exemple *(Berberis, Clematis)*. J'en ai vu se produire de radiales ou d'irrégulières le long des rayons dans

(1) Eberhardt, *Modifications dans l'écorce primaire chez les dicotylédones* (*Comptes rendus Ac. Sc.*, 13 février 1899).

quelques plantes *(Prunus* divers, *Cerasus, Ulmus)*. Elles semblaient dues à une impuissance relative des cellules voisines à suivre l'accroissement tangentiel.

INTERCALATION. — Mais ce fait exceptionnel devient la règle quand une séparation s'effectue au milieu d'un faisceau de fibres ou de cellules sclérifiées. Dans ce cas, la séparation produit toujours une lacune.

Quelques plantes, par exemple, possèdent un anneau complet de fibres péricycliques, et cet anneau est inextensible. Si l'accroissement en diamètre est suffisant, cet anneau est brisé tôt ou tard, laissant une lacune radiale en forme de fissure. Il devient dès lors particulièrement intéressant d'examiner comment se comble la lacune ainsi produite (1). J'ai étudié le phénomène sur *Aristolochia (A. sipho, A. tomentosa* et *altissima)* et sur *Pelargonium zonale*.

Dans *Aristolochia*, l'anneau fibreux est très épais. Il se rompt tardivement en face de plusieurs rayons médullaires. La cavité produite est alors comblée par une prolifération radiale des cellules corticales et péricycliques voisines. Les cellules grandissent vers la fissure, à la façon des thylles; elles se cloisonnent tangentiellement et se soudent entre elles. Plus tard, les cellules ainsi intercalées dans l'anneau fibreux grandissent dans le sens tangentiel en prenant des cloisons radiales (2).

Dans *Pelargonium zonale*, le péricycle paraît tout entier fibreux, et ce seraient des cellules du parenchyme libérien qui combleraient les fissures par l'intérieur.

Des faits identiques se produisent encore chez diverses

---

(1) Dans une note que j'ai présentée à l'Académie le 24 avril 1899, on lit page 1059: « Il est intéressant de voir comment est comblée la lacune ainsi produite. On s'assure facilement que c'est toujours par une prolifération des cellules voisines, péricycliques ou même libériennes. » Sur mon manuscrit j'avais mis « des cellules voisines *corticales*, péricycliques ou même libériennes ». Cette omission importante mérite d'être signalée. (Note ajoutée pendant l'impression.

(2) Dans la thèse que M. Pitard, chef de travaux à la Faculté des sciences de Bordeaux, a déposée au mois de janvier dernier, cet auteur a observé, de son côté des faits semblables, en particulier sur les pédicelles fructifères des Cucurbitacées.

plantes ayant des faisceaux péricycliques unis en une gaine continue et inextensible par la sclérification des quelques cellules de parenchyme qui les sépare. (*Platanus, Castanea, Quercus, Carpinus, Fagus, Cerasus, Acer, Juglans, Robinia, Gleditschia, Fraxinus*, etc., etc.) Les ruptures se produisent soit entre les faisceaux seulement, soit aussi en plein faisceau (*Quercus, Fagus.*) Elles s'effectuent surtout au printemps, soit à partir de l'intérieur, soit à partir de l'extérieur. Dans *Cerasus*, j'ai vu les deux fentes inverses situées à peu de distance. Dans la fente interne, on voyait s'accroître une cellule péricyclique vers l'intérieur; dans la fente externe, une cellule corticale croissait en sens contraire. Ailleurs, les deux proliférations péricycliques et corticales se rencontraient dans la même fissure entièrement effectuée, et les cellules s'étant accrues radialement avaient pris des cloisons tangentielles. Grâce à cette intercalation, la gaine péricyclique peut suivre l'extension du cylindre central, car les cellules intercalées s'accroissent dans le sens tangentiel et prennent des cloisonnements radiaux.

Des faits analogues se produisent aussi plus tard au sein du liber dur, quand les faisceaux de fibres libériennes forment des gaines internes. (*Quercus.*)

SCLÉRIFICATION. — Mais l'intercalation se complique souvent d'un phénomène secondaire fort intéressant, la sclérification des cellules intercalées. J'ai suivi le phénomène dans *Paulownia, Fraxinus, Castanea*, etc. Dès le printemps de la seconde année, souvent même dans le courant de la première, il s'est produit des ruptures dans la gaine péricyclique, et le parenchyme voisin cortical ou péricyclique a comblé les vides. Les cellules ainsi intercalées suivent l'accroissement tangentiel, alors rapide, en s'allongeant et se cloisonnant. Mais on voit bientôt que les cellules situées au contact des fibres cessent de grandir en épaississant fortement leurs parois. Le phénomène est très rapide, si bien qu'au bout de peu de temps

chaque fissure est bordée par des cellules à parois très épaisses, fortement ponctuées et très sclérifiées. A côté, on en trouve une ou deux en train de grandir tangentiellement en se cloisonnant. La gaine scléreuse grandit ainsi par des parties hétérogènes et suit l'extension du cylindre central.

Il arrive quelquefois que la sclérose respecte longtemps les cellules du milieu de la fissure, en train de proliférer; la gaine n'est pas entièrement close, elle tend seulement à se fermer (*Populus* divers, *Syringa, Sorbus torminalis, Paulownia, Cydonia* et accidentellement chez diverses plantes, *Robinia,* etc.). Mais d'ordinaire la sclérose tend à gagner la totalité des cellules intercalées; elle y arrive de très bonne heure et arrête tout accroissement. Dans ce cas, la gaine scléreuse se fermant à mesure qu'elle se rompt, ne peut croître que par de continuelles intercalations d'écorce ou de péricycle interne. Selon la plante, la saison, la vigueur de la végétation, les deux modes d'extension existent isolément ou se combinent. En automne, la gaine est ordinairement continue pour toutes les plantes précitées, sauf *Paulownia;* elle se rompt de nouveau au printemps suivant, et l'intercalation est obligatoire.

C'est ainsi que la totalité des Cupulifères que j'ai étudiées *(Quercus, Fagus, Castanea, Corylus, Alnus, Carpinus)* et beaucoup d'autres plantes ligneuses *(Juglans, Platanus, Robinia, Glycine, Gleditschia, Sophora, Spiræa, Ilex, Fraxinus, Jasminum, Acer,* etc.) arrivent à conserver une gaine scléreuse souvent jusqu'à des âges très avancés. Dans le hêtre, par exemple, cette gaine subsiste indéfiniment jusque sur les plus gros troncs; elle correspond toujours au péricycle, car on y retrouve encore les fibres enclavées dans la région externe. Elles sont isolées pour la plupart, émiettées par la multitude des intercalations successives. Dans le chêne, la gaine subsiste moins longtemps, quoique durant encore un grand nombre d'années, et contient les îlots de fibres noyés au milieu d'énormes cellules scléreuses.

On voit combien est remarquable et profonde cette trans-

formation de la gaine, puisque, composée à l'origine uniquement de fibres appartenant à la périphérie du cylindre central, elle arrive à comprendre une masse considérable de grandes cellules scléreuses d'une autre origine. Cette gaine hétérogène est constituée par du péricycle fibreux primitif, disloqué et noyé dans un anneau complet de grandes cellules pierreuses résultant d'intercalations successives de parenchyme cortical, péricyclique ou libérien.

Dans cette gaine, le cylindre central et l'écorce sont pénétrés et ont confondu plus ou moins leurs limites.

Une gaine semblable, alors tout entière péricyclique, peut exister aussi dans la racine, mais beaucoup moins souvent. (*Corylus, Spiræa sorbifolia* et *lanceolata, Tamarix.*)

Dans les racines de *Quercus, Cercis, Castanea,* les faisceaux péricycliques sont simplement écartés sans sclérification intermédiaire, comme ceci a lieu aussi dans un grand nombre de tiges ayant des faisceaux péricycliques, en particulier dans la plupart des *Rosacées (Amygdalus, Armeniaca, Cerasus, Cydonia, Malus, Mespilus, Pirus, Prunus, Rosa, Rubus idæus)* et beaucoup d'autres plantes *(Bignonia, Ligustrum, Rhamnus, Tilia, Hibiscus, Salix, Sambucus, Ulmus, Viburnum).*

Le tissu d'intercalation qui apparaît également dans le liber secondaire à l'intérieur des faisceaux de fibres, ou bien entre eux, peut aussi se sclérifier et donner des faisceaux hétérogènes composés de fibres et de sclérenchyme *(Quercus, Populus).* Il arrive chez diverses plantes à constituer des gaines secondaires *(Alnus, Syringa).*

L'épaississement et la sclérification n'atteignent pas seulement le tissu intercalaire; ils frappent aussi bien les cellules qui tapissent intérieurement la gaine péricyclique, de sorte que celle-ci s'épaissit sensiblement *(Fagus).* Les faisceaux libériens peuvent s'épaissir de la même manière. Il peut, enfin, apparaître dans l'écorce ou dans le liber secondaire des sclérites isolées ou soudées en nodules, tout à fait indépendantes des faisceaux fibreux. Ces cellules pierreuses naissent tardivement,

dans les régions qui s'accroissent tangentiellement par épaississement rapide et sclérification de certaines cellules très agrandies. Ces sclérites sont souvent allongées tangentiellement; elles peuvent même former dans l'écorce et le liber secondaire des sortes de fibres irrégulières *(Prunus, Cerasus)* ou même ramifiées *(Castanea)*, mais dont les extrémités ne sont pas effilées en pointe.

On voit qu'une large part de la formation des sclérites souvent si développées dans les régions externes des troncs de nos arbres dérive de l'accroissement tangentiel. Toutefois, des noyaux scléreux peuvent être formés dans le voisinage du cambium (*Alnus* à partir de trois ans, *Betula*) avant tout accroissement tangentiel, et la sclérification peut atteindre parfois aussi des régions étendues pas autrement différenciées *(Platanus)*.

Conclusions. — On voit facilement par ce qui précède comment les tissus situés hors du cambium peuvent suivre l'accroissement en diamètre, et quelles sont les modifications de structure dont ils sont alors le siège. L'écrasement des tissus, rare dans l'écorce, n'y joue qu'un rôle secondaire; plus fréquent dans le liber, il n'y suffit pourtant pas, non plus que l'exfoliation rhytidomique (sauf *Platanus*). La formation des lacunes, quoique fréquente, n'a aussi que peu d'importance. L'accroissement tangentiel, accompagné de cloisonnements radiaux plus ou moins fréquents, est le mode général. Cet accroissement n'arrive à se généraliser que dans les couches les plus externes situées au contact du périderme (écorce, péricycle ou liber). Dans les parties plus profondes, il se localise toujours, principalement entre les faisceaux péricycliques ou libériens, en donnant des plages d'accroissement. Ces plages, souvent très visibles dans l'écorce, prolongent d'ordinaire les rayons médullaires, qui semblent s'y épanouir, mais elles peuvent en être indépendantes.

Quand il existe des gaines scléreuses, péricycliques ou

libériennes, elles sont rompues par l'accroissement tangentiel. La fente est alors toujours remplie par un tissu d'intercalation provenant de l'extérieur ou de l'intérieur, qui se sclérifie souvent ensuite. La gaine suit ainsi l'accroissement en diamètre, en devenant très hétérogène.

Dans le liber secondaire des gros troncs à écorce crevassée, il se produit aussi des accroissements tangentiels, principalement en dessous des crevasses. Ces accroissements s'effectuent aux dépens du parenchyme des rayons, ou du parenchyme libérien, ou des deux à la fois. Tous ces accroissements tangentiels peuvent être accompagnés, mais tardivement, par la sclérose locale de grandes cellules isolées ou associées en nodules, dans l'écorce ou dans le liber. Il en résulte des cellules pierreuses à parois puissantes et remplies de ponctuations.

Remarque générale. — On voit que l'accroissement tangentiel contribue toujours pour une part souvent considérable à augmenter la masse des tissus extérieurs des plantes ligneuses à la fois comme parenchyme et comme sclérenchyme. Dans un hêtre âgé, par exemple, l'écorce, le péricycle et le liber se sont accrus sans cesse par leurs propres moyens en donnant du parenchyme et du sclérenchyme. Comment faut-il appeler les tissus ainsi produits? Ce ne sont pas des tissus primaires, puisqu'ils dérivent d'un accroissement tardif de cellules adultes. Ce ne sont pas davantage des tissus secondaires ordinaires, dérivant d'une assise génératrice tangentielle, cambium ou phellogène.

On pourrait les regarder comme des tissus secondaires d'une nature spéciale, caractérisés par ce fait qu'au lieu de dériver d'une assise tangentielle bien déterminée, donnant des files radiales de cellules, ils sont ordinairement produits par des plages méristématiques plus ou moins étendues, ayant d'ordinaire un accroissement tangentiel, avec des cloisonnements radiaux. Je dois ajouter, du reste, que ces plages peuvent parfois augmenter réellement l'épaisseur totale par

accroissement radial ou général, avec cloisonnements variés. Le fait est surtout fréquent pour l'écorce vigoureuse de *Castanea;* mais je l'ai rencontré ailleurs à titre accidentel *(Pirus, Ficus, Fraxinus, Ampelopsis, Periploca, Ulmus, Sophora, Platanus, Amarantus, Marrubium).* Ces accroissements en épaisseur n'ont aucun caractère de généralité.

SUR LA

DISSOCIATION DE L'OXYDE DE MERCURE

Par M. H. PÉLABON

MAÎTRE DE CONFÉRENCES A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE LILLE

La dissociation de l'oxyde de mercure peut être étudiée de deux façons différentes :

On peut se demander quel est l'état d'équilibre auquel on arrive quand on maintient à une température invariable, et pendant un temps suffisamment long, un système renfermant de l'oxyde de mercure, de l'oxygène et du mercure liquide, et aussi comment se modifie cet état d'équilibre quand la température prend des valeurs différentes.

Ou bien, on peut rechercher comment est limitée la décomposition de l'oxyde de mercure quand on ne maintient en présence de ce corps solide qu'un mélange homogène d'oxygène et de vapeur *non saturée* de mercure.

1er Cas. — Dans le premier cas, la théorie thermodynamique de la dissociation indique que la tension de l'oxygène dans le système dépend uniquement de la température; elle ne dépend ni de la masse d'oxyde de mercure, ni de la masse de mercure, que le système peut contenir.

Pour vérifier ce résultat, nous avons maintenu à une température fixe des tubes scellés contenant de l'oxyde de mercure et du mercure en excès (Pour des tubes ayant un volume égal, environ, à 10cc, le calcul montre qu'on peut être certain d'avoir du mercure en excès en employant 0gr,2 de ce corps). Au bout d'un certain temps, les tubes sont refroidis brusquement, de manière à saisir

la composition du système à la température de l'expérience. On ouvre les tubes refroidis sur le mercure et l'on fait passer le gaz qu'ils contiennent dans une éprouvette graduée; on mesure le volume, la pression atmosphérique du moment, la température; on absorbe l'oxygène au moyen d'une solution de potasse à laquelle on ajoute une solution d'acide pyrogallique et on tient compte du résidu gazeux non absorbé par cette solution; il n'a jamais été supérieur, dans nos expériences, à $0^{c3},05$. On mesure également le volume du tube en le remplissant d'eau à une température connue; on retranche du volume ainsi déterminé celui qui est occupé par le mercure et l'oxyde (ces volumes sont déterminés par la connaissance des poids et des densités de ces substances). Un calcul simple donne immédiatement la pression en millimètres du gaz oxygène dans le système refroidi; on en déduit la pression à la température de l'expérience.

Le vide était fait préalablement dans les tubes au moyen d'une trompe à mercure; ou bien l'on s'est contenté de remplir ces tubes d'oxygène sec sous une pression voisine de la pression atmosphérique du moment. Dans le premier cas, l'oxyde a fourni l'oxygène dont on détermine finalement la pression; dans l'autre cas, le mercure s'oxyde aux dépens de l'oxygène, dont la masse est supérieure à celle que contient le système quand l'équilibre est établi.

Entre 440° et 620°, limites de nos expériences, nous avons pu constater que les pressions limites de l'oxygène, exprimées en millimètres de mercure, sont très exactement représentées par la formule

$$\log p = \frac{m}{T} + n \log T + z, \tag{1}$$

où les constantes m, n et z ont respectivement les valeurs suivantes :

$$M = -27569,$$
$$N = -57,58,$$
$$Z = 203,94711.$$

Dans la formule (1), T représente la température absolue; les logarithmes sont les logarithmes vulgaires.

Pour calculer les coefficients *m, n* et *z*, nous avons tracé une courbe au moyen des résultats expérimentaux, en comptant en abscisses les températures, en ordonnées les valeurs de la pression limite de l'oxygène. Sur la ligne qui représente le mieux les résultats expérimentaux, nous avons pris trois points dont les coordonnées nous ont permis de calculer *m, n* et *z* au moyen de trois équations.

La pression limite de l'oxygène croît assez rapidement avec la température; à 440°, elle n'est que de quelques millimètres de mercure; à 500°, elle est voisine de 100 millimètres; à 550°, elle atteint 380^{mm}, et à 610°, elle est égale à 1240^{mm} environ.

La méthode employée ne permet pas de compter sur une bien grande précision dans la mesure de la pression limite de l'oxygène; sans parler de la difficulté de déterminer très exactement la valeur de la température [1], on peut signaler l'impossibilité que l'on éprouve à déterminer très exactement le volume intérieur du tube dans lequel se fait l'expérience et le volume exact du gaz qu'il renferme, le volume recueilli étant nécessairement très faible.

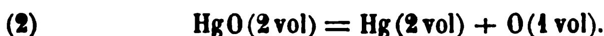
Voici quelques résultats qui permettront de juger de la précision de la méthode :

TEMPÉRATURES	PRESSION LIMITE DE L'OXYGÈNE	
440°	Traces d'oxygène, volume non mesurable.	
480°	Par l'expérience :	$51^{mm},0$
»	»	$44^{mm},1$
»	»	$47^{mm},2$
»	D'après l'équation (1):	$48^{mm},90$
520°	Par l'expérience :	178^{mm}
»	»	172^{mm}
»	»	177^{mm}
»	D'après l'équat. (1) :	174^{mm}

(1) La température a été déterminée au moyen de la pince thermoélectrique Le Chatelier.

2° Cas. — Dans le cas où le système étudié ne renferme plus de mercure liquide à la température de l'expérience, la tension limite de l'oxygène dépend de la valeur de la tension de vapeur du mercure.

Nous nous sommes proposé d'étudier un cas particulier, celui où l'oxygène et la vapeur de mercure se trouvent dans le mélange en proportions équivalentes. Le tube ne renferme au début que de l'oxyde de mercure qui se décompose suivant l'équation.



(2) $$HgO(2\,vol) = Hg(2\,vol) + O(1\,vol).$$

Par le même procédé que celui qui a été indiqué précédemment, nous avons pu déterminer, pour chaque valeur de la température, la tension limite de l'oxygène. Les nombres obtenus permettent de vérifier une relation déduite de la théorie thermodynamique de la dissociation.

On démontre en effet que, dans tous les cas, *pour un système comme celui qui nous occupe, le produit de la pression de l'oxygène par le carré de la pression de la vapeur de mercure est un nombre positif dont la valeur dépend de la température seule* (1).

En représentant par ϖ la pression de l'oxygène, par φ celle de la vapeur de mercure, on peut écrire :

(3) $$\varpi\varphi^2 = f(T).$$

Appliquons cette formule aux deux cas que nous avons étudiés expérimentalement.

Dans le premier cas, la tension de la vapeur de mercure est toujours égale à la tension de la vapeur saturée de ce liquide à la température de l'expérience; si F est cette tension, on aura

(4) $$pF^2 = f(T).$$

---

(1) P. Duhem, *Traité élémentaire de mécanique chimique*, t. II, p. 332.

La tension F étant fonction de la température seule, on voit que p est, lui-même, fonction uniquement de la température ; c'est le résultat que nous annoncions plus haut (1er cas).

Dans le 2e cas, d'après l'équation (2), la pression de la vapeur de mercure est constamment double de la pression P de l'oxygène ; on peut donc écrire ;

(5) $$P \times (2P)^2 = 4P^3 = f(T).$$

Des équations (4) et (5), on tire la relation

(6) $$pF^2 = 4P^3.$$

Si cette relation est vérifiée expérimentalement, il est facile : 1o de démontrer que la pression P devra s'exprimer comme p par une équation de la forme (1) :

(7) $$\log P = \frac{M}{T} + N \log T + Z;$$

2o de calculer les coefficients M, N et Z de cette équation au moyen des résultats de la première étude que nous avons faite.

Les valeurs de la pression P déduites de cette relation devront coïncider avec celles que donne l'expérience directe.

Comme l'a montré M. J. Bertrand[1], les valeurs de la tension maxima de la vapeur de mercure sont assez exactement représentées par la relation

(8) $$\log F = \frac{\mu}{T} + \nu \log T + \zeta,$$

à condition que l'on prenne pour les constantes les nombres :

$$\mu = -2010,$$
$$\nu = 3{,}8806,$$
$$\zeta = -4{,}79892.$$

---

[1] J. Bertrand, *Thermodynamique*, p. 101.

Prenons les logarithmes des deux membres de l'équation (6) :

$$\log p + 2 \log F = \log 4 + 3 \log P,$$

puis, remplaçons log p et log F par leur valeur; nous aurons :

$$\log P = \frac{m + 2\mu}{3}\frac{1}{T} + \frac{n + 3\nu}{3} lg T + \frac{z + 2\zeta - \log 4}{3}$$

C'est la relation (7), si l'on pose :

$$M = \frac{m + 2\mu}{3},$$

$$N = \frac{n + 3\nu}{3},$$

$$Z = \frac{z + 2\zeta - \log 4}{3},$$

ce qui donne immédiatement pour M, N et Z les valeurs :

$$M = - 10529{,}8,$$
$$N = - 16{,}61,$$
$$Z = 64{,}58240.$$

La relation (7), avec ces valeurs particulières des constantes, donne pour P des valeurs qui sont à peu près celles de l'expérience. Voici quelques nombres trouvés expérimentalement, que nous plaçons en regard de ceux que l'on calcule au moyen de la relation (7) :

TEMPÉRATURES	P OBSERVÉ	P CALCULÉ
500°	985mm	972mm
520	1392	1403
580	3610	3589
610	5162	5308

La vérification de la relation (6) au moyen de ces nombres est suffisante, si l'on tient compte de la difficulté des expériences, si l'on se rend compte aussi des erreurs que l'on peut commettre dans la mesure de la pression du gaz et dans la mesure des températures supérieures à 500°.

Remarque. — Nous avons pu observer, pour chacune des deux études que nous avons faites, que l'équilibre est atteint, dans le système, en un espace de temps d'autant plus court que la température est plus élevée. A 440°, il faut environ deux jours pour atteindre l'équilibre; à 610°, il faut une heure.

Températures inférieures a 440°. — Aux températures inférieures à 440°, en présence de mercure en excès, la tension de dissociation de l'oxyde n'est plus mesurable par le procédé que nous avons employé. La combinaison du mercure et de l'oxygène paraît être totale déjà à 180°; l'oxyde qui se forme à cette température est rouge, cristallisé et est déposé en des points quelconques de la paroi du tube.

Nous étudions en ce moment ce qui se produit aux températures inférieures à 180°.

Tubes partiellement chauffés. — M. Myers (1), qui a fait de nombreuses expériences sur la dissociation de l'oxyde rouge de mercure, a cru pouvoir en conclure qu'à partir de 440°, la décomposition de ce corps n'était plus limitée par une tension fixe de gaz oxygène.

Comme l'a fait observer H. Debray, l'appareil employé par M. Myers présentait des parois froides sur lesquelles la vapeur se condensait, la tension de vapeur du mercure était sans cesse ramenée à une valeur très faible et l'équilibre ne pouvait plus s'établir.

Nous avons cherché à nous rendre compte des phénomènes que présente un tube renfermant de l'oxyde de mercure et du mercure, ou de l'oxyde seulement, quand la température de ce tube varie graduellement d'une extrémité à l'autre. Les corps (mercure et oxyde, ou oxyde seul) ont toujours occupé initialement l'extrémité du tube qui devait être portée à la température la plus élevée.

(1) Myers, *Berichte der Berliner chemischen Gesellschaft*, t. VI, p. 11, 1873.

Avec de semblables tubes, on constate que la pression du gaz oxygène va d'abord en croissant avec le temps; elle dépasse la tension limite correspondante à la température la plus élevée, puis elle diminue par suite de la recombinaison du mercure et de l'oxygène dans les parties plus froides, recombinaison qui est moins rapide que la décomposition aux températures plus élevées, comme nous l'avons déjà fait observer. Finalement, on obtient comme tension limite une pression qui est celle que l'on obtient en maintenant le tube entièrement à la température de l'extrémité froide.

Cette variation de la tension de l'oxygène s'observe plus nettement quand l'extrémité froide du tube se trouve à une température voisine de celle du laboratoire. Il suffit de chauffer au tube qui émerge du fourneau. Dans ces conditions, on peut adapter un manomètre à l'appareil et suivre les variations de la pression intérieure.

Nous avons constaté de cette façon que cette tension croît de quantités proportionnelles au temps; du mercure se dépose à l'endroit où le tube sort du fourneau, il se réoxyde partiellement; quand tout l'oxyde est détruit dans la partie chauffée, la pression du gaz mesurée par le manomètre diminue lentement par suite de la réoxydation du mercure.

Avec un tube dont tous les points sont à 580°, par exemple, la pression de l'oxygène ne dépasse jamais, quelle que soit la durée de chauffe, la pression mesurée par une colonne de mercure de 3589^{mm}; au contraire, avec un tube partiellement chauffé, nous avons atteint une tension de l'oxygène égale à 8560^{mm}.

Ces résultats sont d'accord avec la conclusion de M. Myers et l'interprétation de Debray[1].

(Travail fait au Laboratoire de Chimie générale de la Faculté des sciences de Lille.)

(1) Debray, *Comptes rendus*, t. LXXVII, p. 123, 1873.

UN POINT D'HISTOIRE DES SCIENCES

LA TENSION DE DISSOCIATION AVANT H. SAINTE-CLAIRE DEVILLE

Par P. DUHEM

Je dois à l'amabilité de M. G. Brunel, doyen de la Faculté des Sciences de Bordeaux, la connaissance d'un petit écrit [1] publié en 1837 sous ce titre : *De l'influence de la pression sur les actions chimiques*. Cet écrit est la thèse de doctorat de Georges Aimé.

Né à Metz le 27 janvier 1810, Georges Aimé entra à l'École normale en 1831, dans la promotion d'Abria et d'Édouard Desains. Esprit précoce, fécond, doué d'une curiosité que sollicitent les sujets les plus divers, nous le voyons, à peine âgé de vingt-trois ans, commencer une série de publications sur la chimie organique et inorganique, la géologie, la physiologie. De 1833 à 1837, il publie une *Note sur le fluor* [2], une *Note sur un procédé nouveau d'aimantation* [3], une *Note sur la vision* [4], un travail *Sur les produits cristallisés*

(1) *Thèse de chimie*, présentée et soutenue à la Faculté des sciences de Paris le 9 novembre 1837 par M. Georges Aimé, de Metz (département de la Moselle), docteur ès sciences : *De l'influence de la pression sur les actions chimiques*, in-4°, 16 pages. Paris, E.-J. Bailly, imprimeur, 1837.

(2) *Annales de Chimie et de Physique*, 2e série, t. LV, p. 443, 1833.

(3) *Ibid.*, t. LVII, p. 442, 1834.

(4) *Ibid.*, t. LVI, p. 108, 1834.

que présente la nature (1), un écrit intitulé : *De la masse du fluide électrique* (2), des recherches concernant l'*Action de l'alcool nitrique sur l'iode et sur le brome, et de l'hydrate de méthylène nitrique sur le même corps* (3), des recherches *Sur l'éther chlorocyanique et le chlorocyanate de méthylène* (4).

Le 9 novembre 1837, Georges Aimé soutenait devant la Faculté des Sciences de Paris ses thèses pour le doctorat ès sciences physiques. Sa première thèse était l'écrit dont nous avons cité le titre et qui va attirer notre attention; la seconde thèse, réduite à ce que l'on nommait alors un *programme,* à ce que l'on nomme aujourd'hui les *questions posées par la Faculté,* avait pour titre : *Actions exercées dans tous les corps par l'influence des courants électriques et des aimants.*

Docteur depuis peu, Georges Aimé est nommé professeur de physique au collège d'Alger. A partir de ce moment, il se consacre presque exclusivement aux recherches sur la météorologie et la physique du globe. En 1839, il soumet à l'Académie des Sciences les principaux résultats d'un *Mémoire sur le mouvement des vagues* (5). Entre temps, le ministre de la guerre avait envoyé une Commission scientifique en Algérie, et la Société Royale de Londres avait demandé à l'Académie des Sciences de Paris que cette Commission fît une étude spéciale des éléments du magnétisme terrestre dans notre colonie. Dans la séance du 25 novembre 1839, Arago déclare (6) que le meilleur moyen de satisfaire au vœu de la Société Royale de Londres est d'adjoindre Aimé à la Commission scientifique d'Afrique. « La demande de l'Académie a été transmise par deux fois à M. le Ministre de la guerre; aucune

---

(1) *Bulletin de la Société Philomathique,* t. VI, p. 305, 1834-1835.
(2) *Annales de Chimie et de Physique,* 2e série, t. LXII, p. 419, 1836.
(3) *Ibid.,* t. LXIV, p. 217, 1837.
(4) *Ibid.,* t. LXIV, p. 220, 1837.
(5) *Comptes rendus,* t. IX, p. 409, 1839.
(6) *Ibid.,* t. IX, p. 703, 1839.

réponse n'étant encore parvenue, M. Arago propose d'écrire de nouveau. »

Le 2 décembre 1839, « M. le Ministre de la guerre annonce [1] que, conformément au désir exprimé par l'Académie de voir M. Aimé, professeur de physique au collège d'Alger, désigné pour faire partie de la Commission scientifique de l'Algérie, il vient de comprendre ce physicien dans une nomination de *membres adjoints* dont la collaboration, acceptée à divers titres, pourra mériter des récompenses ou indemnités qui seront accordées par des décisions individuelles. »

Le 6 janvier 1840 [2], « la Commission chargée de s'occuper des moyens d'exécution pour les observations magnétiques qui se feront en Algérie, conformément au vœu exprimé par la Société Royale de Londres, propose de demander à M. le Ministre de la guerre un congé de quelques semaines pour M. Aimé, qui comparerait, pendant son séjour à Paris, les nouveaux instruments qu'on lui confie avec ceux de l'Observatoire. »

Cette nomination ne fait que stimuler le zèle scientifique de Georges Aimé; il multiplie ses publications de météorologie et de physique du globe, qu'il entremêle parfois d'une note de physique pure ou de chimie.

En 1840, il publie un *Mémoire sur les variations du niveau de la mer dans le port d'Alger* [3]; en 1841, une *Note sur les gaz dégagés par les plantes marines* [4] et un écrit en langue allemande intitulé : *Mittlere Temperatur in Algier* [5]; en 1842, des *Recherches expérimentales sur le mouvement des vagues* [6]. Dans la séance du 9 janvier 1843, « M. Arago entretient l'Académie [7] des nombreuses observations de météorologie et de physique du globe que M. Aimé a faites pendant son séjour en Algérie. » En cette même

(1) *Comptes rendus*, t. IX, p. 735, 1839.
(2) *Ibid*, t. X, p. 11, 1840.
(3) *Annales de Chimie et de Physique*, 2e série, t. LXXIII, p. 416, 1840.
(4) *Ibid.*, 3e série, t. II, p. 535, 1841.
(5) *Poggendorff's Annalen*, t. LIV, p. 448, 1841.
(6) *Annales de Chimie et de Physique*, 3e série, t. V, p. 417, 1842.
(7) *Comptes rendus*, t. XVI, p. 93, 1843.

année 1843, Georges Aimé publie un *Mémoire sur un moyen nouveau de sonder à la mer* [1], un *Mémoire sur la compression des liquides* [2], et il commence la publication d'un *Mémoire sur le magnétisme terrestre* [3]; l'année 1844 voit paraître un travail *Sur les variations du niveau de la Méditerranée* [4]; l'année 1845, un *Mémoire sur les courants de la Méditerranée* [5] et un *Mémoire sur les températures de la Méditerranée* [6], et l'année 1846 une *Instruction sur l'emploi de l'anémomètre par réflexion* [7]. Mais, le 9 septembre 1846, la mort arrêtait Georges Aimé en pleine activité scientifique; il n'avait pas trente-sept ans.

Parmi les écrits qu'a laissés Georges Aimé, il en est un qui eût assuré la gloire de son nom si les idées qu'il renferme eussent été comprises au moment où elles furent émises : nous voulons parler des recherches touchant l'influence de la pression sur les actions chimiques; la lecture de la thèse de Georges Aimé montre clairement, en effet, que ce physicien était parvenu à la notion de *tension de dissociation* telle qu'elle devait résulter, trente ans plus tard, des expériences de Debray.

Pour apprécier exactement le sens et la portée des vues nouvelles émises par Georges Aimé, il est indispensable de préciser le rôle que les chimistes attribuaient à la pression, et, pour cela, de remonter aux doctrines physico-chimiques qui eurent cours à la fin du siècle dernier et au commence-

(1) *Annales de Chimie et de Physique*, 3e série, t. VII, p. 497, 1843.
(2) *Comptes rendus*, t. XVI, p. 1165, 1843; — *Annales de Chimie et de Physique*, 3e série, t. VIII, p. 257, 1843.
(3) *Comptes rendus*, t. XVII, p. 1031, 1843; — *Annales de Chimie et de Physique*, 3e série, t. X, p. 105, 1844, et t. XVII, p. 199, 1846.
(4) *Comptes rendus*, t. XVIII, p. 219, 1844; — *Annales de Chimie et de Physique*, 3e série, t. XII, p. 271, 1844.
(5) *Annales de Chimie et de Physique*, 3e série, t. XIII, p. 460, 1854.
(6) *Ibid.*, 3e série, t. XV, p. 5, 1845.
(7) *Ibid.*, 3e série, t. XVII, p. 493, 1846.

ment de ce siècle, aux doctrines qui inspirèrent Lavoisier et Laplace.

Selon ces physiciens, nous trouvons, en tout corps, des molécules pondérables et du *calorique;* les molécules pondérables exercent les unes sur les autres des actions d'*affinité* qui sont attractives, et tendraient à amener ces molécules au contact les unes des autres si elles n'en étaient empêchées par les actions du calorique; celles-ci, au contraire, tendent à écarter indéfiniment les molécules les unes des autres.

On ne saurait expliquer les divers états d'équilibre que les corps naturels nous présentent si l'on ne tenait compte que de l'affinité mutuelle des molécules et des actions du calorique; mais à ces deux sortes de forces, qui sont *intérieures* au corps étudié, il convient de joindre une action *extérieure,* la *pression* exercée sur ce corps, soit par l'atmosphère, soit par les corps qui l'environnent.

D'ailleurs, comme il convient en un problème de mécanique, si la *grandeur* de cette pression joue un rôle essentiel dans la prévision des phénomènes que manifestera le corps étudié, l'*origine* de cette pression n'importe pas. Voulons-nous savoir, par exemple, si un liquide donné, porté à un degré donné de température, passera ou non à l'état de vapeur? Pour répondre à cette question, il nous faut connaître la grandeur de la pression supportée par le liquide, mais il nous est indifférent que cette pression soit exercée par la vapeur elle-même, par l'air atmosphérique ou par tout autre corps.

Nous trouvons ces idées exprimées avec beaucoup de netteté dans un passage du *Traité élémentaire de Chimie* (1) de Lavoisier :

« Nous venons de voir que le même corps devenait liquide ou fluide aériforme, suivant la quantité de calorique dont il était pénétré, ou, pour parler d'une manière plus rigoureuse, suivant que la force répulsive du calorique était égale à l'at-

---

(1) Lavoisier, *Traité élémentaire de Chimie,* Première Partie, Chapitre I.

traction de ses molécules ou qu'elle était plus forte ou plus faible qu'elle.

» Mais s'il n'existait que ces deux forces, les corps ne seraient liquides qu'à un degré indivisible du thermomètre, et ils passeraient brusquement de l'état solide à celui de fluide élastique aériforme. Ainsi l'eau, par exemple, à l'instant même où elle cesse d'être glace, commencerait à bouillir; elle se transformerait en un fluide aériforme, et ses molécules s'écarteraient indéfiniment dans l'espace; s'il n'en est pas ainsi, c'est qu'une troisième force, la pression de l'atmosphère, met obstacle à cet écartement, et c'est par cette raison que l'eau demeure dans l'état fluide depuis zéro jusqu'à 80 degrés du thermomètre français; la quantité de calorique qu'elle reçoit dans cet intervalle est insuffisante pour vaincre l'effort occasionné par la pression de l'atmosphère.

» On voit donc que, sans la pression de l'atmosphère, nous n'aurions pas de liquide constant; nous ne verrions les corps dans cet état qu'au moment précis où ils se fondent; la moindre augmentation de chaleur qu'ils recevraient ensuite en écarterait sur-le-champ les parties et les disperserait. »

Ces idées, développées par Lavoisier au sujet de la transformation d'un liquide en vapeur, Hutton (1) les applique à la décomposition chimique. Le carbonate de chaux se décompose, à la chaleur du four à chaux, en chaux et en gaz carbonique; comment se fait-il que l'on rencontre du marbre ou des cristaux de spath calcaire dans les roches plutoniennes dont la température, à certaines époques géologiques, a dû surpasser de beaucoup celle des fours à chaux? C'est que, selon Hutton, le carbonate de chaux que l'on calcine dans un four à chaux supporte seulement la pression de l'atmosphère qui ne peut retarder bien longtemps la séparation des molécules de chaux et des molécules d'acide carbonique; au con-

(1) James Hutton, *On the philosophy of light, heat and fire* (*Transactions of the Royal Society of Edimburgh*, vol. IV (Hist.), p. 7, 1798.)

traire, au sein des roches plutoniques, une pression énorme entravait cette décomposition et permettait au carbonate de chaux de fondre, de cristalliser ensuite par refroidissement, sans éprouver la calcination.

Cette théorie de Hutton inspira à James Hall ([1]) l'expérience célèbre qu'il communiqua en 1804 à la Société royale d'Édimbourg: sous une pression suffisamment forte, le carbonate de chaux amorphe peut fondre sans se décomposer, et se transformer en marbre saccharoïde.

Les idées développées par Lavoisier touchant l'obstacle que la pression oppose à la vaporisation des liquides, étendues par Hutton à la décomposition chimique, trouvèrent en Dalton ([2]) un contradicteur.

En étudiant la vaporisation d'un liquide dans un espace occupé par un gaz, Dalton prouve qu'il se forme, à une température donnée, exactement autant de vapeur que si cet espace était vide; seulement cette vapeur se forme plus lentement. « La présence de l'atmosphère, conclut Dalton, est un obstacle, non à la formation, mais à la diffusion de la vapeur, diffusion qui aurait lieu instantanément comme dans le vide si les molécules de l'air ne s'y opposaient par leur inertie. Cet

---

([1]) James Hall, *Experiments on whinstone and lava* (1798). (*Nicholson, Journal*, vol. IV, p. 8 et 56, 1801. — *Transactions of the Royal Society of Edimburgh*, vol. V, p. 43, 1805. — *Gilbert's Annalen*, vol. VII, p. 285, 1801. — *Hoff, Magazin*, p. 185, 1801.)

Experiments on the effects of the heat modified by compression. (*Nicholson, Journal*, vol. IX, p. 98, 1804. — *Journal de Physique*, t. LX, p. 197, 1804. — *Bulletin de la Société Philomathique*, t. III, p. 249, 1804.)

Account of a series of experiments, showing the effects of compression in modifying the action of heat. (*Nicholson, Journal*, vol. XIII, p. 328 et 381, 1806. — *Transactions of the Royal Society of Edimburgh*, vol. VI, p. 71, 1812. — *Journal des Mines*, t. XXIV, p. 23, 1808. — *Journal de Physique*, t. LXIV, p. 461, 1807.)

([2]) Dalton, *Experimental Essays on the constitution of mixed gases; on the force, of steam or vapour from wather and other liquids in different temperatures, both in a Torricellian vacuum and in air; on evaporation; and on the expansion of gases by heat*. (*Memoirs of Philosophical Society of Manchester*, vol. V, p. 525, 1802. — *Gilbert's Annalen*, Bd XII, p. 310 et 385, 1803; Bd XIII, p. 438, 1803; Bd XV, p. 1 et 121, 1803. — *Nicholson, Journal*, vol. III, p. 267, 1802; vol. V, p. 241, 1802.)

obstacle est écarté en proportion de la force absolue de la vapeur; il ne provient pas de la pression ou du poids de l'atmosphère, ainsi qu'on l'a supposé jusqu'à présent; car, si cela était, aucune vapeur ne pourrait se former au-dessous du degré d'ébullition; mais c'est un obstacle analogue à celui qu'éprouve un courant d'eau qui descend au travers du gravier. »

Dalton s'élève vivement contre cette assertion de Lavoisier que la pression atmosphérique seule maintient l'eau à l'état liquide, dans la température ordinaire. « Si, dit-il, l'on anéantissait tout à coup l'atmosphère aérienne, en ne laissant subsister que sa portion aqueuse, celle-ci ne s'augmenterait que peu, parce qu'elle existe déjà dans l'air, à peu près au maximum de ce que peut produire et entretenir la température; seulement, la suppression de l'obstacle accélérerait l'évaporation sans en augmenter sensiblement la quantité absolue.

» Cette notion que la pression empêche l'évaporation des liquides, notion qui fait axiome chez les physiciens modernes, a produit peut-être plus d'erreur et de perplexité dans la science qu'aucune autre opinion mal fondée. »

Défenseur des idées de Lavoisier et de Laplace, Berthollet n'accepte point sans protestation ce jugement sévère: « L'observation de Dalton, dit-il (1), ne me paraît pas juste, et par une conséquence de son opinion, il me semble qu'il est conduit à une idée fausse sur la quantité de vapeur qui se formerait par la suppression de l'atmosphère, et celle qui peut se dissoudre dans l'atmosphère. »

Néanmoins, le corps de doctrine clair et logique en lequel Dalton coordonnait les phénomènes de vaporisation fut bientôt universellement accepté. Dans son *Traité de Physique expérimentale et théorique*, Biot, qui conserve si scrupuleusement les idées de Lavoisier et de Laplace sur l'*affinité* et le *calorique*, abandonne complètement la théorie de la vaporisation exposée par Lavoisier; il ne mentionne même plus l'obstacle

(1) Berthollet, *Essai de statique chimique*, t. I, p. 491, 1803.

que, par sa seule grandeur, la pression apporterait à la vaporisation, tandis qu'il donne des doctrines de Dalton un exposé magistral.

Ce que Dalton avait fait à l'encontre des idées de Lavoisier touchant la vaporisation, Georges Aimé entreprend de le faire à l'encontre de la théorie de Hutton. Il entreprend de démontrer que « quand un corps est décomposé par la chaleur, ce n'est pas la pression d'un gaz ou d'une vapeur quelconque qui peut arrêter sa décomposition ; c'est le gaz qui, lui-même, provient de la décomposition qui peut agir. »

Georges Aimé constate, en premier lieu, que la décomposition d'un carbonate par un acide, en vase clos, s'arrête lorsque l'acide carbonique formé atteint une certaine pression, qui dépend de la nature du carbonate et de l'acide employés ; avec le carbonate de calcium et l'acide chlorhydrique étendu, il trouve que cette pression est de 8 atmosphères. « Avec le carbonate de soude et l'acide tartrique, la pression n'a pas dépassé 7 atmosphères ; avec l'acide acétique, la pression a atteint 6 atmosphères ; avec l'acide citrique, le manomètre a marqué 6 atmosphères et demie. »

Cette pression, qui arrête la décomposition d'un carbonate donné par un acide donné, est fixe. « On pourrait croire que les pressions obtenues dépendaient des quantités relatives des substances employées ou de leur masse individuelle, considérées relativement à la capacité de l'éprouvette. Voici comment je m'en assurai : ayant versé de l'acide acétique en quantité considérable sur du carbonate de soude, j'attendis que le manomètre devînt stationnaire ; alors je laissai échapper une partie du gaz et le manomètre revint à la même indication.

» Je variai ensuite les doses d'acide et de carbonate, et quand ces doses étaient en quantité suffisante pour que le gaz qui se serait formé à l'air libre remplît trente ou quarante fois la capacité de l'éprouvette, je retrouvai toujours sensiblement la même pression. »

Mais, lorsqu'une pression déterminée de l'acide carbonique dégagé par la réaction arrête cette réaction, à quoi doit être attribuée la cessation de l'action chimique? A la grandeur seule de la pression exercée, selon l'idée de Hutton, ou bien au fait que cette pression est exercée par l'acide carbonique? Pour trancher ce dilemme, Georges Aimé établit, touchant la pression de l'acide carbonique qui met fin à la réaction, une loi semblable à la loi du mélange des gaz et des vapeurs découverte par Dalton :

« Désirant connaître, dit-il, si la décomposition du carbonate était arrêtée par la pression de l'acide carbonique seul ou par la pression d'un gaz quelconque, j'introduisis un acide dans une ampoule en verre, terminée par un tube capillaire ayant à peu près la longueur de l'éprouvette. L'ampoule fut placée dans l'éprouvette; je comprimai de l'air à 3 ou 4 atmosphères; je brisai ensuite l'ampoule, et le manomètre marqua 3 ou 4 atmosphères de plus que celles qu'indiquait le manomètre avec la seule pression de l'acide carbonique. Ce n'est donc que la pression de l'acide carbonique seul qui peut arrêter la décomposition du carbonate. »

Ainsi, l'action de l'acide carbonique peut contre-balancer l'action qu'exerce sur une base, telle que la soude, un autre acide, tel que l'acide acétique, de telle sorte que ces actions se fassent équilibre; pour qu'un tel équilibre s'établisse, il suffit que l'acide carbonique soit convenablement comprimé. « Il semble donc résulter de ces faits que l'affinité de l'acide carbonique convenablement comprimé peut devenir égale à celle d'un acide organique quelconque, de manière que la base se combine indifféremment avec l'acide carbonique ou avec l'acide organique. »

Cette pression de l'acide carbonique, qui met le système en équilibre, dépend-elle de la température à laquelle le système est porté? Georges Aimé ne soumet cette question à aucun essai expérimental et ne la mentionne même pas; mais si l'on observe que son objet est précisément de rectifier l'interpré-

tation donnée, selon la théorie de Hutton, à l'expérience de James Hall, on ne peut douter qu'il n'admette implicitement la variation de cette pression avec la température. Dans son mémoire, très concis, il laisse au lecteur le soin d'appliquer les idées qui découlent de ces expériences à la fusion du carbonate de chaux sous pression obtenue par le physicien anglais. Mais cette application ne souffre aucune ambiguïté; elle conduit nécessairement à interpréter l'expérience de James Hall comme l'ont fait plus tard H. Sainte-Claire Deville et Debray.

Bien que la thèse où sont consignées les observations de Georges Aimé n'ait été soutenue qu'en 1837, ces observations furent communiquées à Dumas dès 1834, comme l'auteur nous l'apprend. C'est seulement en 1864 que nous voyons Henri Sainte-Claire Deville émettre des vues analogues touchant l'influence que la pression exerce sur les réactions chimiques, et cela à propos de l'expérience même de James Hall.

Au cours de ses premières recherches sur les phénomènes de dissociation, H. Sainte-Claire Deville porte son attention sur les changements que les réactions chimiques éprouvent par suite des variations de la température; l'influence de la pression sur ces mêmes réactions ne le préoccupe aucunement. Ce point de vue, tout différent de celui qui a dirigé les recherches de Georges Aimé, est en évidence dans les titres mêmes que Sainte-Claire Deville assigne à ses premiers écrits sur la dissociation : *De la dissociation ou décomposition spontanée des corps sous l'influence de la chaleur* (1). — *Recherches sur la décomposition des corps par la chaleur et la dissociation* (2).

C'est seulement à partir de 1863 que nous voyons H. Sainte-Claire Deville tenir compte de l'influence que la pression exerce sur les conditions de l'équilibre chimique et introduire la notion de tension de dissociation. Cette notion, à laquelle il

(1) *Comptes rendus*, t. XLV, p. 857, 1857.
(2) *Bibliothèque universelle, Archives (de Genève)*; nouvelle période, t. IX, p. 54, 1860.

est conduit par le désir d'établir une complète analogie entre la vaporisation d'un liquide et la décomposition qu'un corps gazeux tel que la vapeur d'eau éprouve par l'action de la chaleur, se présente d'abord, dans ses écrits, sous une forme quelque peu vague et indécise.

Dans sa première note *Sur le phénomène de la dissociation de l'eau* (1), H. Sainte-Claire Deville s'exprime ainsi :

« Le phénomène de la décomposition des corps est tout semblable au phénomène de l'ébullition des liquides, dont le caractère principal est l'invariabilité de leur température sous l'influence d'un foyer de chaleur d'une intensité quelconque, pourvu que la pression soit constante. En me résumant, la vapeur d'eau ne peut résister à l'action d'une température qui en décuple le volume pris à 0°, et alors elle se décompose. »

Puis, plus loin : « Le phénomène de décomposition des corps à une température suffisamment basse ou phénomène de dissociation, correspond à la vaporisation d'un liquide porté à une température inférieure à son point d'ébullition, et la quantité de corps dissocié à une température déterminée sera proportionnelle à sa tension de dissociation exprimée en millimètres de mercure, comme la quantité de vapeur formée au-dessus d'un liquide à une certaine température est proportionnelle à la tension maximum de sa vapeur. »

Dans sa note intitulée : *De la dissociation de l'acide carbonique et des densités de vapeur* (2), H. Sainte-Claire Deville écrit :

« J'ai comparé la *dissociation* ou décomposition au-dessous de son point fixe à l'évaporation d'un liquide au-dessous de son point d'ébullition, phénomène nécessairement incomplet et dont la quantité varie avec la température et le milieu dans lequel il se produit; et j'ai appelé *tension de dissociation* la quantité d'un corps qui se décompose dans sa propre vapeur,

(1) *Comptes rendus*, t. LVI, p. 195, 1863.
(2) *Ibid.*, t. LVI, p. 729, 1863.

comparée à la masse totale soumise à l'action de la chaleur. »

Dans ses *Leçons sur la dissociation* (1), nous voyons H. Sainte-Claire Deville définir plus nettement ce qu'il entend par tension de dissociation de la vapeur d'eau :

« Quelle est, dit-il (2), la tension des gaz non encore combinés (c'est ce que nous appellerons plus tard la tension de dissociation) dans la flamme du chalumeau? » Il trouve que cette tension est de 426 millimètres à 2.500° et ajoute : « Si je continue ma comparaison entre les phénomènes de combinaison et de condensation, je dirai que la température fixe de combinaison de l'hydrogène et de l'oxygène, à la pression de 426 millimètres de mercure, est de 2.500°, de même que le point fixe de condensation ou point de rosée de la vapeur d'eau est de 84°,6 à la même pression de 426 millimètres. L'on sait d'ailleurs que ce point de rosée est toujours le même, que la vapeur soit seule dans un espace clos, ou mélangée avec de l'air, ou tout autre gaz qui ne réagisse pas sur elle, pourvu que sa tension soit de 426 millimètres. Dans la flamme à 2.500°, le gaz tonnant est mélangé avec de la vapeur d'eau, sa pression est de 426 millimètres, la tension totale étant 760 millimètres. »

Visiblement, la notion de tension de dissociation contenue dans ce passage est bien celle que, quelques années plus tard, H. Debray (3), fidèle interprète des idées de H. Sainte-Claire Deville, précisait en ces termes : « Certains composés gazeux ou volatils se décomposent d'une manière partielle et progressive à mesure que la température s'élève. On obtient alors un mélange formé par les gaz résultant de la décomposition du corps primitif et par la partie de celui-ci qui n'a pas été décomposée, mélange où la tension des éléments, séparés par

(1) *Leçons sur la Dissociation, professées devant la Société Chimique de Paris* le 18 mars et le 1er avril 1864 (Leçons de la Société Chimique de Paris).

(2) *Loc. cit.*, Chapitre II.

(3) H. Debray, *Recherches sur la dissociation* (*Comptes rendus*, t. LXIV, p. 603, 1867).

la chaleur, constante à une température déterminée, croît avec cette température. »

Nous savons aujourd'hui que ce premier exemple donné par Sainte-Claire Deville d'une tension de dissociation analogue à une tension de vapeur saturée et, comme celle-ci, fonction de la température seule, était emprunté à un système chimique qui n'admet pas une telle tension de dissociation; la pression du gaz provenant de la dissociation de l'eau que l'on porte à une température donnée ne dépend pas seulement de cette température; elle change avec la pression totale à laquelle le système est soumis; elle change si l'on introduit dans le système un excès soit d'oxygène, soit d'hydrogène.

De l'analogie qu'il suppose entre la tension de dissociation et la tension de vapeur saturée, partant, entre la température de décomposition d'un corps sous une pression donnée et la température d'ébullition d'une substance sous une pression également donnée, Sainte-Claire Deville fait un plus heureux usage en montrant comment elle permet d'interpréter l'expérience de James Hall. L'interprétation à laquelle il est conduit est exactement conforme à celle qui découle des principes posés par Georges Aimé. Citons le passage [1] où il donne l'explication de cette expérience célèbre :

« La fameuse expérience de James Hall, la fusion du carbonate de chaux sous pression, est encore un phénomène du même genre que les phénomènes de changement d'état les mieux étudiés.

» La décomposition du carbonate de chaux s'effectue comme la volatilisation d'un corps, en vertu de la simple action de la chaleur, et se modifie de deux manières bien distinctes : 1° Son point de décomposition fixe augmente avec la pression comme le point d'ébullition; 2° en vertu de sa tension de dissociation, la quantité de sa décomposition varie avec la nature du gaz qui, à chaque instant, est en contact immédiat

---

[1] *Loc. cit.*, Chapitre IV, 6).

avec ses molécules. Le carbonate de chaux se décompose comme l'arsenic se vaporise; mais le produit de cette décomposition est de l'acide carbonique, comme l'arsenic gazeux est le produit de la vaporisation de l'arsenic solide. Il est clair qu'au-dessous de son point d'*ebullition*, si l'arsenic est recouvert d'une couche de sa vapeur saturée à la température où l'on opère, l'arsenic ne se vaporisera plus, en vertu de sa tension à cette température. C'est pour la même raison qu'à une certaine température, et en vase clos, la décomposition du carbonate de chaux sera seulement partielle, mais qu'elle deviendra complète si vous balayez l'acide carbonique qui s'est formé au-dessus de lui, comme l'a fait Gay-Lussac. L'arsenic disparaîtrait totalement à l'état de vapeur dans les mêmes conditions. Mais si vous opérez en vases clos, la pression de l'acide carbonique ou de l'arsenic élèvera également le point de décomposition ou de vaporisation totale de ces deux corps, et l'un et l'autre atteindra une température où il pourra prendre l'état liquide. »

Les recherches de Deville laissaient à l'existence d'une tension de dissociation, fixe à chaque température, et analogue à une tension de vapeur saturée, le caractère d'une vue purement hypothétique, qu'aucune expérience directe ne justifiait. H. Debray entreprit de transformer cette hypothèse en une vérité de fait; pour cela, il s'adressa (1) à la réaction qui, depuis James Hall, exerçait la sagacité des physico-chimistes, à la décomposition du carbonate de chaux par la chaleur.

Les lois expérimentales établies par H. Debray sont les suivantes :

« 1° La tension de dissociation du carbonate de chaux est constante à une température déterminée; 2° cette tension croît avec la température; 3° elle est indépendante de l'état de décomposition du carbonate de chaux. »

---

(1) H. Debray, *Recherches sur la dissociation* (*Comptes rendus*, t. LXIV, p. 603, 1867).

Ces lois conduisent, touchant l'influence que la pression exerce sur les réactions chimiques, à des idées semblables de tout point à celles qu'avait formulées Georges Aimé trente ans auparavant.

Les expériences de Debray donnent une démonstration directe de deux vérités que Georges Aimé, on n'en saurait douter, admettait implicitement, mais qu'il avait négligé de vérifier expérimentalement; ces deux vérités sont les suivantes :

La tension de dissociation varie avec la température.

Lorsque la pression de l'acide carbonique surpasse la tension de dissociation, au lieu d'une mise en liberté d'acide carbonique, on observe une réaction qui absorbe ce gaz.

En outre, les expériences de H. Debray ont porté directement sur le système qu'avait étudié James Hall; les expériences de Georges Aimé ont porté sur des systèmes où se produisait une réaction chimique plus complexe. Nous savons aujourd'hui que si un système renferme du gaz carbonique, du carbonate de sodium solide, de l'acétate de sodium solide et un mélange liquide de ces corps dans l'acide acétique cristallisable, les états d'équilibre de ce système sont soumis aux mêmes lois que les états d'équilibre d'un système qui renferme seulement du gaz carbonique, du carbonate de calcium et de la chaux; en un système comme en l'autre, l'équilibre est atteint à une température donnée, si le gaz carbonique exerce une pression déterminée qui dépend de cette seule température; dans les deux cas, cette tension peut être désignée par le même nom et appelée tension de dissociation du carbonate; mais cette assimilation, aujourd'hui légitime, entre un système où un carbonate est décomposé par la chaleur et un système où l'acide acétique déplace l'acide carbonique d'un carbonate, pouvait paraître singulièrement osée à l'époque où Georges Aimé l'admettait sans même la discuter.

Enfin, les conditions dans lesquelles ont été effectuées les expériences de Georges Aimé sont mal connues, et il est

malaisé de savoir si ces conditions sont bien celles où l'on a le droit d'énoncer les lois qu'a formulées leur auteur.

En revanche, plus complètes sur ce point que celles de Debray, les expériences de Georges Aimé ont montré que la tension de dissociation avait la même valeur dans un gaz inerte que dans le vide; et leur auteur attribuait avec raison une grande importance à cette loi, analogue à la loi du mélange des gaz et des vapeurs découverte par Dalton. Elle lui servait à réfuter les doctrines de Hutton; aujourd'hui, elle nous sert à justifier le postulat sur lequel repose la théorie de la dissociation des gaz, donnée par M. J. Willard Gibbs.

Ni H. Sainte-Claire Deville, ni H. Debray n'ont connu les découvertes d'Aimé touchant l'influence de la pression sur les réactions chimiques. Leur scrupuleuse loyauté n'eût pas manqué à les citer s'ils les avaient soupçonnées. Leur ignorance n'a rien qui doive étonner. Lorsqu'ils abordèrent l'étude de la dissociation, la thèse d'Aimé, seul écrit où ces idées eussent été consignées, était sans doute devenue bien rare, et nul n'éleva la voix pour revendiquer les droits de leur auteur, mort depuis de longues années.

En exhumant aujourd'hui l'ouvrage d'Aimé, nous pensons ne diminuer en rien la gloire, chaque jour grandissante, de Sainte-Claire Deville et de Debray, puisque cet ouvrage, inconnu d'eux, n'a pu leur être d'aucun secours. Mais il est juste, pensons-nous, de rapprocher désormais de leurs noms celui du physicien qui, le premier, a formulé nettement l'idée de tension de dissociation; assez longtemps il est demeuré enseveli dans l'oubli, — sort trop fréquent des penseurs qui devancent leur siècle.

Dans sa séance du 27 avril 1899, la Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux a décidé qu'une réimpression de la thèse de Georges Aimé serait faite dans ses *Mémoires*.

DE L'INFLUENCE DE LA PRESSION

SUR

LES ACTIONS CHIMIQUES

THÈSE DE CHIMIE

Présentée et soutenue à la Faculté des Sciences de Paris le 9 Novembre 1837,

Par M. Georges AIMÉ, de Metz (Dép. de la Moselle),
Docteur ès sciences.

Jusqu'à présent, les chimistes ont fait peu d'attention au rôle que la pression peut jouer dans les combinaisons, et cependant ce rôle est d'une grande importance, comme je me propose de l'établir dans cette thèse. Quand on cherche les motifs qui justifient un tel oubli de la part des personnes qui cultivent la science, on reconnaît facilement que la cause principale se trouve dans la difficulté des expériences, et principalement dans les dangers fréquens qu'elles présentent aux opérateurs.

Les premiers travaux entrepris dans cette direction sont dus à James Hall, physicien anglais, qui, en 1805, lut à la Société royale d'Édimbourg un mémoire intitulé : *Effets de la compression touchant la modification de l'action de la chaleur*. Comme ce mémoire présente un grand intérêt, sous le rapport géologique, nous croyons devoir en présenter ici une analyse succincte.

Le docteur Black venait de découvrir l'acide carbonique et la nature chimique du carbonate de chaux. Cette découverte

était hostile, au premier coup d'œil, aux partisans de la théorie plutonienne; car la décomposition du marbre par la chaleur, dans chaque four à chaux, étant prouvée, il semblait absurde d'attribuer à l'action du feu la formation du marbre ou des matières qui le contenaient.

Cette difficulté engagea le docteur Hutton à envisager l'action du feu d'une manière particulière, et à former une théorie qui, suivant Hall, a donné au monde la solution d'un des plus beaux problèmes qui aient jamais fixé l'attention des savans.

Hutton suppose :

1° Que la chaleur a agi à quelque époque éloignée sur toutes les roches;

2° Que pendant l'action de la chaleur toutes ces roches étaient couvertes par des masses d'un poids énorme, et par conséquent soumises à une immense pression;

3° Qu'en conséquence de l'action combinée de la chaleur et de la pression, les effets produits étaient engendrés différemment de ceux que fournit la chaleur seule; et en particulier, que le carbonate de chaux était ramené à un état de fusion plus ou moins complet sans calcination.

Ainsi l'essentiel et principal caractère de cette théorie est renfermé dans le mot compression et par une double hypothèse Hutton entreprend de lever toutes les objections dirigées contre l'action du feu, et d'expliquer comment les minéraux peuvent différer des produits usuels de nos fourneaux.

Hall n'entra pas de suite dans la manière de voir du géologue, et ce n'est qu'après trois ans de discussions journalières, au sujet de cette théorie, qu'il commença à partager ses vues. Il me parut, dit-il, que la théorie de Hutton pouvait être établie par l'expérience, et je lui communiquai l'intention de la vérifier; mais il rejeta mes projets en disant que la nature avait à sa disposition des moyens immensément plus puissants que les nôtres.

En 1798 Hall commence la série de ses travaux. Mon attention, dit-il, fut presque exclusivement confinée au carbonate

de chaux, sur lequel je raisonnai comme il suit : l'acide carbonique quand il n'est pas combiné avec un autre corps existe naturellement sous forme gazeuse à la température ordinaire de notre atmosphère; mais quand il est uni à la chaux, sa volatilité est détruite à cette même température par la force chimique de la substance terreuse qui le retient sous forme solide. Quand la température est portée à la chaleur rouge, l'acide acquiert une volatilité qui surmonte cette force, il s'échappe de la chaux et prend une forme gazeuse; il est évident maintenant que si l'on augmente la force attractive de la chaux, ou si l'on diminue la volatilité de l'acide carbonique, par ces moyens le composé pourra être porté sans décomposition à une température supérieure à celle qu'il atteint dans l'état ordinaire des choses. Or la pression peut produire un effet de cette espèce; car si une force mécanique arrête l'expansion de l'acide, sa volatilité doit à un certain degré être diminuée. Sous la pression alors le carbonate peut, sans décomposition, atteindre une température à laquelle à l'air libre il eût été calciné; mais l'expérience seule peut nous indiquer quelle force comprimante est nécessaire pour le rendre capable de résister à une température donnée.

Une circonstance tirée de la théorie huttonienne me fit espérer que le carbonate serait aisément fusible, et m'indiqua le point exact où la fusion devait avoir lieu. Rien n'est plus ordinaire que de rencontrer des nodules de spath calcaire *(spar calcareous)* enfermés dans la roche basaltique *(whinstone)*, et nous supposons avec Hutton que le spar et le whinstone ont été liquides ensemble, les deux fluides étant d'ailleurs séparés comme l'huile et l'eau. Or, d'après l'examen de ces substances, on reconnaît évidemment que le spar a été solidifié avant le whinstone, et par conséquent la température de fusion de cette dernière substance, que nous pouvons reproduire dans nos laboratoires, doit nous indiquer une limite de température que le spar ne peut atteindre qu'après être entré en fusion. D'où j'en conclus qu'à la température de 28 ou

30 degrés de Wegwood, le spar doit être liquide. En conséquence je me proposai de chauffer le carbonate de chaux à la température de 28°, en le comprimant convenablement.

Je vais donner ici les résultats auxquels j'ai été conduit par l'ensemble de plus de cinq cents expériences, et d'abord je vais indiquer les moyens d'opération que j'ai adoptés pendant mes recherches.

Si nous prenons un tube de fer creux ou canon de fusil, fermé à une extrémité et ouvert à l'autre, long de deux pieds ou davantage; il est évident que nous pourrons échauffer une extrémité en refroidissant l'autre convenablement. Si nous introduisons dans l'intérieur du tube, du côté fermé, la substance que nous voulons essayer, et si nous remplissons la partie moyenne avec une substance réfractaire, en fermant la partie ouverte par un des nombreux moyens que nous avons à notre disposition, nous pourrons ainsi et chauffer, et comprimer en même temps la substance à essayer.

Sans passer en revue tous les moyens que l'auteur crut devoir essayer, nous nous contenterons d'indiquer la disposition la plus convenable qu'il donna à son appareil.

Pour ne pas être obligé, à chaque expérience, de changer de canon de fusil, Hall prit une baguette de fer, à l'extrémité de laquelle il adapta une espèce de cylindre propre à recevoir le carbonate de chaux, enveloppé lui-même dans une cartouche de papier, de carton, de fer ou de porcelaine de Réaumur. Il introduisait la baguette ainsi disposée au fond du tube, qu'il remplissait ensuite avec du sable jusqu'aux trois quarts de sa longueur, puis il coulait dans la partie restante de l'alliage fusible qui, en se refroidissant, formait une cloison solide et capable de faire équilibre à la pression exercée par le gaz acide carbonique. En opérant ainsi, Hall parvint à fondre le carbonate de chaux et à le transformer en marbre.

Il restait à connaître la température à laquelle la fusion avait eu lieu, et enfin la pression exercée au moment de la fusion.

Pour mesurer la température il fit usage du pyromètre de Wegwood. En introduisant à côté de la cartouche de carbonate de chaux un petit cylindre de terre, il pouvait par le retrait évaluer approximativement la température dégagée.

Pour reconnaître la force élastique du gaz, il opérait comme le comte de Rumfort avait fait pour mesurer la forme élastique des gaz provenant de la combustion de la poudre.

Nous n'indiquerons pas les moyens que l'auteur a suivis pour arriver à cette évaluation, nous nous contenterons de présenter le tableau suivant exécuté par lui-même.

Températures indiquées par le pyromètre de Wegwood	Nombre d'atmosphères indiquant la pression exercée par l'acide carbonique
21	51
22	51
25	51
25	69
30	172
31	172
41	172
51	172

Hall entreprit aussi une série d'expériences analogues aux précédentes avec les substances animales et végétales, et avec la houille; il les a consignées dans le journal de Nicholson, numéro d'octobre de l'année 1804.

Ces expériences ne méritent pas l'intérêt des premières. L'auteur prétend qu'à plusieurs reprises il transforma des pièces de bois en jais noir *(jet black)*, et en substance inflammable généralement très poreuse, dans laquelle on ne décou-

vrait aucune trace de l'organisation première; que dans d'autres expériences les fibres végétales se trouvaient conservées, mais aussi remplies de cavités pleines de gaz.

Enfin avec les substances animales il croit obtenir des produits analogues à la substance appelée *retinaspaltum*.

L'écorce du bois entrant en fusion, mais retenant encore la forme de ses fibres, lui paraît très semblable à la substance intermédiaire au *bovey cooul* et au *surturbrand* que Hatchett a assimilée à l'un et à l'autre.

Après Hall on ne s'occupe plus guère d'expériences touchant la pression, et malgré la richesse des découvertes que semble présenter un pareil sujet, on ne retrouve plus que quelques faits à ajouter à ceux que je viens de signaler. Sans discuter la valeur de ces observations, je crois cependant devoir les présenter, afin de conserver au moins ici leur ordre chronologique.

Dans ces derniers temps, Houton-Labillardière a découvert que le gaz protophosphoré est spontanément inflammable dans l'air atmosphérique, ou dans le gaz oxigène; mais seulement lorsqu'il se trouve sous une pression un peu moindre qu'à l'ordinaire. Voici le détail de son expérience : on mêle le gaz avec de l'air atmosphérique ou avec du gaz oxigène, dans une éprouvette sur du mercure, on environne l'éprouvette d'un grillage en fil de fer, pour se garantir des éclats, si le vase venait à se casser; ensuite en élevant l'éprouvette de manière que le mercure soit à 2 décimètres environ au-dessus du niveau de celui du bain, quand on opère à la température de. plus vingt degrés il se produit tout à coup une détonation dans le vase; quand la température est au-dessous de plus vingt degrés, il faut raréfier davantage le mélange, pour en opérer la combustion.

Van-Bemmelin entreprend quelques expériences sur la combustibilité du phosphore plongé dans des atmosphères plus ou moins denses; il trouve que dans l'air raréfié, par exemple, sous le récipient d'une machine pneumatique, le phosphore

s'enflamme et brûle avec une flamme faible mais longue, lorsqu'il est mêlé avec de la résine et placé sur un peu de coton. L'expérience ne réussit point quand le corps de pompe n'est pas large, et que la raréfaction de l'air ne s'opère pas avec rapidité; on peut aussi visser un petit vase contenant le phosphore, à un récipient dans lequel le vide a été fait d'avance, puis ouvrir le conduit de communication; la déflagration a lieu également de cette manière; on peut encore se servir de soufre en place de résine. Si l'on prend un bâton sec de phosphore, qu'on le saupoudre par places de résine ou de soufre, et qu'on l'introduise ensuite sous le récipient de la machine pneumatique, on remarque qu'à l'instant où l'on pompe l'air, le phosphore commence à devenir lumineux dans les points saupoudrés, et que cet effet croît avec la raréfaction de l'air, jusqu'à ce que le phosphore finisse par s'enflammer.

Berzelius rapporte aussi un fait qui a de l'analogie avec le précédent. Dans le tome premier, page 261, de sa Chimie, il dit : que le soufre se combine plus facilement avec les métaux, quand on diminue la pression atmosphérique.

Galicasala [1], dans un numéro des Annales de Physique et de Chimie, raconte qu'ayant versé de l'acide sulfurique étendu d'eau sur du zinc, il arrêta la décomposition de l'eau, en comprimant l'hydrogène à trente atmosphères.

J'ai moi-même entrepris quelques expériences, dans le but d'étudier les effets de la pression, et voici les résultats auxquels je suis arrivé. Ayant placé dans un flacon dont le col était usé à l'émeri, un manomètre, des morceaux de marbre et de l'acide hydrochlorique étendu d'une fois son volume d'eau, je remarquai que l'action de l'acide sur le marbre s'arêta à huit atmosphères, en ouvrant le flacon l'action recommençait, et dès que je le refermais, le manomètre accusait la même pression. Cette expérience réussit avec d'autres acides

---

[1] Nous n'avons pu trouver trace de la note de Galy-Cazalat (*et non* Galicasala) dont Georges Aimé fait mention dans ce passage.

minéraux et d'autres carbonates que celui de chaux, mais lorsque l'acide est concentré il y a toujours explosion de l'appareil. J'ai ensuite essayé l'action des acides végétaux concentrés sur les carbonates alcalins et en particulier sur le carbonate de soude, mais au lieu d'un simple flacon, j'ai opéré avec un appareil plus commode et dont les indications étaient plus exactes : en voici la description.

Une éprouvette de 7 à 8 pouces de longueur, d'un diamètre extérieur de un pouce et demi environ et d'un diamètre intérieur de 14 lignes, fut rodée à sa partie ouverte. Deux disques de cuivre recouverts avec des rondelles de cuir, furent placés à ses deux extrémités et maintenus au moyen de trois vis en cuivre parallèles à l'axe de l'éprouvette. D'après cette disposition il était possible de la fermer hermétiquement; mais afin de pouvoir introduire dans son intérieur les substances sur lesquelles on voulait opérer, le disque supérieur fut percé à son centre d'un trou de 10 lignes de diamètre. Un écrou fut ensuite disposé de manière à recevoir un couvercle qui était lui-même muni d'un manomètre solidement construit; enfin, le disque appuyé sur la partie fermée de l'éprouvette était lui-même fixé sur un pied ou support de manière à pouvoir maintenir l'appareil vertical.

Pour se servir de l'appareil, il suffisait donc d'enlever le couvercle, d'y placer l'acide, d'y jeter ensuite le carbonate et enfin de replacer le couvercle. Le manomètre pouvait s'enlever de l'appareil sur lequel il était maintenu au moyen d'une vis; un robinet empêchait le gaz de s'échapper.

Pour savoir si l'appareil ne perdait pas, j'introduisis dans son intérieur de l'air, au moyen d'une pompe foulante vissée sur l'écrou du manomètre; ayant ainsi constaté que l'éprouvette gardait bien, je recommençai la série de mes expériences.

On sait que l'acide acétique concentré et en excès versé sur le carbonate de soude ou de potasse le décompose complètement à l'air libre. Tout l'acide carbonique s'échappe; il semble donc au premier coup d'œil que si le gaz provenant de la

décomposition est retenu dans l'éprouvette, il doit acquérir, s'il est en quantité suffisante, une tension capable de faire équilibre à trente atmosphères; car à la température ordinaire, c'est la force qu'il est nécessaire d'employer pour le liquéfier. Cependant si l'on considère que l'énergie de l'acide carbonique doit croître avec sa densité, on conçoit que sous une certaine pression il pourra acquérir une force d'action sur les alcalis comparable à celle des acides végétaux, et que par conséquent à cette pression la décomposition pourra s'arrêter. C'est, en effet, ce que l'expérience confirme parfaitement.

Avec le carbonate de soude et l'acide tartrique, la pression n'a pas dépassé sept atmosphères; avec l'acide acétique, la pression a atteint six atmosphères.

Avec l'acide citrique, le manomètre a marqué six atmosphères et demie.

Désirant reconnaître si la décomposition du carbonate était arrêtée par la pression de l'acide carbonique seul ou par la pression d'un gaz quelconque, j'introduisis un acide dans une ampoule en verre terminée par un tube capillaire ayant à peu près la longueur de l'éprouvette. L'ampoule fut placée dans l'éprouvette; je comprimai l'air à trois ou quatre atmosphères; je brisai ensuite l'ampoule, et le manomètre marqua trois ou quatre atmosphères de plus que ceux qu'indiquait le manomètre avec la seule pression de l'acide carbonique. Ce n'est donc que la pression de l'acide carbonique seul, qui peut arrêter la décomposition d'un carbonate. Cette expérience est importante à noter, comme on le verra plus loin.

Nous avons donc à notre disposition un moyen de représenter numériquement, s'il m'est permis de m'exprimer ainsi, les affinités des différens acides végétaux pour la même base.

Il serait curieux de rechercher si ces nombres n'ont pas quelques rapports simples avec les capacités de saturation des différens acides. Mais je dois l'avouer ici, ma position ne m'a pas permis de compléter des expériences qui semblent présenter quelque intérêt, comme le prétend M. Dumas, qui a bien voulu

m'honorer de quelques conseils à ce sujet en 1834, époque à laquelle je lui en fis prendre connaissance.

On pourrait croire que les pressions obtenues dépendaient des quantités relatives des substances employées ou de leur masse individuelle, considérées relativement à la capacité de l'éprouvette. Voici comment je m'en assurai : ayant versé de l'acide acétique en quantité considérable sur du carbonate de soude, j'attendis que le manomètre devînt stationnaire, alors je laissai échapper une partie du gaz, et le manomètre revint à la même indication.

Je variai ensuite les doses d'acide et de carbonate, et quand ces doses étaient en quantité suffisante pour que le gaz qui se serait formé à l'air libre remplît trente ou quarante fois la capacité de l'éprouvette, je retrouvai toujours sensiblement la même pression.

Il semble donc résulter de ces faits, que l'affinité de l'acide carbonique convenablement comprimé, peut devenir égale à celle d'un acide organique quelconque, de manière que la base se combine indifféremment avec l'acide carbonique ou avec l'acide organique.

Désirant connaître les produits qui devraient se former dans une éprouvette ainsi chargée de gaz d'acide carbonique, j'abandonnai l'expérience à elle-même pendant huit ou dix jours, et je fus fort surpris, au bout de ce temps, de trouver dans l'intérieur une belle cristallisation en aiguilles qui s'étendaient dans toute la longueur de l'éprouvette; le manomètre était redescendu à zéro.

Craignant que le gaz ne se fût échappé, je recommençai l'expérience après avoir vérifié l'exactitude de l'appareil avec l'air; et je retrouvai les mêmes résultats. Là se terminent mes travaux sur ce genre de phénomènes; des circonstances imprévues me forcèrent de les suspendre. Je ne puis donc pas certifier que le gaz carbonique se soit intégralement conservé dans l'appareil, et si par conséquent la cristallisation obtenue était celle d'un composé d'une espèce particulière et qui ne

pourrait être engendré que sous l'influence de la pression. Au reste je me propose de reprendre bientôt ce genre de recherches et de décider à quoi l'on doit s'en tenir sur ce sujet.

Il est facile de reconnaître l'utilité que l'on peut tirer du phénomène de la pression dans les laboratoires, je me contenterai d'indiquer à ce sujet une expérience qui m'est propre. Le carbonate d'ammoniaque du commerce perd une grande partie de son poids quand on le distille : une partie d'acide carbonique et l'ammoniaque s'échappent à l'état de gaz pendant l'opération. Pour remédier à cet inconvénient, j'ai essayé d'en distiller dans le tube fermé, l'opération a bien marché, et quand le tube a été suffisamment refroidi, je l'ai coupé pour retirer le carbonate, qui avait distillé presque en entier.

D'après ce que nous avons vu précédemment, il semble résulter que, quand un corps est décomposé par la chaleur, ce n'est pas la pression d'un gaz ou d'une vapeur quelconque qui peut arrêter sa décomposition; c'est le gaz qui lui-même provient de la décomposition qui peut agir. Je suis donc porté à penser que certains composés qui, pendant qu'on les chauffe, se décomposent, résisteraient à la décomposition et passeraient à la distillation s'ils étaient plongés dans une atmosphère convenable; et qu'ainsi l'indigo, par exemple, passerait à la distillation, s'il était chauffé dans une atmosphère d'azote.

Qu'il me soit permis de dire ici un mot du pétrole ou huile de naphte que l'on rencontre en sources assez abondantes dans certaines contrées de l'Asie.

Généralement on admet que la formation de ce composé a accompagné la formation de la houille. Or la houille existant souvent en couches à de grandes profondeurs au-dessous de la croûte du globe, a dû être soumise à des pressions énormes; les produits de transformation du bois à l'état de houille ont dû participer à cette pression et être modifiés en conséquence. Il est donc probable que la pression a dû entrer pour quelque chose dans la formation de l'huile de pétrole,

que jusqu'alors on n'a pu reproduire dans aucun laboratoire. C'est pourquoi je crois que des expériences, tentées dans le but d'étudier les compositions provenant de la décomposition des matières végétales ou animales soumises à de très fortes pressions, amèneraient nécessairement à la découverte de composés qui peut-être ne peuvent s'obtenir par aucun autre moyen.

RÉSUMÉ

Je crois avoir établi que la pression joue un grand rôle dans les actions chimiques, qu'elle doit être prise en considération dans l'étude des phénomènes géologiques, et que son emploi peut conduire non seulement à la découverte d'une série de composés inconnus jusqu'à ce jour, mais encore aux lois qui président à certaines réactions.

VU ET APPROUVÉ PAR LE DOYEN
DE LA FACULTÉ DES SCIENCES.

Baron THENARD.

PERMIS D'IMPRIMER.
L'Inspecteur général des études
chargé de l'administration de l'Académie de Paris,
ROUSSELLE.

———

RECHERCHES EXPÉRIMENTALES

SUR LES

OSCILLATIONS ÉLECTRIQUES

Par A. TURPAIN

PRÉPARATEUR DE PHYSIQUE A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE BORDEAUX

INTRODUCTION

Les expériences que Heinrich Hertz réalisa à Bonn à la fin de 1888 ont mis en évidence l'existence des oscillations électriques. Ces oscillations se propagent de proche en proche dans tout l'espace environnant l'appareil duquel elles émanent.

Cet appareil, l'*excitateur* de Hertz, consiste essentiellement en un condensateur électrique dont les armatures sont reliées à deux boules métalliques situées à quelques millimètres l'une de l'autre. Les armatures sont formées, soit par deux plaques métalliques de 40 centimètres de côté disposées dans le même plan, soit par deux sphères de 10 centimètres de rayon. Elles sont reliées respectivement aux deux bornes de l'induit d'une bobine de Ruhmkorff en activité. Une étincelle de décharge se produit alors entre les deux boules du condensateur.

L'excitateur fonctionnant, Hertz, persuadé qu'il est le centre de vibrations électriques se propageant dans tout le milieu qui l'entoure, cherche à constater leur existence. Comme appareil d'investigation, il prend un simple cerceau de cuivre constituant un circuit ouvert en un point. A cette interruption, l'écartement des deux extrémités de la tige métallique qui forme le cerceau peut varier de très petites quantités, grâce à une vis micrométrique dont se trouve armée l'une de ses extrémités.

Si l'on dispose ce circuit qui constitue le *résonateur* de

Hertz au voisinage de l'excitateur, on constate qu'il se produit une étincelle à la partie interrompue du cerceau métallique.

Cette étincelle dénote par sa présence la propagation d'une action électrique depuis l'excitateur qui la produit jusqu'au résonateur qui la décèle.

Si l'on dispose à une certaine distance devant l'excitateur un écran métallique, on peut montrer l'existence entre l'excitateur et l'écran d'ondulations électriques stationnaires. Il suffit, en effet, de déplacer le cercle résonateur à partir de l'excitateur, en le maintenant parallèle à l'écran. On constate alors qu'à la partie interrompue il se produit alternativement des étincelles et des extinctions. Ces alternatives de fonctionnement et d'extinction correspondent aux ventres et aux nœuds des ondulations électriques.

De semblables phénomènes s'observent encore si l'on déplace le résonateur en maintenant son plan perpendiculaire à la direction de deux longs fils de cuivre horizontaux et parallèles tendus à partir de l'excitateur; leurs extrémités voisines de cet appareil sont réunies à des plaques métalliques parallèles à celles de l'excitateur.

L'espace environnant un excitateur en activité, espace dans lequel un résonateur est susceptible de fonctionner, constitue ce que l'on nomme le *champ hertzien* créé par cet excitateur.

Hertz a indiqué quelques-unes des propriétés que possède un tel champ. Les expérimentateurs qui ont repris ses expériences se sont surtout attachés à étudier la manière dont se comportent plusieurs résonateurs de longueurs différentes quand on les déplace dans un même champ. La propagation des oscillations électriques dans des diélectriques autres que l'air a été également l'objet de très nombreuses recherches.

Les résultats auxquels sont parvenus les physiciens qui ont étudié le champ hertzien seront indiqués plus loin.

Nous nous sommes proposé dans ce mémoire de faire du champ hertzien une étude expérimentale aussi systématique et aussi complète que possible.

Pour des raisons que nous indiquerons plus loin, nous nous sommes astreints à n'employer dans l'investigation de ce champ que des résonateurs filiformes, c'est-à-dire du type même de l'appareil imaginé par Hertz.

Pour permettre un mode d'observation plus délicat, nous avons associé un téléphone à ces résonateurs et nous avons montré que l'adjonction de cet appareil ne compliquait pas le fonctionnement du résonateur.

Nous avons tout d'abord étudié, en plaçant le résonateur dans toute une série de positions différentes, le champ hertzien ordinaire concentré par deux fils conducteurs parallèles.

Une étude analogue du champ hertzien concentré par un fil unique nous a permis d'énoncer une série de résultats intéressants, en ce qu'ils permettent de déduire, en s'appuyant sur de simples raisons de symétrie, les propriétés offertes par le champ à deux fils de celles présentées par le champ à un seul fil.

Nous avons été ainsi conduits, par la comparaison des résultats relatifs à ces deux sortes de champs, à constituer un champ à deux fils différent de celui imaginé par Hertz : le champ interférent. La réalisation de ce champ nous a permis d'indiquer une solution du problème de la multicommunication en télégraphie au moyen des oscillations électriques. Cette application du champ hertzien à la télégraphie est développée à la fin de ce travail.

Nous avons essayé ensuite de nous rendre compte du fonctionnement du résonateur, et l'idée que nous avons eue de pratiquer dans un résonateur filiforme de Hertz une coupure de quelques centimètres indépendamment de celle offerte par le micromètre, nous a permis d'augmenter le nombre des renseignements fournis par l'expérience touchant le résonateur. L'étude comparative du résonateur complet et du résonateur à coupure met en relief les résultats auxquels conduit l'emploi de ce nouvel appareil. Cette étude permet, en outre, par la simplicité des lois qui s'en dégagent, de grouper en un

seul énoncé celles relatives au résonateur complet et celles relatives au résonateur à coupure.

Dans une autre partie de notre travail, nous avons étudié comparativement le champ hertzien dans l'air et le champ hertzien dans des milieux autres que l'air, tels que l'huile, l'eau. L'investigation du champ faite en déplaçant un même résonateur dans deux positions différentes montre que, dans l'une de ces positions, le résonateur fournit des résultats tout à fait indépendants de la nature du milieu dans lequel il se trouve plongé.

Dans la seconde position, au contraire, le résonateur indique des longueurs d'onde qui diffèrent avec la nature du milieu qui le baigne.

Les lois expérimentales que nous avons déduites de nos expériences propres, ainsi que de celles qui découlent d'expériences déjà connues et que nous avons dû répéter, ont été réunies en un chapitre spécial.

Nous ne nous sommes pas attachés dans cette étude à rechercher la confirmation par l'expérience d'une théorie; notre but a été plutôt de fournir au théoricien désireux d'édifier une théorie complète de ces phénomènes des renseignements expérimentaux, sinon suffisants, du moins plus nombreux que ceux qu'il possédait jusqu'à présent.

L'historique des diverses questions dont nous avons été amenés à nous occuper au cours de ce travail est donnée avec l'exposé même de ces questions. En rapprochant les résultats auxquels nous sommes parvenus de ceux qu'ont énoncés avant nous d'autres physiciens, nous indiquons les résultats que nos expériences ont confirmés, ceux avec lesquels elles sont en désaccord, et enfin les faits nouveaux qu'elles établissent.

Ce travail, commencé au laboratoire de physique théorique de la Faculté des sciences de Bordeaux en 1894, a dû être abandonné au moment où nous avions à peine installé les

nombreux dispositifs que nécessite ce genre de recherches. Nous n'avons pu reprendre ces expériences qu'en 1897; elles ont été disposées et réalisées à la Station centrale d'Électricité de Bordeaux-les-Chartrons, où un vaste local a été aimablement mis à notre disposition.

Nous remercions M. Duhem, professeur de physique théorique à la Faculté des sciences de l'Université de Bordeaux, des conseils qu'il a bien voulu nous donner; un grand nombre des expériences relatées dans ce travail ont été inspirées par lui. Nous lui devons la plus vive gratitude pour l'affectueuse bienveillance qu'il n'a cessé de nous témoigner en mettant à notre disposition toutes les ressources de son laboratoire.

Nous devons aussi une bien grande reconnaissance à M. Renous, directeur de la Station centrale d'Électricité de Bordeaux-les-Chartrons, qui a si généreusement mis à notre disposition et les ressources de sa station et l'aide intelligente de son personnel. Non seulement il nous a offert un local puis y installer commodément nos expériences, mais il nous a encore gracieusement fourni le courant électrique dont il dispose et n'a cessé de nous montrer pendant tout le cours de ces études le plus amical intérêt.

Nous adressons enfin notre plus reconnaissant souvenir à nos anciens maîtres :

M. Brunel, doyen de la Faculté des sciences de Bordeaux;

M. Pionchon, professeur de physique à la Faculté des sciences de l'Université de Grenoble; pour le bienveillant intérêt qu'ils nous ont témoigné dans bien des circonstances.

CHAPITRE Ier

Dispositifs expérimentaux.

§ I. — Les Sources d'Électricité.

Nous avons entretenu les divers excitateurs dont nous nous sommes servi dans nos expériences à l'aide de bobines de Ruhmkorff qui étaient alimentées par des courants empruntés aux batteries d'accumulateurs de la station électrique de Bordeaux-les-Chartrons.

Une ligne spéciale amenait le courant des accumulateurs aux bornes de la bobine. Ces accumulateurs, du genre Tudor, fournissaient une différence de potentiel aux bornes variant depuis 1v9 jusqu'à 2v2. Le régime de décharge de la batterie s'élevait à 36 ampères à l'heure pendant dix heures. — On se servit pour les expériences d'un nombre d'éléments variant entre 12 et 20; la différence de potentiel dont on disposait ainsi pouvait être comprise entre 22 volts et 45 volts environ. Un rhéostat intercalé dans le circuit permettait de faire varier l'intensité du courant envoyé dans la bobine d'induction depuis la valeur de 5 ampères jusqu'à une valeur voisine de 40 ampères.

La plupart des expériences ont été exécutées à l'aide d'un courant dont l'intensité était comprise entre 12 ampères et 15 ampères.

Le circuit inducteur de la bobine comprenait un interrupteur de Foucault à mercure. Cet interrupteur était mis en activité à l'aide d'un élément d'accumulateur détaché à cet effet de la batterie. Le godet à mercure qui se trouvait dans le circuit même de l'interrupteur, circuit comprenant l'électro-

aimant qui attirait la tige vibrante, était garni, à la partie supérieure, d'une couche d'alcool amylique. Le second godet, au sein duquel se produisaient les étincelles de rupture du circuit primaire de la bobine, était muni, au-dessus du mercure, d'une couche d'huile de vaseline ou mieux d'huile de pétrole. On évitait ainsi l'inflammation du liquide isolant par les étincelles de rupture, ainsi que les projections de ce liquide. L'emploi d'huile de pétrole permettait de se servir de l'interrupteur sans le nettoyer pendant deux ou trois jours.

Nous avons fait usage de deux bobines d'induction : la première, construite par les ateliers Ruhmkorff, mesurait 60 centimètres de longueur et 22 centimètres de diamètre. Cette bobine, qui appartient à la collection du laboratoire de physique théorique de la Faculté des sciences de Bordeaux, pouvait fournir des étincelles dont la longueur atteignait 37 centimètres.

La seconde est une bobine construite par M. Ducretet, mesurant 25 centimètres de longueur et 13 centimètres de diamètre. Cette bobine, empruntée au service de chimie minérale de la dite Faculté, fournit des étincelles de 9 centimètres.

§ II. — Les Excitateurs.

Les excitateurs employés étaient du même type que ceux dont s'est servi Hertz; les uns étaient constitués par des plaques; les autres consistaient en sphères métalliques creuses.

1. Excitateurs a plaques. — Nous avons employé un assez grand nombre de ces excitateurs. Les dimensions des plaques variaient depuis 1 mètre carré jusqu'à 1 décimètre carré. Elles étaient armées au milieu d'un de leurs côtés d'une tige métallique creuse à l'intérieur de laquelle glissait à frottement doux une tige pleine terminée par une sphère de cuivre.

Les deux plaques A, A formant l'excitateur étaient fixées soit parallèlement (*fig.* 1), soit dans le même plan. Dans la disposition indiquée sur la figure, les tiges pleines *t*, *t* pénètrent dans un manchon de verre *m*, qu'on remplit d'huile de pétrole. Deux tubulures *a*, *b* permettent de remplir ou de vider commodément le manchon.

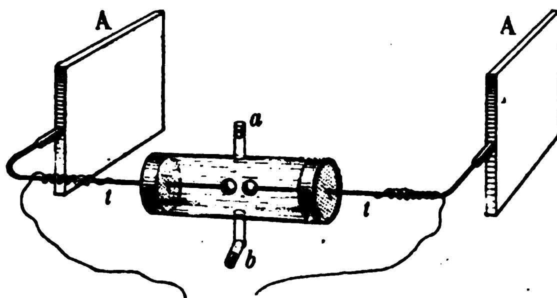


Fig. 1.

Le tableau suivant résume les indications relatives aux dimensions et à la nature des différents excitateurs à plaques employés :

	FORME ET DIMENSIONS	NATURE	LONGUEUR de la TIGE CREUSE
A	Carré de 1m » de côté	Etain	»
B	— 0 75 —	Zinc	0m25
C	— 0 50 —	—	0 15
D	Rectangle de 0m50/0m25	—	0 08
E	Carré de 0m32 de côté	Aluminium	»
F	— 0 25 —	Zinc	0 07
G	— 0 20 —	Laiton	0 12
H	— 0 10 —	—	0 065
I	Cercle de 0m25 de diamètre	—	0 08 (*a*)
J	Carré de 0m25 de côté	Acier	0 03

(*a*) La tige creuse était perpendiculaire au plan du cercle en son centre.

L'excitateur A était constitué, vu ses dimensions, par deux écrans de toile tendue sur des cadres de bois. Ces écrans

étaient recouverts de papier d'étain. On réalisait ainsi, sous une faible masse, un excitateur de capacité notable. Les bords des deux cadres étaient soigneusement isolés par une couche épaisse de paraffine pour atténuer la déperdition due aux parties saillantes.

Quant aux autres excitateurs, on en avait arrondi le plus possible les angles et on les avait également recouverts d'une couche de paraffine.

L'excitateur J était constitué par deux séries de 6 plaques carrées de 25 centimètres de côté. Les plaques de chacune des séries étaient disposées parallèlement dans une caisse de bois, à 3 centimètres de distance les unes des autres. Les intervalles étaient garnis de paraffine dont on avait rempli toute la caisse. Des tiges de cuivre soudées aux plaques traversaient les parois de la caisse et permettaient d'établir entre les plaques les connexions convenables.

Afin de se prémunir contre l'influence de la lumière violette, signalée par Hertz(1), puis par M. Swyngedauw(2), les manchons de verre à l'intérieur desquels se trouvaient les boules de cuivre étaient recouverts de papier noir. D'ailleurs, l'opacité de l'huile de pétrole employée, opacité qui allait en augmentant à mesure que l'appareil fonctionnait, rendait bientôt invisible l'étincelle de l'excitateur. Malgré la décomposition de l'huile par cette étincelle, les manchons de verre pouvaient être employés pendant six ou huit heures sans qu'il fût nécessaire de changer le liquide.

2. Excitateurs sphériques. — Nous nous sommes également servi d'excitateurs constitués par des sphères métalliques creuses dont les diamètres variaient de 15 à 5 centimètres. Ces sphères avaient été très soigneusement tournées, et ne présentaient aucune aspérité.

---

(1) H. Hertz, *Recherches sur les ondulations électriques* (*Archives des Sciences physiques et naturelles de Genève*, 3e période, t. 21, p. 286, 1889).
(2) R. Swyngedauw (Thèse, Paris, 1897).

Pour constituer un excitateur sphérique on disposait à l'intérieur d'une caisse de bois pleine d'huile deux sphères de même diamètre, placées à quelques millimètres l'une de l'autre. Comme la masse d'huile déplacée était supérieure à la masse des sphères, on maintenait les sphères par pression sur de petits godets de bois qui, mobiles le long d'une glissière pratiquée au fond de la caisse, permettaient d'approcher ou d'éloigner les sphères l'une de l'autre.

Ce dispositif rappelle celui qu'a employé M. Righi (1).

La communication avec les bornes de la bobine d'induction au lieu d'être assurée par deux fils fixés à l'excitateur même, comme cela se trouvait réalisé dans le cas des excitateurs à plaques, était obtenue au moyen de deux petites sphères de cuivre (1 à 2 centimètres de diamètre) qui communiquaient avec les bornes de la bobine et venaient plonger dans l'huile à un ou deux millimètres de chaque sphère.

Indépendamment de cette disposition des sphères par couple, nous en avons employé une autre, consistant à ranger tout un jeu de sphères côte à côte (les centres étant placés sur une même ligne horizontale), au fond d'une caisse de bois de longueur suffisante, remplie d'huile de pétrole.

La disposition des sphères de même diamètre est indiquée par l'arrangement des lettres ci-dessous, qui se rapporte à un excitateur à dix sphères :

$$\mathcal{E}, \mathcal{D}, \mathcal{C}, \mathcal{B}, \mathcal{A}, \mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{C}, \mathcal{D}, \mathcal{E}.$$

Cette disposition était employée, en particulier, dans nos expériences de multicommunication.

Ci-joint un tableau des excitateurs sphériques employés :

---

(1) A. Righi, *L'Optique des oscillations électriques* (*Archives des Sciences physiques et naturelles de Genève,* 4e période, t. 4, p. 401, 1897).
L'Ottica delle oscillazioni elettriche. Bologna, Zanichelli, 1897.

COUPLE DE SPHÈRES	DIMENSIONS	NATURE
A	15cm de diamètre.	Laiton.
B	12 —	—
C	10 —	—
D	9 —	—
E	8 —	—
F	7 —	—
G	6 —	—
H	5 —	—

§ III. — Les Résonateurs.

Nous classerons les résonateurs qui nous ont servi dans cette étude en trois groupes.

1. Résonateurs circulaires. — Ils étaient constitués, à l'image de ceux que Hertz a employés, par une tige de laiton ou de fer, contournée en circonférence, dont une des extrémités aboutissait à une vis micrométrique, et dont l'autre extrémité, arrondie, venait se placer au-dessous de la pointe de la vis micrométrique.

Ces circonférences de laiton étaient fixées à de légères croix de bois qui leur servaient de supports.

Certains résonateurs, au lieu d'être formés d'une seule tige de métal, présentaient en une région une solution de continuité ou *coupure* (*fig.* 2). Les extrémités des deux arcs métalliques qui, issus du micromètre, venaient ainsi aboutir à la coupure étaient munies de bornes serre-fils permettant d'y fixer des fils souples conducteurs de faible diamètre.

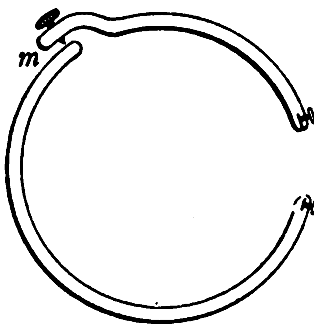


Fig. 2.

2. Résonateurs rectangulaires. — Une autre série de résonateurs fut également employée. Ils ne différaient des précédents que par leur forme qui, au lieu d'être circulaire, était carrée ou rectangulaire. Certains d'entre eux présentaient une coupure.

3. Résonateurs de formes diverses. — Outre ces deux types de résonateurs, nous avons dû employer un certain

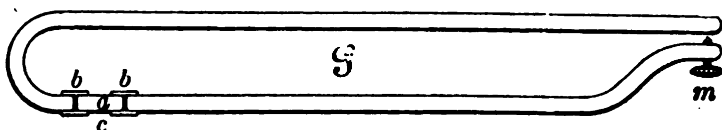


Fig. 3.

nombre d'appareils présentant une forme spéciale et que nous allons successivement décrire.

Résonateurs oblongs. — Deux résonateurs de forme oblongue ont été mis en expérience.

L'un, 𝒢, constitué par une tige de fer contournée comme l'indique la figure 3 portait son micromètre *m* à l'une des extrémités de la grande dimension du rectangle aplati qu'il formait. Une coupure *c*, ménagée vers l'autre extrémité, pouvait être supprimée à l'aide de bagues de cuivre *b*, *b*

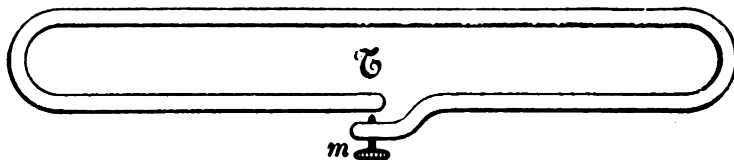


Fig. 4.

permettant de raccorder la portion *a* de la tige de métal qui avait été coupée. On pouvait ainsi, à volonté, transformer ce résonateur de résonateur complet en résonateur à coupure.

L'autre, 𝒯 (*fig.* 4), également en fer, présentait la même forme et différait du premier en ce que le micromètre *m* se

trouvait placé au milieu de la grande dimension du rectangle aplati qui formait le résonateur.

Résonateur circulaire a coupure variable Q. — Ce résonateur (*fig.* 5) était constitué par une série d'arcs de fer $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon$ qui, placés bout à bout et réunis à l'aide de petites bagues de cuivre *a*, *b*, *c*, *d*, formaient une circonférence complète de 40 centimètres de diamètre environ. Le développement de chacun de ces arcs était le suivant :

$$\alpha = \varepsilon = 33^{cm} \qquad \beta = \delta = 14^{cm} \qquad \gamma = 33^{cm}.$$

L'arc δ était lui-même scindé en trois portions mesurant 3, 4 et 7 centimètres.

En supprimant un des arcs métalliques, on transformait le résonateur complet en résonateur à coupure.

De plus, par un agencement convenable des divers arcs qui constituaient le résonateur, on pouvait arriver à faire varier la position de la coupure par rapport à celle du micromètre.

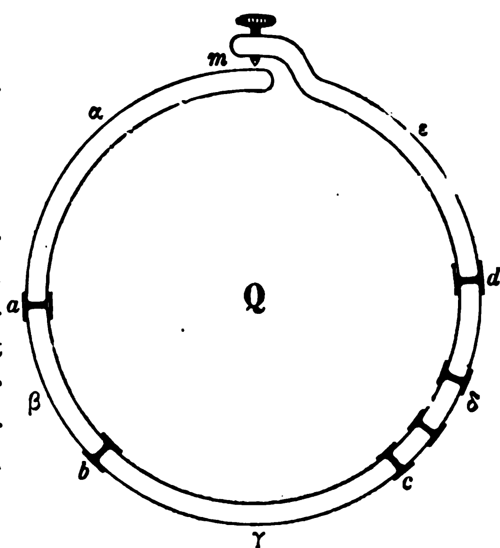


Fig. 5.

Résonateur a coulisse R. — Ce résonateur (*fig.* 6) était en laiton. Il était constitué par deux arcs métalliques pleins, venant aboutir au micromètre et qui pouvaient glisser à l'intérieur de deux autres arcs de laiton creux, réunis entre eux par une tige d'ébonite qui constituait la coupure du résonateur.

En faisant glisser les arcs évidés sur les arcs pleins, on faisait occuper à la coupure toute une série de positions différentes sur la circonférence du résonateur.

L'appareil était construit de manière à permettre, par la suppression simultanée d'une portion d'arc de laiton plein et d'une portion d'arc de laiton creux, d'augmenter les limites extrêmes des positions successives de la coupure. Le plus petit arc μ du résonateur coupé pouvait ainsi croître de 50° à 180°.

Résonateur a plusieurs micromètres 𝔙. — Ce résonateur rectangulaire était constitué par des tiges de fer pliées à angle droit et auxquelles venaient s'adapter des tiges de cuivre munies à l'une de leurs extrémités d'une vis micrométrique filetée suivant l'axe même de la tige.

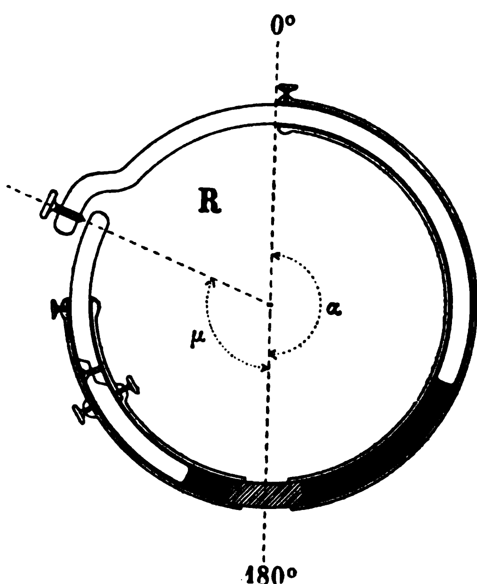


Fig. 6.

L'appareil est représenté figure 7 sous la forme d'un rectangle au milieu duquel sont disposés les micromètres *m*, *n*, *o*, *p*. On avait ainsi un résonateur à 4 micromètres, qu'on pouvait d'ailleurs, à l'aide des trois bagues *b*, *b*, *b*, transformer en résonateur rectangulaire complet à un seul micromètre *m*. Ce micromètre, normal, pouvait tourner en *a* autour de la tige qui le supportait.

Résonateurs contournés. — Certains résonateurs 𝒪, 𝒯, de forme carrée ou rectangulaire destinés à présenter une longueur assez grande sous des dimensions réduites, étaient formés de deux spires rectangulaires. Les extrémités étaient

contournées de manière à venir se placer néanmoins en face

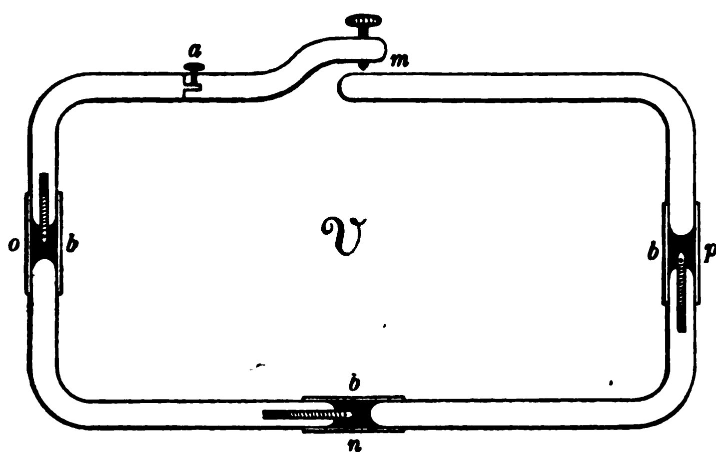


Fig. 7.

l'une de l'autre, et on y fixait un micromètre *m* (*fig.* 8).

Ci-joint un tableau des différents résonateurs qui furent

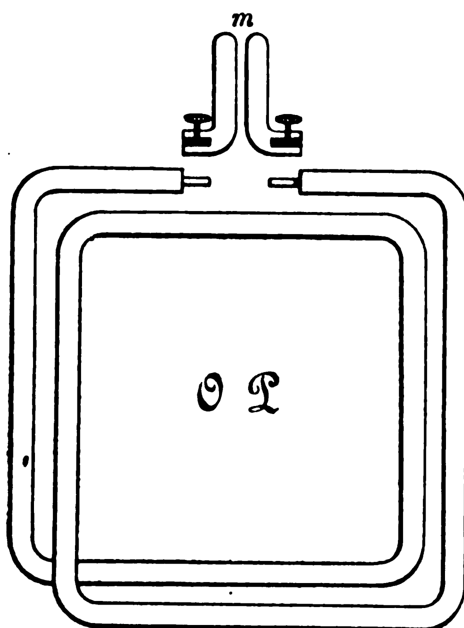


Fig. 8.

employés et où se trouvent indiqués les détails relatifs à leur construction.

En faisant glisser les
faisait occuper à la c
différentes sur la circo
L'appareil était cor
suppression simulta
et d'une portion d'a
extrêmes des pos
petit arc μ du rés
à 180°.

RÉSONATEUR
teur rectangu

RÉSONATEURS	FORME	LONGUEUR	ÉPAISSEUR	NATURE	MICRO…	
M	Circulaire.	0m52	0cm6	Cuivre.	Normal.	A coupure : mc
N	—	0 80	0 6	Cuivre.	Normal.	A coupure : $mc = 26$
P	—	1 25	0 6	Cuivre.	Tangent.	Complet.
Q	—	1 26	0 5	Fer.	Normal.	A coupure variable : $\alpha = 33^{cm}$, $\beta = 14^{cm}$,
R	—	1 25	1 »	Cuivre.	Normal.	A coulisse : $c = 4^{cm}$.
S	—	1 50	1 »	Fer.	Normal.	Complet.
T	—	1 96	0 8	Cuivre.	Normal.	Complet.
V	—	2 »	0 8	Cuivre.	Tangent.	Complet.
X	—	1 96	0 8	Cuivre.	Normal.	A coupure : $mc = 63^{cm}$, $c = 21^{cm}$, $cm = 1^{m}12$.
Y	—	1 60	1 »	Cuivre.	Tangent.	Complet.
𝔐	Rectangulaire.	0 46		Fer.	Tangent.	Le même micromètre s'adapte aux 4 résonateurs.
𝔑	—	0 56		Cuivre.	Tangent.	
𝔒	Rect. à 2 spires	0 90		Fer.	Tangent.	
𝔓	—	1 20		Fer.	Tangent.	
𝔔	Rectangulaire.	0 45		Cuivre.	Tangent.	Le même micromètre s'adapte aux deux résonateurs.
ℜ	—	0 85		Cuivre.	Tangent.	
𝔖	Oblong.	1 50	0 8	Fer.	Tangent.	Le microm. se trouve à l'extrémité du rés. Coup. vers l'autre extrém. $= 3^{cm}$.
𝔗	—	1 50	0 8	Fer.	Normal.	Le micromètre se trouve au milieu du plus grand côté. Complet.
𝔘	Rectangulaire.	1 40	1 »	Fer et Cuivre.	Tangents.	30^{cm} sur 40^{cm} : à 4 micromètres (1 tournant) au milieu des côtés.
𝔙	—	2 »	1 »	Fer.	Normal.	40^{cm} sur 60^{cm}.
𝔜	—	2 50	1 »	Fer et Cuivre.	Tangent.	50^{cm} sur 75^{cm} : à longueur variable.
ℨ	Carré	4 »	0 6	Cuivre.	Tangent.	1^{m} sur 1^{m}. Le micromètre se trouve au milieu d'un côté.

§ IV. — Les Micromètres.

Les résonateurs étaient munis de micromètres formés par une vis micrométrique de laiton ou mieux d'acier, d'un pas de $0^{mm}75$ et qui était filetée dans l'épaisseur même d'une des extrémités du résonateur. Les extrémités de la tige de certains résonateurs étaient contournées de telle sorte (*fig.* 9) que l'axe de la vis micrométrique se trouvait dans le plan même du résonateur et dans la direction d'un rayon de la circonférence formée par ce résonateur. Nous désignons cette disposition sous le nom de *micromètre normal*. L'étincelle éclatait alors normalement à la circonférence du résonateur.

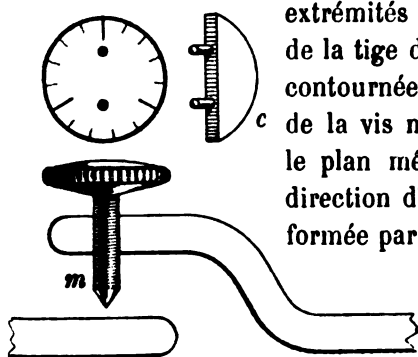


Fig. 9.

D'autres résonateurs que nous nommerons résonateurs à *micromètres tangents* (*fig.* 10) présentaient, au contraire, une disposition du micromètre telle que l'axe de la vis micrométrique était dans la direction d'une tangente à la circonférence du résonateur. L'étincelle au résonateur éclatait alors suivant une tangente à la circonférence. Ce sont ces micromètres qui ont été employés par Hertz et par la plupart des expérimentateurs qui l'ont suivi.

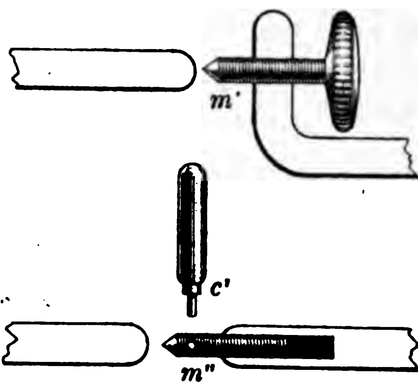


Fig. 10.

La tête de la vis micrométrique était soigneusement divisée

en trois arcs égaux, subdivisés en cinq parties, si bien qu'un déplacement d'une division représentait pour l'extrémité de la vis une course de $0^{mm}05$. En utilisant le molettage du pourtour de la vis et en se servant d'un repère, on pouvait apprécier le cinquième de division, c'est-à-dire mesurer la longueur d'une étincelle au micromètre à moins de $0^{mm}01$.

Il est nécessaire, pendant les mesures, de ne pas mettre le corps de l'observateur en contact avec le résonateur. Aussi, pour manier la vis micrométrique, se servait-on d'une sorte de clef *c* en ébonite, analogue à celles qui servent à serrer les têtes des compas. Cette clef venait s'insérer dans deux trous dont était munie la tête de la vis micrométrique.

Nous avons employé également des vis micrométriques d'un pas de moindre longueur, qui pouvaient être utilisées avec les mêmes résonateurs. A cet effet, la nouvelle vis traversait une petite pièce de cuivre que l'on fixait à l'extrémité du résonateur en utilisant la filière dont était munie la tige de cuivre débarrassée de la vis au 75/100 de millimètre. Ces vis présentaient des pas de $0^{mm}50$ et de $0^{mm}15$ et permettaient d'effectuer des mesures plus précises que les précédentes. Les vis dont le pas était $0^{mm}15$ furent surtout utilisées au cours des déterminations faites par la méthode du téléphone, méthode qui exige l'emploi d'un micromètre des plus sensibles.

§ V. — Concentration du champ.

Pour la concentration du champ, on a fait usage de l'un des trois dispositifs que nous allons décrire et qui avaient pu être montés simultanément, presque côte à côte, grâce au grand espace qui nous était offert à la station électrique des Chartrons.

1. Champ a fils (*fig.* 11). — Deux tiges rectangulaires de bois de chêne bien sec T, T, mesurant $0^{m}90$ de longueur, étaient munies à leurs extrémités de fortes cordes de chanvre *c*

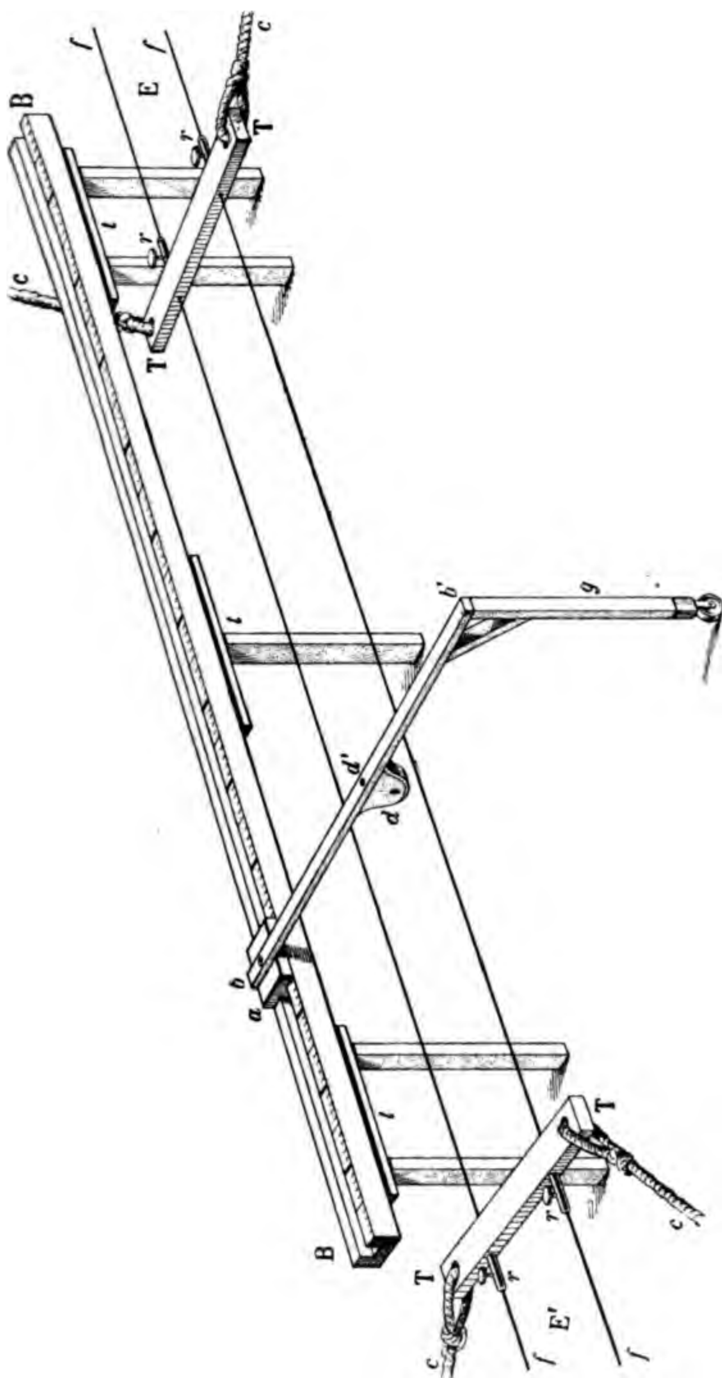


FIG. 11.

qui étaient fixées à de robustes attaches. Ces tiges étaient percées de trous pouvant juste livrer passage à du fil de cuivre de 1 millimètre de diamètre. Elles servaient à tendre parallèlement deux fils de cuivre *f*, *f* qui étaient terminés du côté de l'excitateur par deux plaques parallèles à celles de l'excitateur. Les tiges permettaient en outre, en utilisant les différents trous dont elles étaient percées, de faire varier la distance entre les deux fils métalliques parallèles. Ces fils étaient arrêtés par de petits raccords de laiton *r*, *r* dans lesquels ils étaient enfilés et que l'on fixait fortement au moyen d'une vis de pression. Ces raccords, venant buter contre les tiges de bois, servaient à tenir tendus les fils de cuivre.

Ce système était disposé à une hauteur de $1^{m}60$ du sol. Deux des extrémités des fils de cuivre aboutissaient en E à de petits disques de cuivre de 12 centimètres de diamètre placés en regard des plaques de l'excitateur employé. Les deux autres étaient libres en E′.

A côté des fils et parallèlement à leur direction était disposé, fixé à des tréteaux *t*, *t*, une pièce de bois B, B, longue de 8 mètres, dans l'épaisseur de laquelle on avait pratiqué une rainure. Un morceau de bois *a*, présentant une section en forme de T, s'engageait dans la rainure et pouvait se déplacer d'un bout à l'autre de la pièce de bois.

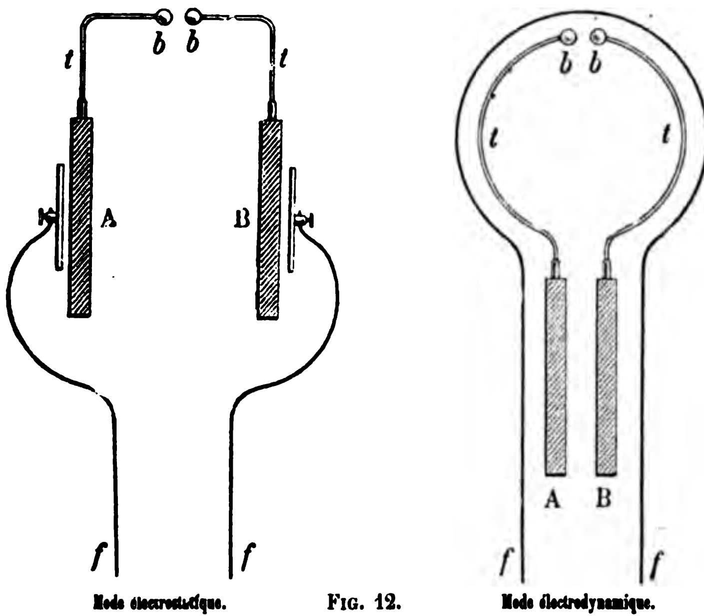
On y fixait une mince tige de bois dur *bb′*, possédant en son milieu une partie renflée où l'on fixait les résonateurs, soit horizontalement en *d*, soit verticalement en *d′*. L'extrémité *b′* s'appuyait sur un pied de bois *g* qui roulait sur le sol.

Sur la longueur de la pièce de bois B, B était collée une bande de papier divisée en millimètres et qui servait à repérer la position du résonateur dans le champ des fils.

Comme on le voit, cette manière de concentrer le champ dû à l'excitateur par deux fils de cuivre est identique à celle qu'ont employée Hertz (1) et MM. Sarasin et

(1) H. Hertz, *Sur la transmission des ondes électriques par des fils conducteurs* (*Archives des Sciences physiques et naturelles de Genève*, 3e période, t. 22, p. 231, 1889).

de la Rive [1]. On pouvait d'ailleurs facilement passer de ce mode de concentration à celui employé par M. Blondlot [2]. Il suffisait pour cela de rapprocher les plaques de l'excitateur l'une de l'autre et de les réunir aux deux boules de cuivre entre lesquelles jaillissait l'étincelle excitatrice par des tiges métalliques en forme d'arcs de cercle; à la surface de ces tiges était



Mode électrostatique. FIG. 12. Mode électrodynamique.

fixé, à l'aide d'un tube en caoutchouc, un fil de cuivre recouvert d'un bon isolant; les extrémités de ce fil venaient aboutir aux raccords de cuivre qui maintenaient les deux fils de concentration tendus entre les barres de bois. La figure 12 indique d'une manière plus explicite comment on pouvait ainsi passer très aisément du premier mode de concentration dénommé électrostatique au second mode dit électrodynamique [3].

---

(1) Ed. Sarasin et L. de la Rive, *Sur la résonance multiple des ondulations électriques* (*Ibid.*, t. **23**, p. 113, 1890).
(2) Blondlot, *Journal de Physique*, 2e série, t. **10**, p. 549.
(3) H. Poincaré, *Les Oscillations électriques*, p. 112.

2. Champ a bandes. — Nous avons concentré également le champ hertzien à l'aide d'un système de deux lames métalliques de 6 à 10 mètres de longueur sur 50 centimètres de hauteur.

Ces lames concentraient le champ dû à l'excitateur A, à plaques de 1^{mq}. A cet effet, on avait tendu à 2^{m}50 du sol quatre fils de fer parallèles placés dans un même plan horizontal. Trois de ces fils étaient distants de 25 centimètres, le quatrième était éloigné de 50 centimètres du troisième. A ces fils venaient s'accrocher, soutenus par des cordons isolants, des rectangles de tôle mince d'acier de 65 centimètres de longueur sur 50 centimètres de hauteur. On disposait ces rectangles côte à côte et on en réunissait les bords par de petites pinces formées d'un morceau de tôle replié sur lui-même. On constituait ainsi une lame conductrice de 50 centimètres de hauteur et à laquelle on pouvait donner une longueur allant jusqu'à 10 mètres. Ce système était très commode à déplacer, et, grâce aux quatre fils tendus, on pouvait à volonté placer les deux lames parallèles à une distance de 25, de 50, de 75 centimètres ou de 1 mètre. Deux des extrémités de ces bandes métalliques venaient au contact de deux écrans de 1^{mq}, recouverts de papier d'étain et qui étaient portés par le même support que les écrans constituant les plateaux de l'excitateur.

Le dispositif ainsi constitué rappelait le mode de concentration employé par Hertz, à cela près que les fils étaient remplacés par des bandes métalliques de 50 centimètres de largeur; aussi les phénomènes observés furent-ils des plus intenses. Ce dispositif est très propre à servir d'appareil de démonstration.

Ici encore, il était très aisé de passer du mode de concentration décrit à un autre mode rappelant celui de M. Blondlot; il suffisait pour cela de réunir les deux écrans de concentration l'un à l'autre par une bande de papier fort préalablement recouvert de papier d'étain.

On pouvait faire usage d'un pont réunissant les deux lames. Il suffisait pour cela de munir un léger tréteau d'une lame d'acier de 50 centimètres de hauteur et de largeur un peu inférieure à l'intervalle des deux bandes métalliques; cette lame portait sur ses bords des fils de cuivre très souples; ces fils formaient une sorte de balai glissant de part et d'autre sur les deux lames qui concentraient le champ.

Au-dessous des lames et sur la surface même du sol était disposé un chemin de bois de 6 à 10 mètres de long, portant une division en décimètres et sur lequel glissaient de très légers tréteaux de bois supportant les divers résonateurs. Le pied de chaque tréteau glissait dans un rail de bois et se déplaçait ainsi en face des divisions qui avaient été tracées sur ce rail. Ce pied portait lui-même à sa partie inférieure une division en centimètres s'étendant sur la longueur d'un décimètre seulement. Cette disposition permettait de repérer la position du tréteau et, par suite, celle du résonateur, au centimètre près.

3. Champ a réservoir. — Un troisième dispositif concentrait le champ à l'intérieur d'un réservoir pouvant contenir différents liquides.

A cet effet, deux fils, partant de plaques situées en face de celles de l'excitateur D, pénétraient à l'intérieur d'une cuve parallélipipédique de bois de 4 mètres de longueur sur 25 centimètres de profondeur et 30 centimètres de largeur. Cette cuve pouvait contenir de 230 à 260 litres de liquide. Les fils parallèles qui y pénétraient étaient tendus dans le sens de la longueur et retenus par des raccords de cuivre venant buter contre les parois terminales de la cuve.

Une tige de bois de la largeur de la cuve, pouvant glisser sur les parois latérales, servait de support aux divers résonateurs ($\mathcal{M}$, $\mathcal{N}$, $\mathcal{O}$, $\mathcal{L}$, $\mathcal{Q}$, $\mathcal{R}$, M et N) qu'on utilisait dans ce dispositif. Une bande de papier, divisée en millimètres et préalablement collée le long de la cuve, servait à repérer la

position de la tige de bois portant les résonateurs, ainsi que celle d'un pont glissant sur les deux fils; ce pont était muni d'un index qui permettait d'en relever la position exacte alors même que l'opacité du liquide empêchait de l'apercevoir.

La cuve était soutenue par deux forts taquets de bois dur situés au tiers de la longueur; ces taquets, vissés fortement contre le fond de la cuve et de largeur supérieure à celle de la cuve, laissaient passer par deux trous un fort câble de chanvre dont les extrémités avaient été réunies par une épissure très soignée. Ces deux cordons venaient s'agrafer, à 2 mètres au-dessus de la cuve, au crochet d'un palan différentiel solidement fixé au plafond. De la sorte, on pouvait aisément élever ou abaisser la cuve, même pleine de liquide, malgré son grand poids.

Tant pour concentrer le champ à l'intérieur de la cuve que pour la soustraire aux perturbations de l'extérieur, cette cuve se trouvait entourée d'une sorte de treillis de fils métalliques tendus entre les côtés horizontaux de deux rectangles de bois de 1 mètre sur 90 centimètres, qui étaient distants l'un de l'autre de 6^m50. Ces fils parallèles, placés à un intervalle de 10 centimètres les uns des autres, formaient une véritable cage enfermant à son intérieur la cuve et les appareils qu'elle contenait, ainsi que l'excitateur.

L'étude de liquides conducteurs tels que l'eau obligeait à écarter le plus possible l'une de l'autre les boules de l'excitateur, afin que cet appareil produisît des oscillations très intenses, le liquide affaiblissant très notablement l'intensité des phénomènes observés par suite de sa conductibilité.

Dans ces conditions, des étincelles éclataient de temps en temps entre les plaques de l'excitateur et les fils de la cage, et ces décharges pouvaient être ressenties par l'observateur qui était en contact avec les fils de la cage pendant la lecture des positions du résonateur ou pendant le réglage de cet appareil.

Pour obvier à cet inconvénient, nous avons supprimé la

cage de concentration. On rend les phénomènes facilement observables, même dans le cas de liquides conducteurs, en employant le dispositif suivant. Les fils qui traversent le réservoir ne sont pas reliés en en sortant avec les plaques de concentration du champ situées parallèlement à celles de l'excitateur. Ces fils sont tendus dans l'air, à l'extérieur du réservoir, sur une longueur de 3 mètres environ, avant d'être reliés aux plaques de concentration du champ. De cette façon, le champ est concentré par deux fils parallèles tendus sur une longueur de 7 mètres, dont une portion de 4 mètres disposée à l'intérieur du réservoir et pouvant à volonté être entourée de liquide.

Le résonateur est alors disposé dans l'air, dans une région située entre l'excitateur et le réservoir, et des ponts mobiles peuvent être déplacés tant dans la partie du champ située à l'intérieur du réservoir que dans celle située à l'extérieur.

CHAPITRE II

Les méthodes de mesure.

Les mesures que nous avons eu à effectuer étaient de deux sortes :

1° Des mesures comparatives de l'intensité de l'étincelle se produisant au micromètre du résonateur.

2° Des mesures permettant de déterminer les sections ventrales et les sections nodales du champ.

§ I. — Mesure des étincelles au micromètre.

Cette mesure s'effectuait à l'aide du micromètre.

Le résonateur étant amené dans la position où l'on voulait juger de l'intensité de l'étincelle, on agissait lentement sur la vis micrométrique, à l'aide de la clef isolante, de manière à augmenter graduellement la distance explosible au micromètre, et cela jusqu'à ce que les étincelles au micromètre cessent d'être continues; en général, elles ne se produisaient plus qu'à des intervalles de temps irréguliers. On avait soin alors, à l'aide d'un petit morceau de toile d'émeri très fin, de nettoyer la pointe de la vis micrométrique ainsi que la région de la tige du résonateur située en face et contre laquelle éclataient les étincelles.

Les étincelles redevenaient alors continues, ou si elles demeuraient discontinues, elles éclataient du moins pendant quelques instants, à intervalles de temps réguliers.

En continuant ainsi à augmenter la distance explosive du micromètre tout en nettoyant les régions en regard, on atteignait la limite d'explosion. On procédait alors à la mesure de cette distance explosive limite. Pour cela on faisait rétrograder la vis micrométrique et l'on comptait le nombre de tours et de fractions de tour (facilement mesurables grâce

aux divisions du tambour de la vis), dont il fallait tourner la vis pour que l'œil armé d'une loupe cessât de voir se produire l'étincelle au micromètre. On admettait alors que la pointe de la vis était en contact avec le métal.

Il était possible de contrôler la mesure en opérant comme il suit. On éloignait la vis du micromètre jusqu'à une distance supérieure à la limite que l'on cherchait à mesurer. les étincelles ne se produisaient pas; on nettoyait soigneusement les régions en regard, puis on diminuait progressivement et lentement la distance jusqu'à ce qu'une étincelle se manifestât. On déterminait alors comme précédemment la distance explosive correspondante.

En général, cette manière d'opérer donnait un résultat très légèrement inférieur à celui que fournissait la mesure précédente. On prenait la moyenne des deux déterminations.

Il suffisait de multiplier le nombre observé de tours et de fractions de tour par le pas de la vis micrométrique, pour avoir en millimètres la distance explosive limite. Avec les vis micrométriques employées, cette distance était facilement appréciable à moins de $0^{mm}01$ près.

Le tableau suivant fournit un exemple numérique détaillé de cette mesure :

MESURE DES ÉTINCELLES.

DISTANCES	ÉTINCELLES
I. — LA DISTANCE AUGMENTE.	
1^{mm} »	Continues.
1 050	Discontinues.
On nettoie à l'émeri.	
$1^{mm}575$	Continues.
1 600	Discontinues.
1 790	Nulles.
II. — LA DISTANCE DIMINUE.	
On nettoie à l'émeri.	
2^{mm} »	Nulles.
1 780	Apparaissent.
Distance explosive admise : $1^{mm}785$.	

§ II. — Détermination des concamérations.

Pour déterminer les concamérations et pour mesurer la longueur de l'internœud ou la distance de deux ventres consécutifs, on a employé deux méthodes :

1° Celle du micromètre, utilisée par Hertz, par MM. Sarasin et de la Rive, par M. Blondlot, et par bien d'autres expérimentateurs.

2° Celle du téléphone, qui nous est propre et permet d'arriver dans la mesure à une grande exactitude.

Méthode du micromètre. — Elle consiste essentiellement à observer les étincelles qui se produisent au micromètre, et à noter les positions du résonateur pour lesquelles ces étincelles sont de longueur maxima *(ventres)* et celles où elles présentent une longueur minima *(nœuds)*.

On peut opérer de deux manières :

1° On déplace le résonateur le long des fils ou des lames concentrant le champ et l'on relève les positions des maxima et minima d'étincelles; c'est ainsi qu'opéraient Hertz, MM. Sarasin et de la Rive.

2° On laisse le résonateur immobile et l'on déplace soit un pont jeté sur les deux fils, soit une plaque reliant les deux lames de concentration. Le pont étant ainsi déplacé lentement depuis l'extrémité des fils la plus éloignée de l'excitateur jusqu'au voisinage du résonateur, on note les positions de ce pont qui déterminent au résonateur la production de l'étincelle maxima ou de l'étincelle minima. C'est le procédé employé par M. Blondlot.

On peut démontrer que la distance de deux positions successives du pont qui donnent au résonateur des étincelles maxima est égale à la distance séparant deux ventres successifs, c'est-à-dire, par définition même, à la distance de deux positions successives du résonateur pour lesquelles on obtient, en opérant par la première manière, des étincelles maxima.

Soit en effet (*fig.* 13) E le point de réunion des fils du côté de l'excitateur (1[er] mode de concentration), r le résonateur, R, R' les points des fils situés en face du résonateur. Supposons que le résonateur donne des étincelles maxima lorsque le pont est en $M_1M'_1$ ou en $M_2M'_2$.

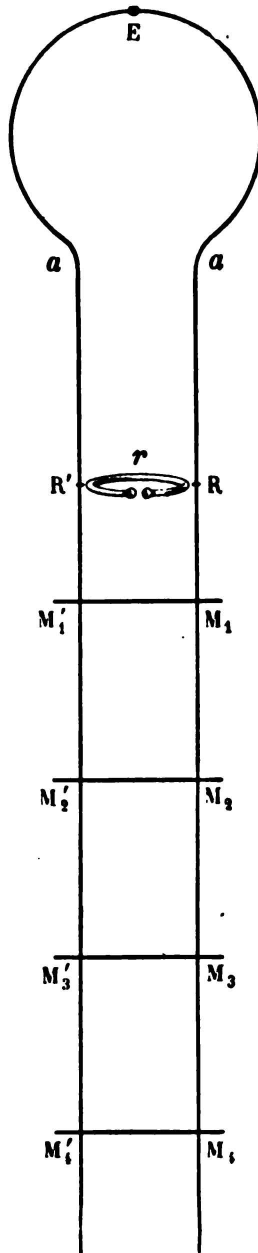


Fig. 13.

Considérons une perturbation partie de E : elle parcourt le chemin $ER = a$, agit sur le résonateur, puis parcourt le chemin $RM_1M'_1R' = l$ et produit alors un deuxième effet sur le résonateur. Par raison de symétrie, l'action de cette perturbation à son passage en R sur le résonateur est identique à l'action qu'elle y produit à son passage en R'. Suivons cette perturbation : elle parcourt R'ER, agit une troisième fois sur le résonateur, etc... En définitive, la perturbation agit sur le résonateur après avoir parcouru des chemins exprimés par

a	$a + l$
$3a + l$	$3a + 2l$
$5a + 2l$	$5a + 3l$
....	....

Considérons, en second lieu, la perturbation qui se propage en sens contraire à partir de E; elle actionne le résonateur après avoir parcouru les chemins :

	a
$a + l$	$3a + l$
$3a + 2l$	$5a + 2l$
$5a + 3l$	$7a + 4l$
....	....

Si le résonateur reste fixe et que le pont se déplace, a demeure invariable alors que l varie. Les actions sur le résonateur s'ajouteront lorsqu'on aura

$$l = 2k\frac{\lambda}{2}.$$

Si $M_1M'_1$ et $M_2M'_2$ sont deux positions successives du pont qui donnent au résonateur des étincelles maxima, on a :

$$RM_1M'_1R' = 2k\frac{\lambda}{2},$$
$$RM_2M'_2R' = 2(k+1)\frac{\lambda}{2};$$

donc

$$M_1M_2 + M'_1M'_2 = \lambda,$$

et comme

$$M_1M_2 = M'_1M'_2,$$
$$M_1M_2 = \lambda/2.$$

Ainsi donc la distance qui sépare deux positions successives du pont produisant des étincelles maxima au résonateur est égale à la demi-longueur d'onde des oscillations que décèle ce résonateur, c'est-à-dire à la distance qui sépare deux ventres successifs que ce même résonateur décèlerait par déplacement direct.

Ce résultat justifie l'emploi de la méthode du pont pour la détermination des longueurs d'onde.

MM. Sarasin et de la Rive, M. Blondlot mesuraient la longueur de l'internœud ; à cet effet, ils cherchaient par tâtonnement la plus petite distance explosive à maintenir au micromètre pour que, lorsqu'on déplaçait le résonateur ou le pont tout le long du champ, le micromètre manifestât constamment une étincelle, sauf au moment précis du passage par un nœud.

On peut se proposer au contraire de mesurer la distance de deux ventres consécutifs en maintenant alors au micromètre

une distance explosive maxima telle que pour un déplacement du résonateur ou du pont tout le long du champ, il ne se produise d'étincelles qu'au passage par un ventre.

Si l'on a soin de maintenir les surfaces métalliques en regard dans un état constant de propreté, par l'emploi de toile d'émeri très fréquemment passée sur les deux pôles du micromètre, on obtient une détermination de la distance de deux ventres consécutifs qui ne le cède en rien comme exactitude à la détermination de l'internœud.

Cette méthode s'inspire, comme on le voit, des précautions indiquées par M. Swyngedauw (1) pour la détermination rationnelle d'une distance critique.

En employant, comme nous l'avons fait dans la plupart de nos déterminations, simultanément les deux procédés, on se ménage d'utiles moyens de contrôle.

Toutefois, on ne peut guère par cette méthode mesurer une demi-longueur d'onde à moins de 1/30 de sa valeur.

Méthode du téléphone. — Au lieu de faire appel au sens de la vue pour constater le passage successif du résonateur aux sections nodales et ventrales, on peut s'adresser à l'oreille et manifester à l'ouïe le passage du résonateur dans ces différentes sections; ce n'est plus alors une métaphore de dire qu'un résonateur de Hertz résonne ou qu'il reste muet, mais bien l'expression d'une réalité. Par ce moyen, en effet, on peut faire entendre à tout un auditoire les oscillations hertziennes.

Le dispositif que nous avons imaginé, à cet effet utilise un fait que nous avons signalé en 1895 (2), celui de la très facile résonance d'un résonateur circulaire qui présente une coupure.

---

(1) R. Swyngedauw, Thèse 1897.

(2) *Procès-verbaux de la Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux*, 4 avril 1895.

Il suffit d'introduire dans la coupure de ce résonateur le circuit d'une pile contenant un téléphone; au moment où le résonateur vibre, l'étincelle qui s'y produit ferme le circuit de la pile dans le téléphone et impressionne celui-ci.

Ce n'est pas, à proprement parler la manifestation électrique des étincelles du résonateur qui actionne le téléphone; mais ce sont ces étincelles qui commandent l'entretien de ce téléphone par une pile auxiliaire, si bien que les interruptions successives du courant de la pile modulent à l'oreille, sous forme de bruits interrompus, les oscillations électriques que les aspects de l'étincelle peignent aux yeux. Et si l'on s'astreint à regarder le micromètre du résonateur coupé en même temps qu'on écoute le téléphone, on peut dire que l'on voit en même temps qu'on l'entend la manifestation des oscillations hertziennes.

Ce mode d'investigation par l'ouïe, outre qu'il constitue un moyen d'étude bien plus commode que celui qui emploie la vue, se montre en même temps bien plus susceptible de donner aux mesures une grande précision. L'oreille, en effet, pour peu qu'elle soit éduquée, sait apprécier les variations d'intensité et distinguer les nuances avec bien plus de délicatesse que l'œil; alors qu'à la vue on ne saurait dire si une étincelle est plus lumineuse à un endroit qu'à un autre, le téléphone, par le bruit qu'il transmet à l'oreille, permet à celle-ci de trancher sûrement la question.

Il ne suffit pas d'introduire simplement dans le circuit d'un résonateur coupé une pile et un téléphone pour obtenir, après quelques tâtonnements, un phénomène sonore épousant bien complètement le régime même des oscillations, s'éteignant, prenant corps et s'exagérant avec elles, de telle sorte que toute cause qui annihile les oscillations rende muet le téléphone. Il faut une adaptation bien déterminée des diverses parties du dispositif pour permettre un réglage exact de l'appareil. Le courant de la pile auxiliaire ne doit être ni trop faible, ni trop intense; emprunté à une pile à liquides, il pré-

sente des différences d'intensité qui rendent le réglage impossible; aussi a-t-il fallu faire choix de piles sèches, et encore parmi elles a-t-il fallu employer des types différents selon le résonateur qu'il s'agissait d'alimenter et les oscillations qu'il s'agissait de déceler. Si bien que l'on peut dire que non seulement chaque résonateur, mais encore chaque excitateur qui l'entretient, exige l'emploi d'un courant auxiliaire judicieusement choisi.

En effet, si le courant de la pile est trop fort, avant que le micromètre offre l'intervalle correspondant aux oscillations, le courant de la pile sera capable de surmonter l'obstacle que lui oppose l'interruption, et le téléphone sera constamment entretenu, mais par à-coups, suivant que le courant passe plus ou moins facilement. Si, au contraire, le courant de la pile est par trop faible, alors que le micromètre sera bien accordé pour déceler les sections ventrales et nodales, les étincelles qui s'y produiront ne rendront pas l'interruption suffisamment conductrice pour que le courant surmonte l'obstacle, et le téléphone demeurera muet malgré la présence des étincelles au micromètre.

En définitive, il faut arriver à proportionner les différentes parties du dispositif : pile, résonateur, excitateur, de telle sorte que l'intervalle micrométrique soit inférieur à celui pour lequel les étincelles d'oscillations cessent de se produire, tout en étant supérieur à celui que la pile est capable de surmonter. Or, ces intervalles sont compris entre $\frac{7}{100}$ et $\frac{25}{100}$ de millimètre ; on comprend quelle attention exige un tel réglage. En fait, ce n'est qu'à la suite de patients tâtonnements qu'on arrive à donner à l'expérience toute sa puissance de démonstration, et nous avons dû persister dans la recherche d'un bon agencement des diverses parties du dispositif durant plusieurs semaines avant d'atteindre un parfait réglage et de pouvoir le reproduire à volonté.

En revanche, on est amplement dédommagé des soins minutieux qu'a exigés l'expérience par la fidélité avec laquelle

le téléphone suit les variations du micromètre, à ce point que lorsqu'on déplace le résonateur dans le champ on commence à entendre le bourdonnement du téléphone dès qu'on quitte une région nodale, mais tout d'abord très faiblement et sans grande constance; bientôt le bourdonnement devient constant, de hauteur bien égale, en même temps que plus intense; il affecte enfin son maximum d'intensité lorsqu'on traverse la région ventrale, pour diminuer ensuite graduellement à mesure qu'on s'éloigne de cette région et s'éteindre enfin complètement si l'on atteint la région nodale suivante.

Il est, dès lors, fort aisé de fixer avec une très grande approximation la position exacte des différentes sections nodales ou ventrales.

Un exemple bien propre à montrer toute la délicatesse de ce moyen d'investigation est fourni en réglant le micromètre de façon que l'étincelle y atteigne la plus petite longueur possible ($\frac{2}{100}$ à $\frac{3}{100}$ de millimètre). Il est alors à peine possible à l'œil, armé même d'une loupe, de distinguer l'étincelle, et cela, au prix d'une très grande fatigue ; dans ces mêmes conditions, le téléphone transmet à l'oreille un grésillement des plus distincts et qui cesse dès qu'une cause quelconque, l'interposition d'un écran métallique, par exemple, fait cesser l'étincelle du micromètre. — Bien plus; si l'on déplace un résonateur ainsi réglé et qu'on l'amène dans une section nodale, on ne cessera pas d'entendre le grésillement de la plaque du téléphone, car le résonateur avec une si minime ouverture du micromètre enregistre des oscillations perturbatrices, mais il sera facile de saisir la différence entre le grésillement saccadé et fréquemment interrompu qu'on entend alors et le bruit remarquablement continu qui se produit en une région ventrale.

On peut faire une objection à ce mode d'investigation, consistant à se demander si l'entretien dans le circuit du résonateur d'un courant auxiliaire n'en changeait pas les conditions de fonctionnement, au point de vue du phénomène

même des oscillations hertziennes. — On peut répondre par l'expérience à cette objection, et cela en supprimant la pile auxiliaire. On se contente alors de fermer le circuit d'un résonateur coupé par un bon téléphone. L'oscillation hertzienne se charge alors elle-même d'entretenir le téléphone et l'induction très rapide produite entre les pointes du micromètre se scinde en une série de groupes d'oscillations dont chacune donne une impulsion à la plaque du téléphone. — Il est facile, d'ailleurs, de s'assurer que le régime du téléphone, par rapport au résonateur, n'a pas changé en faisant successivement deux expériences, l'une avec le secours de la pile, l'autre sans le secours de la pile auxiliaire. Le son perçu est bien de même hauteur dans les deux cas; il n'a perdu qu'en intensité, l'induction hertzienne n'entretenant pas le téléphone avec la même force qu'une pile auxiliaire spéciale. Pour bien saisir les sons du téléphone dans ce dispositif simplifié, il est nécessaire d'opérer dans un endroit très silencieux. On répond ainsi à l'objection formulée précédemment et, de plus, on n'est pas tenu de déplacer avec le résonateur une pile auxiliaire.

Une dernière objection peut être faite à ce dispositif, même ainsi simplifié : un résonateur de Hertz qui fonctionne est un appareil au sein duquel se produit un phénomène assez complexe; n'est-ce pas augmenter encore la complexité de l'appareil que de lui adjoindre un téléphone? Le téléphone constitue un moyen commode d'investigation, mais il apporte tout un système très compliqué de fils, d'électro-aimant, de plaque vibrante, qui peut participer au renforcement des vibrations par le résonateur et doit entrer dans le calcul de sa capacité.

C'est pour répondre à cette nouvelle objection que nous nous sommes efforcés de rendre tout à fait indépendant du résonateur le téléphone qui devait en déceler le fonctionnement. A cet effet, nous avons remis en expérience un résonateur de Hertz sans coupure et nous avons essayé de rendre perceptible le bruit que la petite étincelle du micromètre ne devait pas manquer de faire.

Lorsqu'en effet, on concentre d'une manière suffisante le champ hertzien dans une direction bien déterminée, on arrive, avec un peu d'attention, à entendre un très faible bruit, dû à chaque étincelle du micromètre, pourvu que l'écartement de ses pôles soit outré (1 millimètre), ce qui exige que le résonateur soit disposé très près de l'excitateur qui l'entretient.

Persuadé que dans son régime ordinaire le micromètre devait faire entendre ses décharges, que seule leur très faible intensité rendait imperceptibles, nous nous sommes proposé d'en exagérer les effets sur l'oreille. Il suffit pour cela d'en recueillir le bruit à l'aide d'un très sensible microphone. Qu'un téléphone se trouve attelé au microphone, et l'ensemble de ces deux appareils va jouer, par rapport à l'oreille, le rôle que joue, par rapport à l'œil, la loupe avec laquelle on examine les microscopiques étincelles du résonateur : le très faible bruit produit par ces étincelles impressionnant le microphone, sera commodément saisi par l'oreille attentive au téléphone.

Le réglage de ce dernier dispositif ne laisse pas que d'exiger de très minutieuses précautions, ainsi qu'une longue et patiente obstination. Cependant, une fois rompu au maniement de ces appareils, on peut arriver à en reproduire presque à volonté les effets.

Aucune des différentes objections que soulevait l'adaptation des dispositifs précédents ne demeure. Tout l'appareil qui décèle à l'oreille les oscillations hertziennes est rendu absolument indépendant du fonctionnement même du résonateur dont il rend commode l'observation.

L'étude des sections nodales et ventrales et la mesure des concamérations relatives à un résonateur donné, faites d'une manière comparative avec ces trois modes d'emploi du téléphone, peut, *a posteriori*, légitimer l'emploi de l'un des deux premiers. Nous avons effectué une série de mesures dans l'air, mesures relatives à un résonateur déterminé, à un excitateur déterminé et à un dispositif auquel rien n'a été changé pendant toute la durée de ces mesures comparatives.

Voici quelques nombres extraits du registre d'expériences :

RÉSONATEUR X A COUPURE. — EXCITATEUR A PLAQUES G ; DISPOSITIF A FILS.

MÉTHODE EMPLOYÉE	*n*	*v*	*n*	*v*	*n*	*v*
Méthode du micromètre............	1^m15	2^m20	3^m28	4^m30	5^m42	6^m47
	1 13	2 22	3 28	4 32	5 40	6 50
Méthode du téléphone avec pile auxiliaire..	1 13	2 20	3 30	4 32	5 44	6 50
	1 15	2 18	3 30	4 31	»	»
Méthode du téléphone sans pile........	1 13	2 23	3 33	4 45	5 50	6 50
	1 15	2 25	3 34	4 45	»	»
Méthode du téléphone avec microphone...	1 15	2 20	3 30	4 32	»	»
	1 13	2 22	»	»	5 43	6 46

La coïncidence presque complète des nombres trouvés par ces trois méthodes téléphoniques et par l'observation de l'étincelle au micromètre légitimait l'emploi de l'une ou l'autre des deux premières méthodes téléphoniques pour l'investigation du champ hertzien. On peut donc, suivant le degré de commodité qu'elles présentent dans chaque cas particulier, employer indifféremment l'une ou l'autre.

AUTRES MÉTHODES ANALOGUES. — Il est des cas où l'on ne peut songer à employer le téléphone, par exemple lorsqu'on ne peut disposer que de rares instants de complet silence.

Nous avons songé alors à remplacer le téléphone par un autre appareil.

1° On peut employer des lampes à incandescence qui s'allument périodiquement à chaque passage du courant d'une pile auxiliaire. Mais le temps qu'un filament de lampe met à rougir est bien plus long que le temps que met une plaque de téléphone à vibrer ; aussi ce dispositif manque de sensibilité et n'offre guère d'intérêt que comme moyen commode de démontrer l'existence des ondulations électriques.

2° Si l'on ferme le circuit d'un résonateur à coupure sur une pile reliée à un galvanomètre, on dispose alors d'un appareil très sensible et qui réalise un moyen commode d'observation de la résonance électrique. Il est nécessaire, dans ce cas, de faire choix d'un galvanomètre apériodique très sensible.

CHAPITRE III

Analyse expérimentale du Champ.

§ I. — Détermination de la longueur à donner aux fils qui concentrent le champ.

Nous nous sommes tout d'abord proposé une étude systématique du champ hertzien ordinaire, c'est-à-dire du champ d'oscillations qu'on forme en tendant deux longs fils métalliques parallèles devant un excitateur en activité.

Déplaçons dans un pareil champ un résonateur dont le plan est perpendiculaire aux fils, le centre du résonateur étant dans le plan des fils et au milieu de leur intervalle.

Si l'on a pris soin de placer le micromètre sur une perpendiculaire au plan des fils, on constate que le déplacement du résonateur produit au micromètre des étincelles de longueur alternativement maxima et minima.

Ces points où le fonctionnement du résonateur présente des maxima et des minima d'intensité sont situés à des distances égales les unes des autres.

Hertz, qui le premier a constaté ce phénomène(1), l'a attribué à un système d'ondulations électriques stationnaires provenant de l'interférence de l'onde directe partie des extrémités des fils voisins de l'excitateur et de l'onde réfléchie aux extrémités opposées de ces fils. MM. Sarasin et de la Rive (2) ont confirmé l'opinion de Hertz et ont, en outre, montré que

(1) H. Hertz, *Sur la transmission des ondes électriques par des fils conducteurs* (*Archives des Sciences physiques et naturelles de Genève*, 3e période, t. **22**, p. 23, 1889).

(2) Ed. Sarasin et L. de la Rive, *Sur la résonance multiple* (*Ibid.*, t. **23**, p. 113, 1890).

si, dans le même champ, on déplaçait plusieurs résonateurs de longueurs différentes, chaque résonateur partageait la longueur totale des fils en un certain nombre de concamérations de longueur constante pour chacun des résonateurs, mais de longueur variable d'un résonateur à l'autre.

Ils ont admis comme conclusion de leurs expériences qu'un même excitateur de Hertz émettait tout un cortège d'ondulations électriques de longueurs d'onde différentes et que chaque résonateur renforçait une seule de ces ondulations et, par suite, la décelait à l'exclusion de toutes les autres. Ils ont admis que l'excitateur de Hertz était à *résonance multiple.*

M. Poincaré (1) et M. Bjerkness (2) ont montré depuis, le premier par des considérations théoriques, le second au moyen de très soigneuses expériences, que ce fait de la résonance de plusieurs résonateurs de longueur différente dans le champ créé par un même excitateur, peut s'expliquer par un effet d'amortissement.

Nous n'entrerons pas dans l'étude de cette question particulière, qui a été l'objet d'un grand nombre de recherches expérimentales, notamment de la part de MM. Waitz (3), Rubens (4), Pérot (5), Drude (6), Nils Strindberg (7). Nous ferons

---

(1) H. Poincaré (*Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, août 1890; *Archives de Genève*, 3e période, t. **25**, p. 5 et 609, 1891).

(2) V. Bjerkness, *Ueber die Dämpfung schneller electrischer Schwingungen*, (*Wiedemann's Annalen*, t. **44**, p. 74, 1891).

Ueber die Erscheinung der multiplen Resonanz electrischer Wellen (*Ibid.*, p. 92, 1891.)

Ueber den zeitlichen Verlauf der Schwingungen im primären Hertz'schen Leiter (*Ibid.*, p. 152, 1891).

Sur le mouvement de l'électricité dans l'excitateur de Hertz (*Archives de Genève*, 3e période, t. **26**, p. 229, 1891).

(3) Waitz, *Ueber die Wellenlangen electrischer Schwingungen* (*Wiedemann's Annalen*, t. **41**, p. 435, août 1890).

(4) Rubens (*ibid.*, t. **42**, p. 154, 1891).

(5) Perot, *Sur les oscillations de Hertz* (*Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, t. **114**, p. 165, 1892).

(6) Drude, *Zum Studium des electrischen Resonators* (*Wiedemann's Annalen*, t. **53**, p. 721, 1894).

(7) Nils Strindberg, *Sur la résonance multiple des oscillations électriques* (*Archives de Genève*, 3e période, t. **32**, p. 129, 1894).

seulement remarquer que, conformément aux résultats de l'étude expérimentale de M. Nils Strindberg, reprise récemment par M. Décombe (1), les dimensions des tiges de métal employées dans nos résonateurs nous plaçaient dans des conditions telles que nous devions retrouver le phénomène de la résonance multiple de MM. Sarasin et de la Rive, tel que l'ont décrit ces auteurs.

Toutefois, ce phénomène ne se présente avec une très grande netteté que si l'on a pris soin de choisir une longueur convenable pour les fils concentrant le champ.

Nous avons reconnu, après Hertz, que pour obtenir avec un résonateur donné un système de ventres et de nœuds se succédant bien régulièrement, à intervalles égaux, il faut donner aux fils de concentration une longueur déterminée; cette longueur, que l'on trouve par tâtonnement, est voisine d'un multiple de la demi-longueur d'onde ou d'un multiple de la longueur d'onde relative au résonateur employé, suivant qu'on relie ou non par un pont fixe les extrémités des fils.

Par suite, pour constituer un champ qui présente bien nettement le phénomène de résonance multiple, il faudra choisir pour longueur des fils de concentration une longueur voisine d'un multiple commun des longueurs d'onde relatives aux résonateurs qu'on a l'intention de promener dans le champ.

Nous avons été guidé par ces remarques dans le choix des procédés que nous avons employés pour déterminer la longueur à donner aux fils.

1er procédé. — On se propose de déterminer les sections nodales et ventrales par la méthode directe, c'est-à-dire par déplacement du résonateur sans emploi d'aucun pont.

On détermine par tâtonnement la longueur l à donner aux fils de concentration pour que le résonateur déplacé dans le

(1) Décombe, *Résonance multiple* (*Annales de Physique et Chimie*, t. **15**, p. 156, octobre 1898).

champ décèle nettement deux nœuds consécutifs seulement. La mesure de la distance de ces nœuds faisait connaître la longueur d'onde λ correspondant au résonateur employé.

Par suite de l'influence des perturbations qui se produisent aux extrémités des fils, cette longueur λ (qui est le double de l'internœud) est plus grande que l.

En déterminant de la même façon les longueurs l et λ relatives aux différents résonateurs qu'on se proposait d'étudier, on connaissait ainsi :

1° Les longueurs d'onde

$$\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n$$

correspondant à ces résonateurs.

2° Les longueurs qu'il a fallu donner aux fils de concentration pour effectuer cette étude préliminaire de chaque résonateur.

$$l_1, l_2, \ldots, l_n.$$

3° On calculait alors les différences :

$$\lambda_1 - l_1, \quad \lambda_2 - l_2, \quad \ldots, \quad \lambda_n - l_n$$

qui représente pour chacun des champs à deux fils ainsi constitués et pour chaque résonateur les perturbations dues aux extrémités.

On choisissait alors pour constituer le champ définitif une longueur de fil égale à

$$k\Lambda + p.$$

Λ, étant le plus petit commun multiple des nombres λ_1, λ_2, ... λ_n.

k, un nombre entier.

p, la moyenne arithmétique des nombres $\lambda_1 - l_1$, $\lambda_2 - l_2$. ..., $\lambda_n - l_n$.

2e procédé. — Il était plus rapide, si l'on consentait à se servir de ponts, de tendre tout d'abord dans le champ deux

fils parallèles dont la longueur était choisie arbitrairement (5 à 6 mètres, par exemple).

En établissant alors un pont au voisinage de l'extrémité des fils la plus éloignée de l'excitateur, on parvenait à rendre le champ formé par les deux fils tendus susceptible d'être étudié avec un résonateur quelconque.

On procédait pour cela de la manière suivante :

On déplaçait dans le champ le résonateur choisi à partir de l'extrémité E des fils voisine de l'excitateur, et on déterminait grossièrement la longueur d'onde de ce résonateur par la lecture du 1er nœud et du ventre suivant; on calculait alors, à l'aide de cette donnée, la position probable du dernier nœud rencontré avant l'extrémité E′ des fils. On disposait en ce point un pont fixe.

Cela fait, on étudiait le champ, soit par déplacement direct du résonateur, soit par déplacement d'un pont mobile (le résonateur étant alors fixé en une région ventrale voisine de l'excitateur). Ce pont mobile placé tout d'abord contre le pont fixe, était graduellement rapproché du résonateur. Le déplacement de ce pont faisait en général apparaître au résonateur des étincelles de longueur successivement maxima et minima, mais qui ne s'étageaient pas dans le champ d'une manière bien régulière. Pour rendre les concamérations successives bien égales, c'est-à-dire pour ajuster complètement le champ au résonateur, il était nécessaire de déplacer un peu le résonateur et aussi de rapprocher un peu le pont fixe de l'excitateur. On obtenait ce réglage définitif par tâtonnements successifs.

Un moyen, qui nous permit dans bien des cas un réglage très exact, consistait à disposer un second pont fixe aux environs du nœud le plus voisin de l'excitateur, et à déplacer ensuite soit le résonateur, soit un pont mobile (le résonateur étant alors maintenu dans une section ventrale), entre ces deux ponts fixes : les étincelles du résonateur perdaient beaucoup en intensité, mais elles gagnaient par contre en

netteté et les sections nodales et ventrales se trouvaient alors très bien tranchées; au nœud, aucune étincelle ne se manifestait. D'ailleurs, l'emploi du téléphone dans ce cas-là permettait la détermination très précise des concamérations.

§ II. — Étude du champ ordinaire de Hertz à deux fils.

Hertz et les physiciens qui l'ont suivi ont fait usage d'un champ constitué par deux fils qui se terminaient du côté de l'excitateur par deux plaques respectivement parallèles à celles de l'excitateur et voisines de celles-ci.

Pour faire une étude expérimentale aussi complète que possible d'un pareil champ, nous nous sommes astreint à déplacer le résonateur par translation, son plan occupant successivement trois positions principales.

Prenant pour axe des x (*fig.* 14) la ligne qui passe par les centres des boules de l'excitateur, pour axe des y la direction des fils qui concentrent le champ et pour axe des z une perpendiculaire au plan des deux premières lignes, nous appellerons :

Position I, celle où le plan du résonateur coïncide avec le plan des xz.
Position II, — — — xy.
Position III, — — — yz.

On voit que le résonateur se trouve dans la

Position I, dans un plan perpendiculaire aux fils.
Position II, dans le plan des fils.
Position III, dans le plan de symétrie des fils.

Dans chacune de ces trois positions, le centre du résonateur était maintenu dans le plan même des fils et au milieu de la distance qui les sépare.

On fait occuper à l'interruption du micromètre, dans chacune des trois positions I, II, III, toutes les situations possibles dans le plan du résonateur.

C'est ainsi que dans la position I (plan des xz, *fig.* 14), on place successivement la coupure du micromètre.

Sur la direction	positive	de l'axe des	z....	$\alpha = 0°$.
—	positive	—	x....	$\alpha = 90°$.
—	négative	—	z....	$\alpha = 180°$.
—	négative	—	x....	$\alpha = 270°$.

et dans les azimuts intermédiaires.

De même dans la position II (plan des xy), on place successivement l'interruption du micromètre.

Sur la direction	négative	de l'axe des	y....	$\alpha = 0°$.
—	positive	—	x....	$\alpha = 90°$.
—	positive	—	y....	$\alpha = 180°$.
—	négative	—	x....	$\alpha = 270°$.

et dans les azimuts intermédiaires.

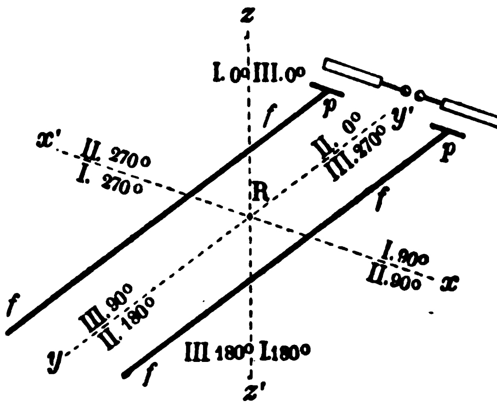


Fig. 14.

Enfin dans la position III, on dispose le micromètre :

Sur la direction	positive	de l'axe des	z....	$\alpha = 0°$.
—	positive	—	y....	$\alpha = 90°$.
—	négative	—	z....	$\alpha = 180°$.
—	négative	—	y....	$\alpha = 270°$.

et dans les azimuts intermédiaires.

La position I est celle que Hertz a employée dans ses premières recherches; c'est la position classique donnée au résonateur pour démontrer le phénomène de la résonance électrique.

La position II a été aussi employée par Hertz, ainsi que par MM. Sarasin et de la Rive; mais le physicien allemand s'est contenté d'observer la différence d'intensité de l'étincelle quand on plaçait le résonateur au voisinage immédiat d'une paroi métallique plane en mettant le micromètre le plus près possible de la paroi, ou dans la position diamétralement opposée.

La position III ne paraît pas avoir été étudiée jusqu'à ce jour.

Nous rappellerons que Hertz (1), dans l'étude qu'il fit du champ hertzien dans l'air sans fil de concentration, disposait le résonateur dans trois positions, qu'il appelle positions principales et qui peuvent être rapprochées des nôtres, si l'on suppose que les axes de la figure 14 gardent leur situation respective par rapport à l'excitateur, lorsque les fils de concentration sont enlevés.

La 1re	position principale de Hertz	est à rapprocher	de la	position III.
La 2e	—	—	—	position I.
La 3e	—	—	—	position II.

Si l'on déplace parallèlement à lui-même un résonateur maintenu successivement dans chacune de ces trois positions, l'expérience indique l'existence de régions ventrales et de régions nodales pour ces trois positions.

De même, si l'on maintient un résonateur en un point du champ convenablement choisi successivement dans ces trois positions et que l'on déplace un pont mobile jeté sur les fils de concentration, l'expérience indique l'existence de régions ventrales et de régions nodales pour ces trois positions.

(1) H. Hertz, *Wiedemann's Annalen*, t. **34**, p. 273, p. 551, p. 609.

Les mesures effectuées montrent que :

1° *Les longueurs d'ondes mesurées dans ces trois positions sont sensiblement égales.*

$$\lambda_{I} = \lambda_{II} = \lambda_{III}.$$

Les phénomènes se montrent en général très intenses dans la position II, moins intenses dans la position I, encore moins intenses dans la position III. Ainsi les distances explosives maxima, estimées au micromètre, varient :

De 3 à 7	millimètres aux ventres de la position				II.
De 0,75 à 2	—	—	—		I.
De 0,05 à 0,1	—	—	—		III [1].

C'est pour la position III que l'emploi du micromètre seul est assez pénible et que le secours du téléphone ou du galvanomètre devient utile.

A chaque résonateur employé, correspond pour les trois positions une longueur d'onde particulière caractéristique du résonateur.

Si l'on compare les positions respectives des ventres et des nœuds dans les trois positions, on peut énoncer la loi suivante :

2° *Les ventres et les nœuds des positions II et III coïncident.*

Alors que dans la position I tous les points du résonateur se trouvent dans le même plan vertical perpendiculaire à la direction des fils de concentration, il n'en est plus de même dans la position II et dans la position III. Le plan vertical perpendiculaire à la direction des fils de concentration et

---

(1). Au cours d'une étude expérimentale du résonateur de Hertz, M. Drude (Zum Studium des electrischen Resonators, *Wiedemann's Annal.*, t. 53, p. 763, 1894) fait une remarque analogue relativement à l'étude d'un champ hertzien obtenu, non plus en tendant deux fils métalliques parallèles, mais en disposant simplement une surface métallique plane à une certaine distance d'un excitateur en activité. On sait que dans ce cas l'espace compris entre l'excitateur et cette surface plane est le siège d'ondulations électriques stationnaires.

contenant le centre de figure du résonateur peut alors ne pas coïncider avec le plan vertical perpendiculaire à la direction des fils et contenant le micromètre du résonateur.

Si l'on prend soin de repérer alors la position du résonateur dans le champ, en notant la division de l'échelle relative au plan vertical contenant le micromètre, on peut énoncer cette autre loi :

3° *Les ventres de la position I coïncident avec les nœuds des positions II et III et inversement :*

Les nœuds de la position I coïncident avec les ventres des positions II et III.

$$N_{I} = V_{II} = V_{III}.$$
$$V_{I} = N_{II} = N_{III}.$$

Nous rapprocherons l'énoncé de la 3e loi des conclusions auxquelles est conduit M. Duhem dans l'interprétation théorique qu'il a donnée des expériences hertziennes.

M. Duhem énonce la proposition suivante :

Dans l'éther (et pratiquement dans l'air) *les flux de déplacement longitudinaux et les flux de déplacement transversaux se propagent avec la même vitesse* (1).

Cette conclusion entraîne l'égalité dans l'éther (et pratiquement dans l'air) des longueurs d'ondes des flux transversaux et des longueurs d'ondes des flux longitudinaux.

Si nous admettons que le résonateur de Hertz placé dans la position I est excité par une seule espèce de flux, et qu'un résonateur placé dans les positions II ou III est excité par l'autre genre de flux, la loi expérimentale que nous énonçons est en accord avec la conclusion précédente.

Nous ne pouvons cependant être en aucune façon renseignés sur ceux des flux de déplacement qui sont supposés exciter le résonateur dans la position I et sur ceux qui sont supposés l'exciter dans la position II.

---

(1) P. Duhem, *Sur l'interprétation théorique des expériences hertziennes* (*l'Éclairage électrique*, t. 4, p. 494, 1895).

L'étude de la propagation des oscillations électriques au sein de diélectriques autres que l'air, nous permettra de compléter et de préciser cette hypothèse.

Les mesures effectuées nous ont fourni des vérifications très nettes de ces lois expérimentales :

RÉSONATEUR P. — EXCITATEUR G; DISPOSITIF A FILS.

Positions	*n*	*v*	*n*	*v*	*n*	*v*	*n*	*v*	*n*	*v*	INTENSITÉS Max.	INTENSITÉS Min.	λ/2
I	»	1m10	»	2m70	»	4m25	»	5m80	»	»	3mm75	1mm50	1m57
II	1m10	1 90	2 70	3 50	4m35	5 10	5m85	6 65	»	»	7 »	1 70	1 58
III	»	1 90	»	3 50	»	5 10	»	6 70	»	8m30	0 15	»	1 60

RÉSONATEUR S. — EXCITATEUR F; DISPOSITIF A FILS.

Positions	*n*	*v*	*n*	*v*	*n*	*v*	*n*	*v*	INTENSITÉS Max.	INTENSITÉS Min.	λ/2	OBSERVATIONS
I	»	1m60	2m56	3m47	4m41	5m33	6m30	7m20	2mm »	0mm80	1m87	Mesure directe.
II	1m58	2 55	3 45	4 40	5 35	6 28	7 17	»	3 75	1 50	1 86	—
III	»	2 53	»	4 42	»	6 30	»	»	0 12	»	1 89	—

RÉSONATEUR T. — EXCITATEUR G; DISPOSITIF A FILS.

Positions	*v*	*n*	*v*	*n*	*v*	INTENSITÉS Max.	INTENSITÉS Min.	λ/2	OBSERVATIONS
I	1m23	2m51	3m75	4m98	6m (ext)	1mm50	0mm08	2m49	Mesure directe.
II	»	1 25	2 49	3 78	5 02	7 50	0 19	2 53	—
III	»	1 25	2 52	3 75	5 »	0 08	0 03	2 49	—

RÉSONATEUR V. — EXCITATEUR G; DISPOSITIF A FILS.

Positions	*v*	*n*	*v*	*n*	*v*	INTENSITÉS Max.	INTENSITÉS Min.	λ/2	OBSERVATIONS
I	1m25	2m50	3m75	5m »	»	1mm33	0mm07	2m50	Mesure directe.
II	»	1 24	2 48	3 77	4 97	4 50	0 63	2 52	—
III	»	»	2 50	3 75	5 »	0 07	»	2 50	Emploi du pont. Résonateur à 0m30.

Résonateur Y. — Excitateur A; dispositif a bandes.

Positions	n	v	n	v	n	Intensités Max.	Intensités Min.	$\lambda/2$	Observations
I	$1^{m}40$	$2^{m}40$	$3^{m}38$	$4^{m}40$	$5^{m}36$	$1^{mm}50$	$0^{mm}20$	$1^{m}99$	Mesure directe.
II	»	1 38	2 41	3 40	4 39	2 75	0 36	2 »	—
III	»	1 40	2 38	3 40	4 40	0 07	»	2 01	—

Résonateur 𝒳. — Excitateur A; dispositif a bandes.

Positions	v	n	v	n	v	$\lambda/2$	Observations
I	$2^{m}50$	»	$4^{m}80$	»	$7^{m}10$	$2^{m}30$	Empl. du pont. — Réson. à $1^{m}50$.
II	3 50	»	5 80	»	8 15	2 33	Empl. du pont. — Réson. à $1^{m}50$.
III	2 40	»	4 70	»	7 »	2 33	Emploi du pont. — Réson. à $0^{m}20$.

Résonateur 𝒴 ($l = 2^{m}50$). — Excitateur A;
dispositif a bandes.

Positions	v	n	v	$\lambda/2$	Observations
I	$1^{m}50$	»	$4^{m}30$	$2^{m}80$	Mesure directe.
II	2 90	4 30	5 70	2 80	—
III	2 85	4 28	5 75	2 90	—

§ III. — Étude du champ hertzien concentré par un fil unique.

Pour nous rendre compte de l'influence exercée dans la formation du champ ordinaire de Hertz à deux fils par chacun des fils considérés séparément, nous avons étudié le champ obtenu en n'employant qu'un seul fil.

La situation respective du fil de concentration et de l'excitateur était la même que dans le champ à deux fils. Pour passer du champ à deux fils au champ à un fil unique, on se contentait de supprimer l'un des deux fils sans changer la position de l'autre par rapport à l'excitateur.

Nous nous sommes astreints à faire cette étude en déplaçant le résonateur dans trois séries de positions différentes.

1° POSITIONS SYMÉTRIQUES. — Le fil est un axe de symétrie du résonateur.

Position I. — Le fil est perpendiculaire au plan du résonateur en son centre.

Positions II et III. — Le fil coïncide avec un des diamètres du résonateur. Il est à remarquer ici que, par raison de symétrie, les positions II et III sont identiques.

2° POSITIONS DISSYMÉTRIQUES. — Le fil a subi par rapport au résonateur une translation.

Position I. — Le fil est perpendiculaire au plan du résonateur en un point autre que son centre, mais intérieur au cercle que limite le résonateur.

Positions II et III. — Le fil coïncide avec une corde du résonateur. Ici encore, par raison de symétrie, les positions II et III sont identiques.

3° POSITIONS EXTÉRIEURES. — On a accentué la translation du fil par rapport au résonateur, de telle sorte que le cercle du résonateur ne rencontre plus le fil.

Position I. — Le fil est perpendiculaire au plan du cercle.

Position II. — Le fil est dans le plan du résonateur.

Position III. — Le fil est parallèle au plan du résonateur, sa projection sur ce plan étant un diamètre du résonateur.

Dans chacune de ces positions, on a fait varier l'azimut du micromètre.

Dans la position I, on place le micromètre de manière qu'il soit situé au-dessus du plan horizontal contenant le fil et au point le plus éloigné de ce plan : on désigne l'azimut occupé par le micromètre par la notation (I, 0°). — Le micromètre étant amené dans le plan horizontal qui contient le fil et à droite d'un observateur qui, placé au point où se trouve le résonateur, regarderait l'excitateur, on désigne cette situation du micromètre par la notation (I, 90°). La situation symétrique de cette dernière et pour laquelle le micromètre se trouverait à gauche de l'observateur considéré, est notée (I, 270°). Enfin,

on désigne par la notation (I, 180°) la situation pour laquelle le micromètre est placé au-dessous du plan horizontal contenant le fil et au point le plus éloigné de ce plan.

Dans la position II, on désigne par la notation (II, 0°) la situation dans laquelle le micromètre est au point le plus rapproché de l'excitateur, par la notation (II, 180°) celle dans laquelle le micromètre est au point le plus éloigné de l'excitateur. La notation (II, 90°) désigne celle dans laquelle le micromètre est à la droite de l'observateur considéré; la notation (II, 270°), celle dans laquelle il est à la gauche du même observateur.

Dans la position III, la notation 0° désigne le point le plus éloigné au-dessus du plan horizontal contenant le fil; la notation 180°, le point le plus éloigné au-dessous du même plan. La notation 90° se rapporte au point le plus éloigné de l'excitateur, la notation 270° au point le plus rapproché.

Voici les résultats fournis par cette étude:

POSITIONS SYMÉTRIQUES. — Position I. — 1° *Un résonateur déplacé dans la position I manifeste des sections nodales et ventrales, l'extrémité libre du fil étant un ventre.* — Toutefois, *l'intensité du phénomène est des plus faibles;* on peut vraisemblablement le rapporter à une dissymétrie du résonateur impossible à éviter. Cette dissymétrie tient à la présence des pièces métalliques qui constituent le micromètre.

2° *L'intensité* TRÈS FAIBLE *du phénomène est* ÉGALE *dans tous les azimuts.*

Positions II et III. — 1° *Ces positions présentent les mêmes phénomènes que la position I, à cela près que les situations des ventres et des nœuds se trouvent interverties: les ventres des positions II et III coïncident avec les nœuds de la position I, et inversement.*

2° *Il y a extinction ou minimum d'effet lorsque le rayon du micromètre coïncide avec la direction du fil.*

Positions dissymétriques. — Position I. — 1° *Le résonateur décèle des sections nodales et des sections ventrales, l'extrémité libre du fil étant un ventre. Les phénomènes sont dans ce cas d'une très appréciable intensité.*

2° *Il y a extinction ou minimum d'effet lorsque le rayon du micromètre passe par le fil.*

Positions II et III. — 1° *Le résonateur décèle des sections nodales et ventrales qui se trouvent interverties par rapport à celles de la position I; l'extrémité libre du fil est alors un nœud.*

2° *Il y a minimum d'effet lorsque le rayon du micromètre est perpendiculaire à la direction du fil.*

Positions extérieures. — Position I. — 1° *Le résonateur décèle des sections nodales et des sections ventrales, l'extrémité libre du fil étant un ventre.*

2° *Il y a extinction ou minimum d'effet lorsque le rayon du micromètre prolongé passe par le fil.*

Position II. — 1° *Le résonateur décèle des sections nodales et des sections ventrales qui se trouvent interverties par rapport à celles de la position I.*

2° *Il y a minimum d'effet lorsque le rayon du micromètre est dans une direction perpendiculaire à celle du fil.*

Position III. — 1° *Le résonateur décèle des sections nodales et ventrales identiques à celles de la position II.*

2° *Il y a extinction ou minimum d'effet lorsque le rayon du micromètre est parallèle à la direction du fil.*

Dans tous les cas, pour les positions II et III, les lectures sont rapportées à la position qu'occupe le micromètre.

On peut rapprocher des résultats que nous énonçons relativement au champ à un fil, ceux auxquels avait été conduit Hertz[1] en déplaçant, dans le champ concentré par un fil, un résonateur dont le plan passait par le fil et dont le micromètre

---

[1] H. Hertz, *Wiedemann's Annalen*, t. **34**, p. 551.

était maintenu au voisinage même du fil. — Hertz a ainsi observé de très petites étincelles dont les variations de longueur indiquaient cependant un système de ventres et de nœuds successifs. — Ces déterminations de Hertz nous semblent confirmer les résultats que nous relatons sous la rubrique : Positions extérieures II, $\alpha = 0°$. Nous trouvons qu'il y a alors minimum d'effet lorsque le rayon du micromètre est perpendiculaire à la direction du fil. Ce résultat est bien d'accord avec la faible intensité que le phénomène présente, d'après Hertz, et qui l'oblige à rapprocher le résonateur le plus possible du fil.

Le tableau suivant résume les mesures effectuées qui ont conduit à l'énoncé des lois précédentes.

POSITIONS	v	n	v	n	v	n	v	n	INTENSITÉ MOYENNE		OBSERVATIONS
Positions symétriques.									Aux ventres.		
I, 0°	1m50	»	3m »	»	4m50	»	6m (extrémité)		0mm07		Les positions des ventres et des nœuds sont rapportées à la position du micromètre.
I, 90°	1 48	»	3 »	»	4 50	»	6m »	»	0 07		
I, 180°	1 50	»	3 »	»	4 44	»	6 »	»	0 07		
I, 270°	1 46	»	3 02	»	4 48	»	6 »	»	0 07		
II, 0°	0 75	»	2 25	»	3 75	»	5 25	»	0 06		
II, 180°	0 75	»	2 25	»	3 75	»	5 25	»	0 07		
II, 270°	0 75	»	2 28	»	3 73	»	5 24	»	0 12		
III, 0°	0 73	»	2 24	»	3 75	»	5 22	»	0 13		
III, 90°	0 73	»	2 23	»	3 75	»	5 25	»	0 09		
III, 270°	0 75	»	2 23	»	3 70	»	5 25	»	0 08		
Positions dissymétriques.									Aux ventres.	Aux nœuds.	
I, 0°	»	0m73	1m50	2m25	3m »	3m72	4m50	5m24	1mm30	0mm18	Ventre 3m » { I, 0° (1mm23); I, 180° (1mm25). I, 90° (0mm08); I, 270° (0mm10).
II, 0°	0m75	1 50	2 23	3 02	3 75	4 50	5 22	6 »	3 »	1 10	Ventre 3m75 { II, 0° (3mm »); II, 180° (2mm95). II, 90° (1mm80); II, 270° (1mm60).
II, 180°	0 75	1 50	2 24	3 »	3 75	4 50	5 25	6 »	»	»	
III, 0°	0 75	»	2 25	»	3 72	»	»	»	»	»	Ventre 3m72 { III, 0° (2mm »); III, 180° (1mm88). III, 90° (3mm »); III, 270° (3mm05).
Positions extérieures.											
I, 0°	1m50	»	3m »	»	4m50	»	»	»	1mm15	»	Ventre 3m » { Max. (1mm ») diam. du micr. rencontre le fil. Min. (0mm04) position perpendiculaire.
II, 0°	0 75	»	2 25	»	3 73	»	5m20	»	»	»	Ventre 2m25 { Max. (1mm80) diam. du micr. parallèle au fil. Min. (0mm92) diam. du micr. perpend. au fil.
III, 0°	0 73	»	2 23	»	3 75	»	5 22	»	»	»	Ventre 2m23 { Max. (0mm15) diam. du micr. perpend. au fil. Min. (0mm00) diam. du micr. parallèle au fil.

§ IV. — Comparaison des propriétés du champ à un fil et du champ à deux fils.

Pour compléter l'étude du champ à un fil, nous avons effectué une série de mesures comparatives des intensités des phénomènes dans le cas de la concentration du champ par un fil unique et dans le cas de la concentration par deux fils.

A cet effet, le résonateur était placé, alors que le champ n'était concentré que par un fil, dans chacune des positions I, II et III, dans la situation même qu'il devait présenter pour ces différentes positions lorsqu'on ajoutait le second fil concentrant le champ.

Dans ces conditions, les effets du premier fil sur le résonateur étaient identiques, que le second fil fût absent ou qu'il fût tendu. La mesure des distances explosives au micromètre permettait donc de pouvoir représenter l'augmentation d'intensité qu'apportait dans chaque cas la présence du second fil.

Nous ferons remarquer que les choses étant ainsi disposées, les positions du résonateur par rapport au premier fil correspondaient :

La position I à une position dissymétrique.
— II — —
— III — extérieure.

Le tableau suivant, résumé de ces mesures comparatives, renseignera mieux que tout énoncé :

Résonateur P. — Excitateur G.

		Position I 0°	Position I 270°	Position II 0°	Position II 270°	Position III 0°	Position III 270°
Champ à un fil.....	v :	0mm135	0mm038	0mm563	0mm323	0mm015	0mm008
	n :	0 060	0 022	0 225	0 240	0 008	0 000
Champ à deux fils...	v :	0 240	0 038	1 500	1 410	0 038	0 023
	n :	0 090	0 030	1 125	1 028	0 023	0 015

Comme le montre la lecture de ce tableau, l'addition du second fil de concentration augmente d'une manière très notable l'intensité des phénomènes observés dans les positions (I, 0°) (l'intensité passe de la valeur $0^{mm}135$ à la valeur $0^{mm}240$), (II, 0°) (l'intensité varie de $0^{mm}563$ à $1^{mm}500$ aux ventres et de $0^{mm}225$ à $1^{mm}125$ aux nœuds), (II, 270°) (l'intensité augmente de $0^{mm}323$ à $1^{mm}410$ aux ventres et de $0^{mm}240$ à $1^{mm}028$ aux nœuds).

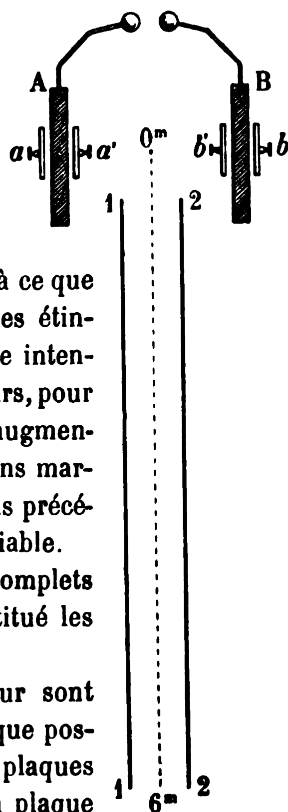


Fig. 15.

La présence du second fil augmente d'une manière bien plus faible l'intensité des phénomènes observés dans les positions (I, 270°), (III, 0°) et (III, 270°), ce qui tient à ce que ces positions sont celles pour lesquelles les étincelles du micromètre affectent la plus faible intensité. L'addition du second fil produit d'ailleurs, pour ces dernières positions du résonateur, une augmentation d'intensité qui, bien qu'elle soit moins marquée que celle qui correspond aux positions précédentes, est cependant suffisamment appréciable.

Pour obtenir des renseignements plus complets sur le rôle de chaque fil, nous avons institué les expériences suivantes.

Les deux plaques A et B de l'excitateur sont disposées parallèlement et aussi éloignées que possible. Elles sont flanquées chacune de deux plaques métalliques indépendantes, parallèles à la plaque d'excitateur dont elles concentrent les effets et dont elles sont, d'ailleurs, le plus rapprochées possible.

Soient *a, a'* (*fig.* 15) les deux plaques parallèles à A; *b, b'* celles voisines de B. Nous indiquerons que le fil 1 a été relié à la plaque *a* par le symbole 1-*a*.

On constate que :

1° *Les champs à un fil obtenus en joignant un des fils 1, 2 à l'une quelconque des plaques a, a', b, b'* [*champs* 1-*a*,

1-*a'*, 1-*b*, 1-*b'*; 2-*a*, 2-*a'*, 2-*b*, 2-*b'*] *donnent le même système de ventres et de nœuds*, qui est le suivant :

RÉSONATEUR P (¹). — EXCITATEUR E.

Position I......	*n*	*v*	*n*	*v*	*n*	*v*	*n*	*v*	
	0m75	1m50	2m25	3m	3m75	4m50	5m25	6m	(extrémité).
Positions II-III.	*v*	*n*	*v*	*n*	*v*	*n*	*v*	*n*	

2° *Les champs à deux fils obtenus en joignant le fil* 1 *à l'une quelconque des plaques a, a' voisines de A et le fil 2 à l'une quelconque des plaques b, b' voisines de B* [champs 1-*a* et 2-*b*, 1-*a'* et 2-*b'*; 1-*a* et 2-*b'*, 1-*a'* et 2-*b*] *donnent le même système de ventres et de nœuds identique, en position, au précédent.*

3° *Les champs à deux fils* 1-*a* et 2-*a'*, 1-*b* et 2-*b'*, *obtenus en joignant les deux fils à deux plaques voisines de la même plaque de l'excitateur, ne donnent plus aucun système de ventres et de nœuds.*

Il y a INTERFÉRENCE *tout le long du champ.*

§ V. — Du champ interférent.

Ainsi donc, lorsque les deux fils empruntent les oscillations électriques à deux plaques terminales situées l'une et l'autre en face de la même plaque de l'excitateur, aucune action ne se manifeste plus sur le résonateur.

Nous donnerons à un champ ainsi constitué le nom de *champ interférent*, pour le distinguer du *champ ordinaire* à deux fils de Hertz.

Dans ce champ interférent, le résonateur étant placé, par exemple, dans la position (I, 0°), à chaque instant l'effet produit sur lui par le fil 1 est annulé par l'effet produit par le

(¹) Dans ces expériences, le résonateur P n'avait plus le même micromètre que précédemment; c'est ce qui explique la légère différence entre la longueur d'onde qu'il accuse ici et celle qu'indiquent les mesures du tableau de la page 145.

fil 2. Ces deux fils agissent, en effet, sur le résonateur puisqu'ils se trouvent placés, par rapport à lui, dans une position I dissymétrique.

Les déterminations d'intensité qui suivent montrent la netteté de ce phénomène :

Résonateur P. — Position I, 0°; Étude du ventre $v-4^m50$.

Champs :	1-*a* et 2-*a'*	1-*a* et 2-*b*	1-*o* et 2-*b*	2-*b*
Intensités :	$0^{mm}030$	$0^{mm}248$	$0^{mm}150$	$0^{mm}135$

Pour plus de commodité, les deux fils ont été tendus dans le champ; ils sont à volonté reliés ou non aux plaques *a*, *a'*, *b*, *b'*. Il y a bien de ce fait une petite perturbation due à la présence du fil 1 dans le cas du champ 1-*a* et 2-*b*, mais elle est assez faible, comme le montre d'ailleurs la mesure faite avec un seul fil tendu dans les mêmes conditions.

On essaya dans le cas du champ interférent 1-*a* et 2-*a'* de faire une détermination de longueur d'onde en déplaçant un pont jeté sur les deux fils; mais quelle que fût la situation du pont par rapport au résonateur, ce dernier ne manifesta constamment que des étincelles à peine perceptibles.

Ainsi donc, dans ce cas, les actions sur le résonateur de deux points en regard pris sur chacun des fils, actions mises bien nettement en évidence par l'étude de chacun des fils considérés isolément, se détruisent exactement.

Au contraire, dans le cas du champ ordinaire à deux fils, cas où chaque fil est respectivement mis en relation, l'un avec une plaque en regard de A, l'autre avec une plaque en regard de B (cas du champ 1-*a* et 2-*b*), les actions sur le résonateur s'ajoutent et les phénomènes se montrent plus intenses qu'avec un seul des fils.

Les expériences suivantes fournissent des renseignements plus complets sur les propriétés du champ interférent :

Expérience 1. — *Les deux fils sont situés dissymétriquement par rapport au diamètre du micromètre.*

Les deux fils 1 et 2, au lieu de se trouver situés comme précédemment chacun dans une position dissymétrique par rapport au résonateur, mais traversant son plan en des points situés dans chacun des demi-cercles déterminés par le diamètre du micromètre, sont perpendiculaires au plan du résonateur en des points différents de son centre, mais situés l'un et l'autre dans le même demi-cercle par rapport au diamètre du micromètre.

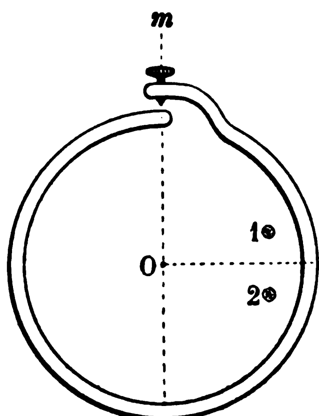


Fig. 16.

On voit d'ailleurs (*fig.* 16) qu'il suffit de tourner de 90° dans son plan le résonateur pour amener son micromètre de *m* en *n* et pour se retrouver, par rapport aux fils 1 et 2, dans une position analogue à celle de l'expérience précédente.

Voici les résultats des mesures d'intensité effectuées pour la position I :

Résonateur P. — Excitateur F.

CHAMPS		MICROMÈTRE en *m*	MICROMÈTRE en *n*
Étude du ventre $1^{m}50$	1-*o* 2-*a'*	$0^{mm}75$	$1^{mm}39$
	1-*a* 2-*a'*	$1^{mm}13$	$0^{mm}04$
	1-*a* 2-*b*	$0^{mm}03$	$1^{mm}97$

Rapprochons de cette expérience les faits suivants.

Un seul fil se trouvant tendu dans le champ, si on le met en communication avec les deux plaques *a* et *a'* proches toutes deux de la même plaque de l'excitateur, le système de nœuds et de ventres qui est observé manifeste une intensité à très

peu près égale à celle que manifeste le système relatif au fil mis en relation avec une seule des plaques *a* ou *a'*.

Au contraire, le fil relié simultanément aux deux plaques *a* et *b*, proches l'une d'une plaque de l'excitateur, l'autre de la seconde plaque de l'excitateur, ne manifeste plus de phénomènes d'intensité appréciable; on n'obtient plus au résonateur que des étincelles presque imperceptibles, en le déplaçant tout le long du fil.

Expérience 2. — *La longueur de l'un des fils est augmentée d'un quart de longueur d'onde.* — Nous avons augmenté la longueur de l'un des fils tout en laissant à l'autre sa longueur primitive. Le résonateur était alors placé par rapport au fil dans la position (I, 0°). La longueur d'onde du résonateur P employé étant de 3 mètres, on a augmenté la longueur du fil 1 de 75 centimètres, c'est-à-dire du quart d'une longueur d'onde.

Les résultats obtenus furent les suivants :

Cas du champ ordinaire a deux fils : 1-*a* et 2-*b*.

Le fil 1 étant allongé de 75 centimètres (λ/4), on constate que *l'intensité des étincelles du résonateur augmente aux nœuds et diminue aux ventres.*

Déplacé tout le long du champ, le résonateur décèle *dans la partie du champ voisine des plaques* des ventres de même situation qu'avant l'allongement, mais d'intensité plus faible. *Dans la partie du champ voisine des extrémités libres des fils,* les ventres et les nœuds présentent une intensité presque égale.

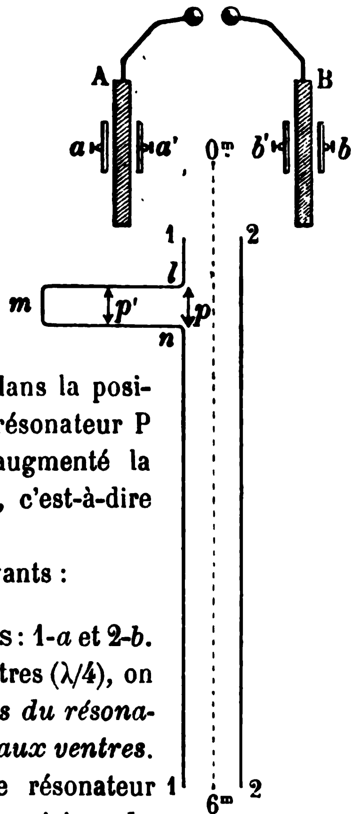


Fig. 17.

Cas du champ interférent a deux fils : 1-*a* et 2-*a'*.

Dès qu'on augmente la longueur du fil 1, le résonateur,

qui ne manifestait en tout point que des étincelles à peu près imperceptibles ($0^{mm}007$ à $0^{mm}015$), manifeste aux ventres comme aux nœuds des étincelles perceptibles, variant de $0^{mm}023$ à $0^{mm}075$.

L'interférence cesse donc de se produire dès qu'on allonge l'un des fils.

Expérience 3. — *On intercale dans une coupure pratiquée sur l'un des fils :*

1°. *Une longueur additionnelle de fil égale à* $\frac{\lambda}{2}$. — Supposons que l'un des fils, le fil 1, par exemple (*fig.* 17), soit coupé en un point voisin de l'excitateur et qu'on intercale dans la coupure une longueur supplémentaire de fil *lmn* égale à une demi-longueur d'onde ($1^{m}50$ dans le cas actuel), longueur que l'on supprimera d'ailleurs à volonté par l'interposition d'un pont *p*, rétablissant la longueur primitive du fil.

Les choses étant ainsi disposées, et le résonateur étant déplacé successivement dans les positions I et II, on constate les faits suivants :

Cas du champ 1-*a* et 2-*b* :

Le pont établi en *p* : *Système de ventres et de nœuds successifs.*
Sans pont en *p* : *Interférence tout le long du champ.*

Cas du champ 1-*a* et 2-*a'* :

Le pont établi en *p* : *Interférence tout le long du champ.*
Sans pont en *p* : *Système de ventres et de nœuds successifs.*

2° *Une longueur additionnelle de fil égale à* λ. — Comme contrôle de cette expérience, nous avons intercalé dans la coupure du fil 1 une longueur supplémentaire de fil *lmn* égale à une longueur d'onde entière, en établissant alors deux ponts, l'un en *p* comme précédemment, l'autre en *p'* (*fig.* 17), qui réduit la longueur de fil intercalée à une demi-longueur d'onde.

On observe alors ce qui suit :

CAS DU CHAMP 1-a et 2-b :

Pont établi en p : *Système de ventres et de nœuds successifs.*
Pont établi en p' : *Interférence tout le long du champ.*
Sans ponts : *Système de ventres et de nœuds successifs.*

CAS DU CHAMP 1-a et 2-a' :

Pont établi en p : *Interférence tout le long du champ.*
Pont établi en p' : *Système de ventres et de nœuds successifs.*
Sans ponts : *Interférence tout le long du champ.*

Nous nous sommes enfin servi de ce dispositif commode pour répéter dans les deux cas du champ ordinaire et du champ interférent l'expérience 1, dans laquelle le résonateur est situé de telle sorte que les deux fils traversent le même demi-cercle déterminé par le diamètre passant par le micromètre situé en m (voir figure 16).

On obtient alors les résultats suivants :

CHAMPS		MICROMÈTRE en m
1-a' 2-b'	avec pont en p	0mm15
	sans pont	0 56
	—	—
1-a 2-a'	avec pont en p	0 75
	sans pont	0 18

§ VI. — Les propriétés du champ à deux fils peuvent se déduire de celles du champ à un fil.

Nous allons montrer que l'on peut, en partant des propriétés du champ à un fil et en ne s'appuyant que sur des raisons de symétrie, déduire les propriétés du champ à deux fils.

Il faut toutefois pour cela faire quelques hypothèses sur la

manière dont on conçoit l'état électrique d'un fil unique concentrant le champ hertzien.

Nous supposerons que le long de ce fil s'étagent une suite de sections alternativement nodales et ventrales, et que deux sections ventrales consécutives sont au même instant dans des états électriques différents.

Par analogie avec l'état que présente un tuyau sonore en activité, nous indiquerons cette différence entre deux ventres consécutifs en les affectant d'un signe. De telle sorte que l'état électrique présenté par un fil concentrant le champ hertzien sera représenté par le schéma de la figure 18.

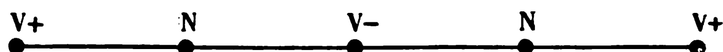
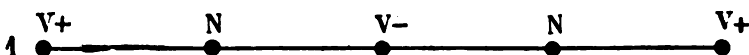


Fig. 18.



Champ ordinaire.



Fig. 19.



Champ interférent.



Fig. 20.

Les phénomènes observés dans les champs à deux fils lors de la réunion par un pont métallique de deux points en regard pris, l'un sur un des fils, l'autre sur l'autre, nous amène à représenter ces champs de la manière suivante :

Le champ ordinaire à deux fils, par le schéma de la figure 19;

Le champ interférent à deux fils, par le schéma de la figure 20.

On conçoit bien alors, en effet, que le pont réunissant deux ventres en regard dans le champ ordinaire à deux fils (*fig.* 19) crée en ces points une section nodale. On conçoit de même que, jeté sur les fils du champ interférent (*fig.* 20), il n'apporte aucun changement aux phénomènes observés.

D'ailleurs, cette manière de concevoir les champs à deux fils, ordinaire et interférent, concorde avec l'idée que l'on se fait relativement à l'état électrique des deux plaques de l'excitateur. On suppose, en effet, qu'au même instant, la répartition électrique sur l'une des plaques est la même que sur l'autre, au signe près. On suppose, par exemple, que la densité électrique est au même instant égale et de signe contraire en deux points symétriquement placés.

CHAMP A UN FIL. — Cette manière de concevoir les champs

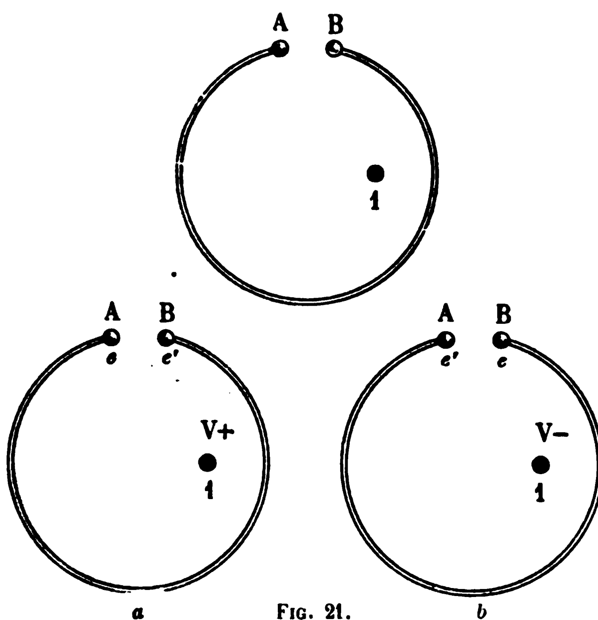


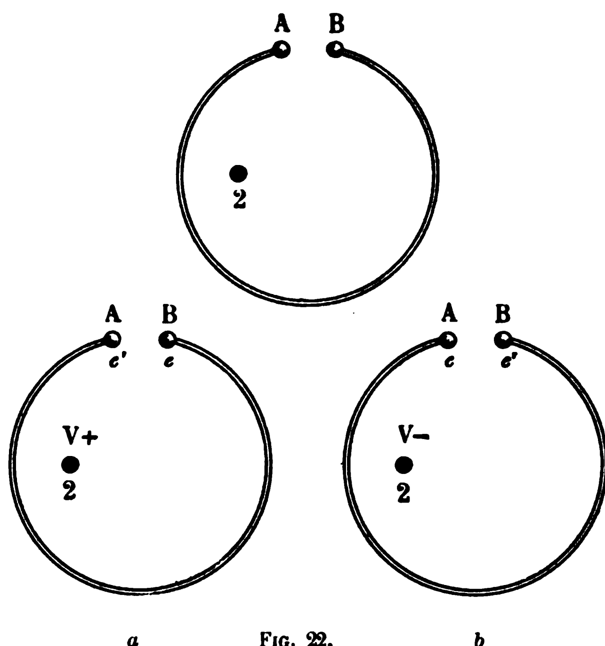
FIG. 21.

à deux fils étant admise, considérons un résonateur placé

dans la position (I,0°). Soient A et B les pôles du micromètre.

Déplaçons le résonateur parallèlement à lui-même dans le champ à un fil constitué par le fil 1 (*fig.* 21).

Supposons que l'état électrique des pôles A et B du micro-



a FIG. 22. b

mètre, lorsque le résonateur se trouve dans une section ventrale de signe +, soit (*fig.* 21, *a*) :

Pour le pôle A, marqué par le nombre *e*.
— B, — — *e'*.

Et, au contraire, *supposons* que, lorsque le résonateur se trouve dans une section ventrale de signe — (*fig.* 21, *b*) :

L'état électrique du pôle A soit marqué par le nombre *e'*
et l'état électrique — B — — *e*

Ces hypothèses nous permettent maintenant d'indiquer par quels nombres on devra représenter l'état électrique créé, soit

en A, soit en B, par les ventres successifs d'un fil 2 (*fig.* 22) agissant sur un résonateur.

Puisque nous avons représenté par e l'état électrique créé au pôle A par le ventre v + du fil 1, ***par raison de symétrie*** le ventre v + du fil 2 (*fig.* 22, *a*) créera en A un état électrique marqué par le nombre e'. Pour la même raison, l'état électrique créé en B par le ventre v + du fil 2 sera marqué par le nombre e.

Inversement, l'état électrique créé en A par le ventre v — du fil 2 (*fig.* 22, *b*) sera représenté par le nombre e et celui créé en B sera représenté par le nombre e'.

CHAMPS A DEUX FILS. — Superposons maintenant les états électriques qui doivent coexister en A et B dans le cas des champs à deux fils. Nous obtenons les résultats suivants :

1° CAS DU CHAMP ORDINAIRE A DEUX FILS (*fig.* 23) :

État électrique créé en A par le ventre v + du fil 1.....	e
— — A — v — du fil 2.....	e
État électrique en A.........	$2e$
État électrique créé en B par le ventre v + du fil 1.....	e'
— — B — v — du fil 2.....	e'
État électrique en A.........	$2e'$

A la section ventrale suivante, on trouverait inversement, comme état électrique en A, $2e'$ et comme état électrique en B, $2e$.

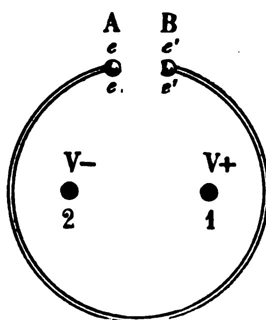


FIG. 23.

Il suit de là qu'un résonateur déplacé dans la position I, 0°, dans le champ ordinaire à deux fils, doit présenter des alternatives d'extinction et de fonctionnement en des sections identiques à celles pour lesquelles il présente les mêmes alternatives dans le cas du champ à un fil.

On doit, de plus, observer une augmentation dans l'intensité des phénomènes.

Ces conclusions sont complètement vérifiées par l'expérience.

2° Cas du champ interférent a deux fils (*fig.* 24) :

État électrique créé en A par le ventre v + du fil 1.....	e
— — A — v + du fil 2.....	e'
État électrique en A......	$e + e'$
État électrique créé en B par le ventre v + du fil 1.....	e'
— — B — v + du fil 2.....	e
État électrique en B......	$e + e'$

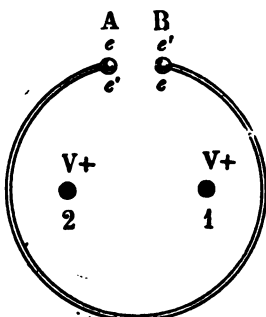


Fig. 24.

Il suit de là qu'un résonateur déplacé dans le champ interférent à deux fils doit demeurer éteint tout le long du champ.

C'est, en effet, ce qu'indique l'expérience. L'impossibilité que l'on rencontre à actionner le résonateur en déplaçant un pont jeté sur les deux fils du champ interférent est complètement d'accord avec les conclusions auxquelles conduisent ces considérations basées sur des raisons de symétrie.

Expérience 1. — ***Fils dissymétriquement situés par rapport au diamètre du micromètre.*** — Supposons maintenant que les fils du champ à deux fils soient perpendiculaires l'un et l'autre au plan du résonateur, en des points situés l'un et l'autre dans le même demi-cercle par rapport au diamètre du micromètre. Rendons-nous compte de l'effet produit aux pôles du micromètre par les fils 1 et 2 successivement.

1° Cas du champ ordinaire a deux fils (*fig.* 25).

État électrique créé en A par le ventre v + du fil 1.....	ε
— — A — v — du fil 2.....	ε'_1
État électrique en A......	$\varepsilon + \varepsilon'_1$

État électrique créé en B par le ventre $v +$ du fil 1.....	ε'
— — B — $v -$ du fil 2.....	ε_1
État électrique en B......	$\varepsilon' + \varepsilon_1$

Si les deux fils 1 et 2 sont peu éloignés l'un de l'autre, ε diffère peu de ε' et ε_1' diffère peu de ε_1 :

$$\varepsilon + \varepsilon_1' = \varepsilon' + \varepsilon_1.$$

Un résonateur disposé ainsi en une section ventrale du

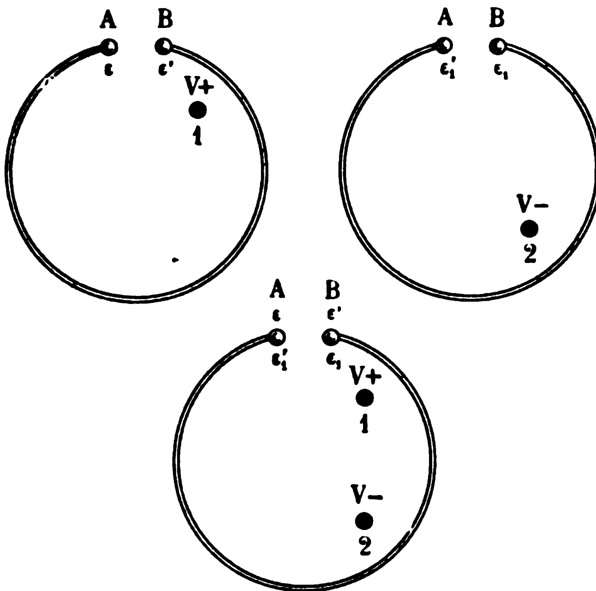


Fig. 25.

champ à deux fils doit être très faiblement influencé. On doit observer, en particulier, une diminution d'intensité du phénomène, par rapport à ce qu'on observe lorsque l'un des deux fils seulement est tendu.

C'est ce que l'expérience met très nettement en évidence, comme l'indiquent les mesures d'intensité relatées page 156.

Ces conclusions concordent bien avec l'expérience qui montre que dans le cas de l'allongement d'un des fils de $\lambda/4$ l'intensité des étincelles du résonateur augmente aux nœuds et diminue aux ventres.

2° CAS DU CHAMP INTERFÉRENT A DEUX FILS. — Dans ce cas, lorsqu'on allonge le fil 2 de $\lambda/4$, on doit alors représenter le champ des deux fils dans la région avoisinant l'extrémité des fils par le schéma de la figure 28.

Un résonateur placé dans une section qui était une section nodale avant l'allongement, se trouve après l'allongement soumis de la part du fil 2 à l'action d'un ventre. Au lieu de rester muet il doit donc fonctionner.

Un résonateur placé dans une section, qui était une section ventrale avant l'allongement, et dans laquelle il ne fonc-

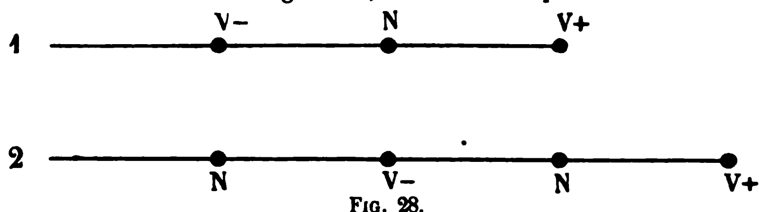


FIG. 28.

tionnait pas, les deux ventres en regard étant de mêmes signes et produisant des effets inverses, se trouve, après l'allongement, soumis à l'action d'un ventre du fil 1 et d'un nœud du fil 2. Il doit donc fonctionner.

Le résonateur doit donc, en définitive, fonctionner dans toutes les sections et le phénomène doit présenter une intensité égale aux ventres et aux nœuds.

C'est ce que montre l'expérience; l'interférence cesse dès qu'on allonge un des fils de $\lambda/4$.

Expérience 3. — *On intercale sur l'un des fils une longueur additionnelle: 1° égale à $\frac{\lambda}{2}$, 2° égale à λ.* — En suivant toujours la même marche, nous pourrons prévoir les phénomènes qui s'observent lorsqu'on intercalle, dans

une coupure faite sur l'un des fils, une longueur additionnelle de fil égale soit à $\frac{\lambda}{2}$, soit à λ.

1° CAS DU CHAMP ORDINAIRE A DEUX FILS. — Si les fils constituent avant l'introduction de la longueur additionnelle $\lambda/2$ un champ ordinaire à deux fils, le schéma représentatif du champ (*fig.* 29) montre bien que la région comprise entre la longueur additionnelle et l'extrémité des fils constitue un champ interférent, alors que la région située avant la longueur additionnelle $\lambda/2$ demeure un champ ordinaire.

2° CAS DU CHAMP INTERFÉRENT A DEUX FILS. — Si, au contraire, les fils constituent avant l'introduction de la longueur additionnelle $\lambda/2$ un champ interférent, le schéma représentatif du champ (*fig.* 30) montre que la région comprise entre la longueur additionnelle et l'extrémité des fils constitue un champ ordinaire alors que la région située avant la longueur additionnelle $\lambda/2$ demeure un champ interférent.

On verrait par un raisonnement analogue qu'en intercalant dans une coupure pratiquée sur l'un des fils une longueur additionnelle égale à λ, le champ à deux fils reste dans la région située après la longueur additionnelle ce qu'il était avant.

Toutes ces conclusions, déduites ainsi de cette manière de concevoir

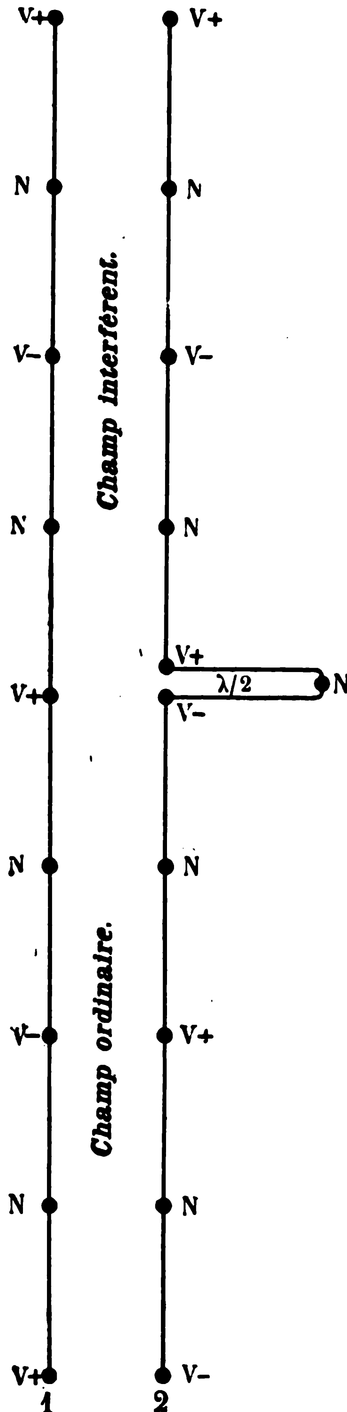


FIG. 29.

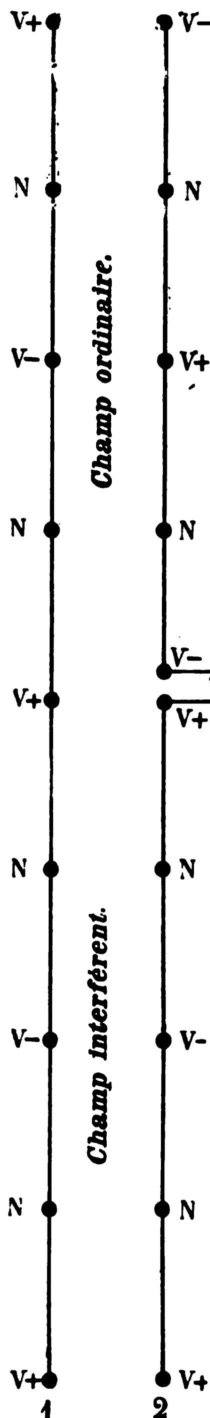


Fig. 30.

les phénomènes, sont en tout point d'accord avec les résultats expérimentaux.

On voit donc que toutes les propriétés que présentent les champs à deux fils ordinaire ou interférent, peuvent se déduire de celles qu'on observe dans l'étude du champ à un seul fil.

Le champ à un seul fil doit être considéré comme constitué par une suite de sections alternativement nodales et ventrales; deux sections ventrales consécutives devant être considérées comme de signes contraires.

Le champ ordinaire à deux fils doit être considéré comme formé par deux champs à un fil parallèles dont les sections nodales coïncident et dont les sections ventrales en coïncidence comprennent un ventre positif de l'un des fils et un ventre négatif de l'autre fil.

Le champ interférent à deux fils doit être considéré comme formé par deux champs à un fil parallèles dont les sections nodales coïncident et dont les sections ventrales en coïncidence comprennent les ventres de mêmes signes de chacun des fils.

§ VII. — Du champ à plusieurs fils.

Nous avons étudié des champs concentrés par plus de deux fils; ils offrent quelques particularités intéressantes.

Champ a trois fils. — Supposons qu'on tende un troisième fil dans le champ hertzien, de façon que les traces des trois fils sur un plan perpendiculaire à leur

direction, constituent les sommets d'un triangle équilatéral. Si l'on veut relier ces fils à des plaques de concentrations situées parallèlement aux plaques de l'excitateur, on devra ou bien relier ces fils à trois plaques terminales situées en face du même plateau de l'excitateur, ou bien relier l'un des fils à une plaque voisine du plateau A de l'excitateur et les deux autres à deux plaques voisines du plateau B.

Dans le premier cas, un résonateur situé dans la position I et déplacé dans son plan de manière que le micromètre tourne autour du centre de figure supposé en coïncidence avec le centre du triangle formé par les traces des trois fils, ne donne lieu à aucune variation d'intensité au cours d'une rotation complète. Ce résultat n'a pas lieu de surprendre, tout demeurant symétrique par rapport au résonateur.

Dans le deuxième cas, chacun des deux fils en relation avec une plaque voisine du plateau B donne, avec le fil issu de la plaque voisine du plateau A, un champ ordinaire à deux fils. On a donc en définitive deux champs ordinaires dont les plans font entre eux un angle de 60°.

Quant aux positions II et III, elles donnent lieu à des phénomènes bien plus complexes.

Champ a quatre fils (1). — Le champ concentré par quatre fils et en général par un nombre pair de fils est susceptible de fournir, du moins pour la position I, des phénomènes plus simples, tandis qu'il est impossible, avec un nombre impair de fils, de ne pas favoriser la concentration des oscillations empruntées à l'une des plaques excitatrices au détriment de celle des oscillations empruntées à l'autre plaque.

(1) Pour tendre plus de 2 fils dans le champ, on emploie des tiges de bois de 35 centimètres de longueur environ qui viennent s'encastrer à angle droit sur les barres de bois servant à tendre les deux premiers fils. Dans le cas du champ à 6 fils, chaque barre de bois supporte deux de ces tiges encastrées à 60° d'inclinaison; entre les extrémités de ces tiges on tend les fils supplémentaires.

En particulier, si les quatre fils *a*, *a'*, *b*, *b'*, sont reliés aux plaques terminales de façon que *a* et *a'* empruntent leur champ à la même plaque de l'excitateur, *b* et *b'* l'empruntant à l'autre plaque, on constate qu'un résonateur déplacé dans la position I tout le long du champ, donne un système de sections nodales et ventrales identique à celui qu'il décèle dans le cas du champ ordinaire à deux fils.

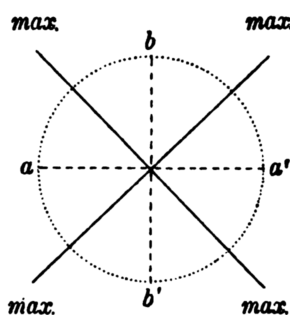


Fig. 31.

Mais, dans le cas actuel, le résonateur, maintenu dans une section ventrale et déplacé dans son plan de telle sorte que le micromètre tourne autour du centre de figure, présente pour un tour complet 4 positions de maximum d'effet alternant avec 4 positions de minimum d'effet. Comme l'indique la figure 31, les maxima correspondent aux azimuts 45°, 135°, 225° et 315°, et les minima aux azimuts 0°, 90°, 180°, 270°, les angles étant comptés comme précédemment (V. fig. 14, p. 141).

Dans le cas de quatre fils, les positions assimilables aux positions II et III deviennent très nombreuses. Leur étude est complexe et n'offre plus aucun des phénomènes simples que présente la position I.

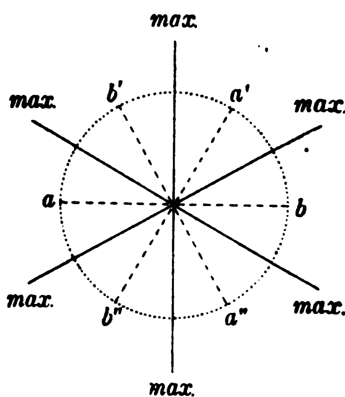


Fig. 32.

Champ a six fils. — Le champ à six fils constitué de façon que les fils *a*, *a'*, *a''* (*fig.* 32) empruntent le champ à la même plaque de l'excitateur et que les fils *b*, *b'*, *b''* l'empruntent à l'autre plaque, présente encore un phénomène simple pour un résonateur maintenu en une section ventrale de la position I.

Si le micromètre effectue un tour complet autour du centre de figure du résonateur déplacé dans son plan, on constate l'apparition de 6 maxima d'étincelles et de 6 extinctions, alternant les uns avec les autres.

Les maxima correspondent aux azimuts :

0° 60° 120° 180° 240° 300°

Les minima, aux azimuts :

30° 90° 150° 210° 270° 330°.

CHAPITRE IV

Fonctionnement du Résonateur.

Nous exposerons dans ce chapitre l'étude expérimentale du résonateur. Nous avons étudié successivement le résonateur complet et le résonateur à coupure.

§ I. — Du Résonateur complet.

Nos expériences ont pour but de rechercher :

1° L'influence qu'exerce sur les phénomènes observés la direction des étincelles au micromètre;

2° L'influence de la présence du résonateur;

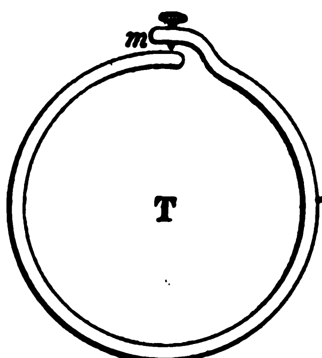


Fig. 33.

3° L'influence de l'orientation du micromètre dans chaque position principale;

4° A quelle partie du résonateur se rapportent les sections nodales et ventrales du champ;

5° L'influence de la longueur du résonateur.

Influence de la direction des étincelles au micromètre. — On a déterminé les positions des sections ventrales et des sections nodales pour deux résonateurs qui présentent le même développement, qui sont aussi identiques que possible, et qui ne diffèrent que par la disposition du micromètre.

L'un T est muni d'un micromètre tel que la direction de

l'étincelle est normale à la circonférence du résonateur en son plan (*fig.* 33).

L'autre V est muni d'un micromètre tel que la direction de l'étincelle est tangente à la circonférence du résonateur (*fig.* 34).

Les résultats fournis par ces deux résonateurs sont sensiblement les mêmes, comme le montrent les tableaux suivants :

POSITION	v	n	v	n	v	$\lambda/2$	LONGUEUR des résonateurs
RÉSONATEUR T. — EXCITATEUR G; DISPOSITIF A FILS.							
I, 0°	**1m23** (1mm500)	**2m51** (0mm08)	**3m75** (1mm312)	**4m98** (0mm08)	»		
II, 0°	»	**1m55** (0mm19)	**2m85** (6mm75)	**4m00** (0mm20)	**5m34?** (7mm50)	2m47	1m96
III, 0°	»	**1m25** (0mm04)	**2m50** (0mm08)	**3m75** (0mm08)	**5m** (0mm08)		
RÉSONATEUR V. — EXCITATEUR G; DISPOSITIF A FILS.							
I, 0°	**1m30** (1mm25)	**2m60** (0mm075)	**3m84**	**5m12**	»		
II, 0°	»	**1m65** (1mm00)	**2m95** (3mm75)	**4m24** (0mm90)	**5m50** (4mm50)	2m54	2m
III, 0°	»	**1m30** (0mm02)	**2m58** (0mm05)	**3m83**	**5m10**		

Les nombres en chiffres gras indiquent la situation du résonateur dans le champ.

Les nombres entre parenthèses indiquent les intensités des étincelles.

La situation du résonateur dans le champ est repérée par rapport à son centre. Cette façon de repérer la position du résonateur est la cause du désaccord que ce tableau présente avec la loi ($N_{I} = V_{II} = V_{III}$), énoncée page 144. On verra plus loin que ce désaccord n'est qu'apparent.

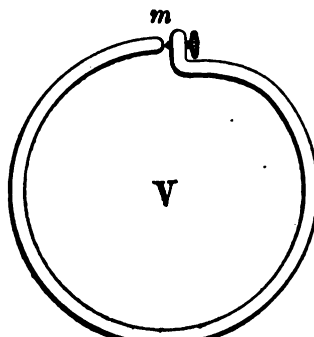


FIG. 34.

Les distances explosives maxima observées sont sensiblement plus grandes avec le micromètre normal qu'avec le micromètre tangent.

Nous avons également fait des mesures d'intensité d'étincelles et de longueurs d'onde avec le résonateur rectangulaire $\mathcal{V}$ armé d'un seul micromètre tournant. Ce micromètre (*fig.*35)

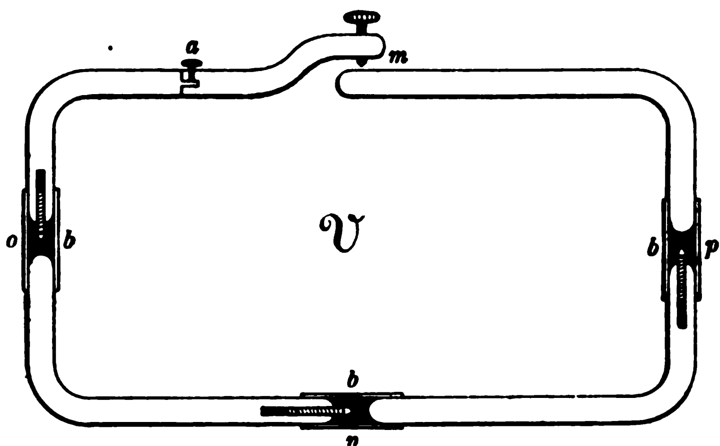


Fig. 35.

est un micromètre normal, mais l'extrémité du résonateur qui porte la vis micrométrique peut tourner sur elle-même autour de son axe, de telle sorte que la direction de la vis micrométrique et, par suite, de l'étincelle qui s'y produit, décrive un petit cercle dont le plan est normal à l'axe de la tige du résonateur.

Quelle que soit la position que l'on donne à ce micromètre, le résonateur fonctionne toujours de la même manière.

On peut donc, au point de vue de l'influence que la direction des étincelles au micromètre exerce sur la longueur d'onde décelée par un résonateur et sur la situation des nœuds et des ventres dans les différentes positions, énoncer la conclusion suivante :

Le fonctionnement du résonateur semble indépendant de la direction de l'étincelle au micromètre.

M. Drude(¹), dans l'étude qu'il a faite du résonateur hertzien, est arrivé à une conclusion analogue.

Influence de la présence du résonateur. — Si l'on détermine pour les trois positions principales par la méthode du déplacement du pont la valeur des longueurs d'onde successives, on constate que lorsque le résonateur est placé de telle sorte qu'on puisse disposer le pont entre l'excitateur et le résonateur, puis au delà du résonateur, la présence du résonateur influe en diminuant plus ou moins la concamération qu'il occupe.

Résonateur P. — Excitateur G; dispositif a fils.

POSITIONS	v	n	v	n	v	n	v	POSITION du résonateur	$\lambda/2$	$\lambda/2$ raccourcie	Longueur du résonateur
I, 0°	$1^{m}80$	r	$3^{m}30$	»	$4^{m}90$	»	$6^{m}15$	r à $2^{m}55$		$1^{m}50$	
II, 0°	2 »	»	r	»	4 85	»	6 45	r à 3 50		1 50	
	1 90	»	r	»	4 60	»	6 20	r à 3 70	$1^{m}60$	1 30	$1^{m}25$
	1 90	»	$3^{m}50$	»	r	»	6 35	r à 3 30			
III, 0°	r	»	2 20	»	$3^{m}80$	»	5 40	r à 0 90		1 30	

La situation du résonateur dans le champ était repérée par rapport à son centre.

Ces mesures montrent d'une manière nette que :

Le résonateur, par sa présence, rétrécit la longueur d'onde qu'il décèle dans la partie du champ qu'il occupe.

Cette influence du résonateur semble plus marquée pour la position II que pour les deux autres.

Influence de l'orientation du micromètre dans le plan du résonateur. — Pour étudier plus complètement le fonctionnement du résonateur dans les trois positions principales, on s'est astreint à mesurer les phénomènes en faisant occuper à l'interruption du micromètre toutes les situations possibles dans chaque plan.

(¹) P. Drude, *Wiedemann's Annalen*, t. 53, p. 746.

C'est ainsi que (*fig.* 36), dans la position I (plan xz), on place successivement la coupure du micromètre

Sur la direction	positive	de l'axe	des z.......	$\alpha =$ 0°
—	positive	—	des x.......	$\alpha =$ 90°
—	négative	—	des z.......	$\alpha =$ 180°
—	négative	—	des x.......	$\alpha =$ 270°

et dans les azimuts intermédiaires.

De même, dans la position II (plan x y) on place successivement l'interruption du micromètre

Sur la direction	négative	de l'axe	des y......	$\alpha =$ 0°
—	positive	—	des x......	$\alpha =$ 90°
—	positive	—	des y......	$\alpha =$ 180°
—	négative	—	des x......	$\alpha =$ 270°

et dans les azimuts intermédiaires.

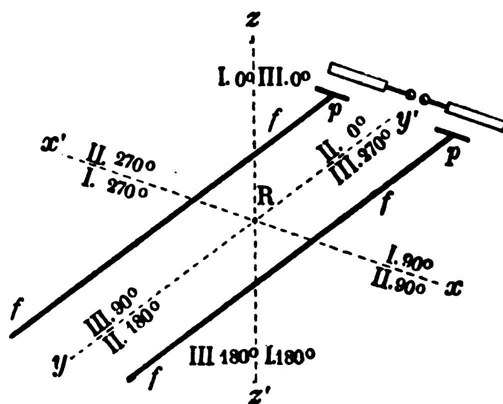


Fig. 36.

Enfin, dans la position III (plan y z) on place successivement l'interruption du micromètre

Sur la direction	positive	de l'axe	des z.......	$\alpha =$ 0°
—	positive	—	des y.......	$\alpha =$ 90°
—	négative	—	des z.......	$\alpha =$ 180°
—	négative	—	des y.......	$\alpha =$ 270°

et dans les azimuts intermédiaires.

Si l'on observe les phénomènes dans chaque position principale, le mieromètre étant successivement placé dans les différents azimuts, on constate que :

1° *Il existe des azimuts d'extinction pour les positions I et III.*

2° *Il n'existe pas d'azimut d'extinction pour la position II.*

Pour les positions I et III, dans lesquelles le plan du résonateur est perpendiculaire au plan des fils, il y a extinction quand le micromètre est dans le plan des fils ($\alpha = 90°$ et $\alpha = 270°$).

Pour la position II, dans laquelle le plan du résonateur coïncide avec le plan des fils, il y a des étincelles dans tous les azimuts; leur longueur est maxima quand le rayon du micromètre est parallèle aux fils ($\alpha = 0°$, $\alpha = 180°$), minima quand il leur est perpendiculaire ($\alpha = 90°$, $\alpha = 270°$).

Le tableau suivant, relatif à une étude comparative des résonateurs T et V, met ce fait en évidence; il confirme en même temps dans leurs détails les résultats énoncés plus haut, page 175.

INTENSITÉS DES ÉTINCELLES DES RÉSONATEURS T ET V.

ÉTUDE DU VENTRE $v = 3^m80$; POSITION I.

Azimuts :	0°	45°	90°	135°	180°	225°	270°	315°
Résonateur T:	$1^{mm}312$	$0^{mm}853$	$0^{mm}010$	$0^{mm}787$	$1^{mm}318$	$0^{mm}846$	$0^{mm}008$	$0^{mm}778$
Résonateur V:	1 188	0 768	0 008	0 693	1 200	0 754	0 007	0 695

ÉTUDE DU VENTRE $v = 5^m$; POSITION II.

Azimuts :	0°	45°	90°	135°	180°	225°	270°	315°
Résonateur T:	$7^{mm}135$	$6^{mm}750$	$6^{mm}187$	$6^{mm}750$	$7^{mm}135$	$6^{mm}750$	$6^{mm}300$	$6^{mm}750$
Résonateur V:	5 250	4 125	3 000	4 500	5 250	4 125	3 000	3 937

L'expérience suivante, faite à l'aide du résonateur rectangulaire $\mathfrak{T}$ muni de ses 4 micromètres, met d'une manière très nette ces azimuts d'extinction en évidence. Cette expérience réussit très facilement avec le dispositif de concentration par lames.

Le résonateur étant placé dans la position I de telle manière bne les micromètres *m* et *n* (*fig.* 37) soient sur la verticale et

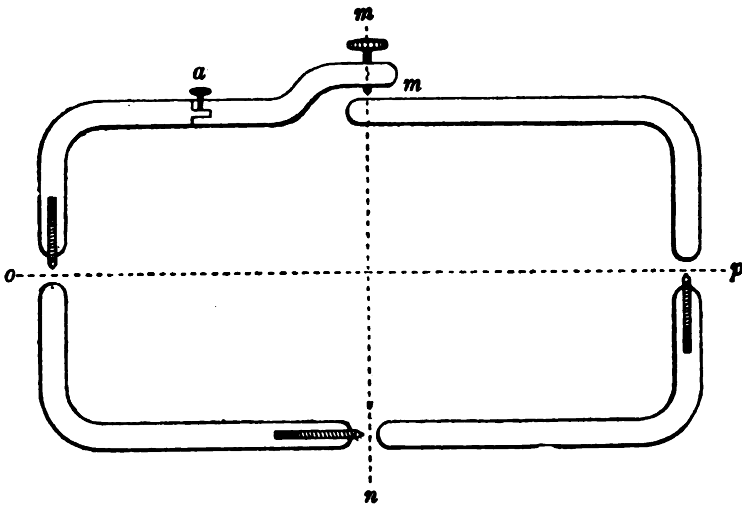


Fig. 37.

les micromètres *o* et *p* sur la même horizontale, on desserre progressivement les vis des micromètres primitivement amenées au contact en commençant par *m* et *n*; des étincelles se manifestent à ces deux micromètres. On tourne alors le résonateur dans son plan d'un angle de 90°; les micromètres *o* et *p* se trouvent sur la verticale, alors que les micromètres *m* et *n* sont venus se placer sur la même horizontale. Dans cette nouvelle position, les micromètres *m* et *n*, bien qu'ouverts, ne fonctionnent plus. Si l'on desserre les vis des micromètres *o* et *p*, ils donnent des étincelles, et il est aisé de régler leur ouverture de telle sorte qu'en imprimant au résonateur une nouvelle rotation de 90° dans son plan, ces deux micromètres *o* et *p* s'éteignent, alors que les micromètres *m* et *n* étincellent.

Le résonateur est dès lors réglé pour l'expérience, et l'on peut montrer de la façon la plus nette les azimuts d'extinction $\alpha = 90°$ et $\alpha = 270°$ en déplaçant le résonateur par rotation dans son plan. Chaque fois qu'un des couples de micromètres diamétralement opposés passe de la position horizontale à la position verticale, il se met à fonctionner. Il cesse, au contraire, d'être lumineux lorsqu'il passe de la position verticale à la position horizontale.

Détermination des sections nodales et ventrales. — La détermination des longueurs d'onde pour la position II et pour le micromètre situé dans l'azimut $\alpha = 0°$ ou dans l'azimut $\alpha = 180°$ montre qu'on doit rapporter la position du résonateur, non pas à son centre, mais au micromètre.

On n'a pas à tenir compte du rayon du résonateur dans la position I pour les divers azimuts, le micromètre se déplaçant constamment dans le plan vertical du résonateur, plan qui est normal aux fils.

Mais dans la position II, suivant qu'il se trouve dans l'azimut $\alpha = 0°$ ou dans l'azimut $\alpha = 180°$, le micromètre est ou plus près ou plus loin de l'excitateur que le centre du résonateur, et l'écart est égal au rayon du résonateur. Le centre du résonateur et le micromètre ne se trouvent plus correspondre, pour ces deux azimuts, avec le même repère du banc de mesure.

Il y aurait également lieu de tenir compte du rayon du résonateur dans la position III; mais il se trouve que les azimuts $\alpha = 90°$ et $\alpha = 270°$, pour lesquels cette correction serait à faire, correspondent au diamètre d'extinction relatif à la position III. Il en résulte qu'un résonateur placé dans cette situation (III, 90° ou 270°) et déplacé tout le long du champ, ne manifeste d'étincelles en aucun point.

On peut énoncer la loi suivante :

C'est la situation du micromètre qui règle dans le cas de la position II, azimuts $\alpha = 0°$ et $\alpha = 180°$, la situation du ventre.

Cette loi trouve une première vérification dans les mesures citées page 175, relatives aux résonateurs T et V. Les positions II sont celles qui correspondent à l'azimut $\alpha = 0°$ pour le micromètre, et les mesures indiquées ont été faites en relevant la position du centre du résonateur sur l'échelle de mesure. Dans ces conditions, on doit faire subir une correction aux mesures effectuées dans cette position II; on doit pour avoir la position du micromètre retrancher des nombres indiqués la valeur du rayon du résonateur. Le rayon r du résonateur T mesurait 32 centimètres; celui du résonateur V, 33 centimètres. Les nombres de la position II ainsi corrigés montrent bien que les mesures satisfont à la loi de la permutation des ventres et des nœuds énoncée au chapitre précédent.

Nous reproduisons ci-dessous ce tableau de la page 79, en faisant subir aux nombres relatifs à la position II la correction dont il s'agit.

POSITION	v	n	v	n	v	$\lambda/2$	LONGUEUR des résonateurs
RÉSONATEUR T. — EXCITATEUR G; DISPOSITIF A FILS $r = 32^{cm}$.							
I, 0°	1m23	2m51	3m75	4m98	»	»	»
II, 0°	»	1 23	2 53	3 68	5m02	2m47	1m96
III, 0°	»	1 25	2 50	3 75	5 »	»	»
RÉSONATEUR V. — EXCITATEUR G; DISPOSITIF A FILS $r = 33^{cm}$.							
I, 0°	1m30	2m60	3m84	5m12	»	»	»
II, 0°	»	1 32	2 62	3 91	5m17	2m54	2m
III, 0°	»	1 30	2 58	3 83	5 10	»	»

Les tableaux de mesures qui suivent mettent ce fait plus nettement en évidence.

Résonateur P. — Excitateur H; dispositif a fils.

Positions	v	n	v	n	v	n	v	n	v	r	$\lambda/2$	Longueur du résonateur
I, 0°	1m10	1m90	2m70	3m50	4m25	5m05	5m80	6m60	»	»		
II, 0°	»	1 30	2 10	2 90	3 70	4 55	5 30	6 05	6m85	— 0m20	1m60	1m25
180°	»	»	1 70	»	3 22	»	4 80	»	6 45	+ 0 20		
270°	»	»	1 90	»	3 50	»	5 10	»	»	»		

Les lectures sont repérées par rapport au centre du résonateur; la valeur ± 0m20 indiquée dans la colonne *r* indique la correction à faire subir aux lectures pour les rapporter au micromètre. — Si l'on fait cette correction, on obtient les nombres suivants :

Tableau corrigé

Positions	v	n	v	n	v	n	v	n	v	r	$\lambda/2$	Longueur du résonateur
I, 0°	1m10	1m90	2m70	3m50	4m25	5m05	5m80	6m60	»	»		
II, 0°	»	1 10	1 90	2 70	3 50	4 25	5 10	5 85	6m65	»	1m60	1m25
180°	»	»	1 90	»	3 42	»	5 »	»	»	»		
270°	»	»	1 90	»	3 50	»	5m10	»	»	»		

Résonateur S. — Excitateur J; dispositif a fils.

Positions	v	n	v	n	v	n	v	n	r	$\lambda/2$	Longueur du résonateur
I, 0°	1m60	2m51	3m47	4m39	5m33	6m27	7m20	»	»		
II, 0°	»	1 83	2 80	3 70	4 65	5 60	6 53	7m42	— 0m25		
90°	»	1 57	2 56	3 46	4 40	5 34	6 29	7 18	»	1m86	1m50
180°	»	1 30	2 25	3 20	4 16	5 12	6 05	6 94	+ 0m25		
270°	»	1 56	2 56	3 48	4 42	5 33	6 30	7 20	»		
III, 0°	»	»	2 53	»	4 42	»	6 30	»	»		

Tableau corrigé.

Positions	v	n	v	n	v	n	v	n	r	$\lambda/2$	Longueur du résonateur
I, 0°	1m60	2m51	3m47	4m39	5m33	6m27	7m20	»	»		
II, 0°	»	1 58	2 55	3 45	4 40	5 35	6 28	7m17	»		
90°	»	1 57	2 56	3 46	4 40	5 34	6 29	7 18	»	1m86	1m50
180°	»	1 55	2 50	3 45	4 41	5 37	6 30	7 19	»		
270°	»	1 56	2 56	3 48	4 42	5 33	6 30	7 20	»		
III, 0°	»	»	2 53	»	4 42	»	6 30	»	»		

RÉSONATEUR T. — EXCITATEUR C ; DISPOSITIF A FILS.

POSITIONS	v	n	v	n	v	r	$\lambda/2$	LONGUEUR du résonateur
I, 0°	1m23	2m51	3m75	4m98	6m(extr.)	»		
180°	1 24	2 50	3 73	5 »	»	»		
II, 0°	»	1 57	2 81	4 10	5 30	— 0m32		
180°	»	0 90	2 20	3 33	4 69	+ 0 32	2m47	1m96
270°	»	1 28	2 51	3 75	5 »	»		
III, 0°	»	1 25	2 50	3 75	5 »	»		
180°	»	1 25	2 52	3 75	5 03	»		
I, 0°	»	1 35	2 70	4 »	5 25	»	Les extrémités libres des fils étaient réunies par un pont.	
180°	»	1 35	2 70	4 03	5 28	»		
II, 0°	1 70	3 05	4 35	5 60	»	— 0 32		
90°	1 30	2 75	4 »	5 25	»	»		
180°	0 95	2 43	3 70	4 92	»	+ 0 32		

Tableau corrigé :

POSITIONS	v	n	v	n	v	r	$\lambda/2$	LONGUEUR du résonateur
I, 0°	1m23	2m51	3m75	4m98	6m »	»		
180°	1 24	2 50	3 73	5 »	»	»		
II, 0°	»	1 25	2 49	3 78	4 98	»		
180°	»	1 22	2 42	3 65	5 01	»		
270°	»	1 28	2 51	3 75	5 »	»		
III, 0°	»	1 25	2 50	3 75	5 »	»		
180°	»	1 25	2 52	3 75	5 03	»	2m47	1m96
I, 0°	»	1 35	2 70	4 »	5 25	»		
180°	»	1 35	2 70	4 03	5 28	»		
II, 0°	1 38	2 73	4 03	5 28	»	»		
90°	1 30	2 75	4 »	5 25	»	»		
180°	1 27	2 75	4 02	5 24	»	»		

RÉSONATEUR V. — EXCITATEUR G ; DISPOSITIF A FILS.

POSITIONS	v	n	v	n	v	r	$\lambda/2$	LONGUEUR du résonateur
I, 0°	1m30	2m60	3m84	5m12	»	»		
180°	1 30	2 58	3 90	5 15	»	»		
II, 0°	»	1 65	2 95	4 24	5 50	— 0m33		
90°	»	1 32	2 66	3 98	5 17	»		
180°	»	0 90	2 15	3 35	4 65	+ 0 33		
270°	»	1 35	2 72	3 95	5 20	»	2m50	2m
II, 180°	2 30	»	4 92	»	»	+ 0 33		
270°	2 68	»	5 20	»	»	»		
I, 0°	»	2 48	3 75	5 04	6 25	»		
II, 180°	»	0 92	2 16	3 45	4 72	+ 0 33		

Résonateur V. — Excitateur G ; dispositif a fils.

Tableau corrigé.

POSITIONS	v	n	v	n	v	r	λ/2	LONGUEUR du résonateur
I, 0°	1m30	2m60	3m84	5m12	»	»	2m50	2m
180°	1 30	2 58	3 90	5 15	»	»		
II, 0°	»	1 32	2 62	3 91	5m17	»		
90°	»	1 32	2 66	3 98	5 17	»		
180°	»	1 23	2 48	3 68	4 98	»		
270°	»	1 35	2 72	3 95	5 20	»		
II, 180°	2 63	»	5 25	»	»	»		
270°	2 68	»	5 20	»	»	»		
I, 0°	»	2 48	3 75	5 04	6 25	»		
II, 180°	»	1 25	2 49	3 78	5 05	»		

Résonateur Y. — Excitateur G ; dispositif a fils.

POSITIONS	v	n	v	n	v	n	r	λ/2	LONGUEUR du résonateur
I, 0°	»	1m40	2m40	3m38	4m40	5m36	»	1m98	1m60
180°	»	1 40	2 38	3 42	4 40	5 36	»		
II, 0°	1m70	2 73	3 72	4 71	»	»	— 0m32		
90°	1 40	2 40	3 40	4 40	»	»	»		
180°	0 96	2 10	3 10	4 12	»	»	+ 0 32		
270°	1 40	2 42	3 40	4 40	»	»	»		
III, 0°	1 40	2 38	3 40	4 40	»	»	»		

Tableau corrigé.

I, 0°	»	1m40	2m40	3m38	4m40	5m36	»	1m98	1m60
180°	»	1 40	2 38	3 42	4 40	5 36	»		
II, 0°	1m38	2 41	3 40	4 39	»	»	»		
90°	1 40	2 40	3 40	4 40	»	»	»		
180°	1 28	2 42	3 42	4 44	»	»	»		
270°	1 40	2 42	3 40	4 40	»	»	»		
III, 0°	1 40	2 38	3 40	4 40	»	»	»		

Résonateur 𝔙. — Excitateur B; dispositif a bandes.

Positions	v	n	v	n	v	r	λ/2	Longueur du résonateur
I, 0°	1m95	2m70	3m50	4m35	5m15	»	1m70	1m40
II, 0°	2 85	»	4 53	»	6 25	— 0m15		
Tableau corrigé.								
I, 0°	1m95	2m70	3m50	4m35	5m15	»	1m70	1m40
II, 0°	2 70	»	4 38	»	6 10	»		

M. Drude, au cours de l'étude expérimentale qu'il a faite du résonateur de Hertz (1), est arrivé à une conclusion qui semble en désaccord avec les résultats de nos expériences.

Les positions des résonateurs employés par M. Drude sont repérées par rapport au centre de figure du contour des résonateurs. Ces résonateurs sont constitués par des fils de métal contournés en rectangles ou en circonférence.

L'auteur indique que les maxima et minima d'intensité doivent être rapportés au centre de figure, c'est-à-dire au point même déterminé par le repère. Nous trouvons, au contraire, qu'avec cette manière de déterminer la position du résonateur on doit augmenter ou diminuer la distance lue d'une longueur égale au rayon du résonateur circulaire (ou au demi-côté parallèle aux fils du résonateur rectangulaire) suivant l'orientation donnée au micromètre de l'instrument.

Cette divergence entre les résultats énoncés par M. Drude et les nôtres tient aux dimensions relativement faibles des résonateurs employés par M. Drude.

Les rectangles qui forment le contour des résonateurs rectangulaires ont les dimensions suivantes :

L'un d'eux, ρ 31 millimètres sur 77 millimètres.
L'autre, ρ' 47 millimètres sur 78 millimètres.

(1) *Zum Studium des electrischen Resonatoren* (*Wiedemann's Annalen*, t. **53**, p. 763, 1894).

Le cercle limité par le résonateur circulaire γ employé ne mesure que 12 millimètres de rayon.

Avec des résonateurs de dimensions aussi restreintes, il devient assez difficile de donner aux mesures une précision assez grande pour que l'on puisse assurer que la section ventrale observée se rapporte à une région bien déterminée du résonateur.

M. Drude fait occuper aux résonateurs qu'il emploie pour étudier un champ non concentré par des fils (champ formé par une surface métallique plane disposée devant l'excitateur) trois positions différentes. Si l'on suppose que les axes de la figure 14 (p. 141) gardent leur situation respective par rapport à l'excitateur lorsque les fils de concentration sont enlevés, on peut faire correspondre les positions de M. Drude avec celles qui sont considérées dans ce travail.

La position 1 de M. Drude	correspond à notre	position I	
— 2	—	—	position III, $\alpha = 90^\circ$ ou 270°
— 3, *a*	—	—	position II, $\alpha = 180^\circ$
— 3, *b*	—	—	position II, $\alpha = 0^\circ$

Nous extrayons le tableau de mesure suivant du mémoire de M. Drude :

RÉSONATEUR	POSITION	REPÈRE DU CENTRE DU RÉSONATEUR PLACÉ EN UN VENTRE			RÉSONATEUR	POSITION	REPÈRE DU CENTRE DU RÉSONATEUR PLACÉ EN UN VENTRE	
ρ	3, *a*	8^{cm}»	7^{cm}»	8^{cm}»	ρ'	3, *a*	10^{cm}»	$10^{cm}7$
		39 »	40 »	38 5			28 »	25 5
		$72^{cm}5$	74^{cm}»				43 »	48 »
	3, *b*		$23^{cm}5$				63 »	64 5
		56^{cm}»	56^{cm}»			3, *b*	27 »	26 5
		86 5	85 »				45 5	47 »
							62 »	62 5

Pour résoudre complètement cette question et bien montrer que la section ventrale doit être rapportée au micromètre et non au centre du résonateur, nous avons exagéré le plus

possible la distance entre le micromètre et la partie du résonateur directement opposée.

Nous nous sommes servi d'un résonateur complet oblong $\mathcal{G}$ (*fig.* 38), mesurant $1^{m}50$ de développement et offrant cependant, par suite même de sa forme, une distance de 75 centimètres entre le micromètre et la partie du résonateur qui en est la plus éloignée. Ce résonateur étant disposé dans la position II et le micromètre correspondant successivement aux azimuts $\alpha = 0°$ et $\alpha = 180°$, on mesurait les longueurs d'onde décelées soit

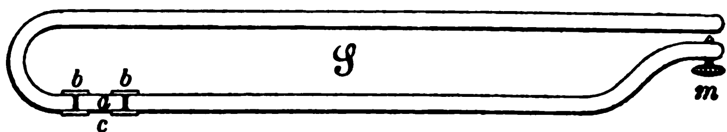


Fig. 38.

par déplacement du résonateur, soit par la méthode du pont, en lisant le repère de l'échelle de mesures relatif au micromètre. Bien qu'en employant ce résonateur oblong les points occupés par le centre du résonateur soient distants de 75 centimètres, quand on passait de la position (II, 0°) à la position (II, 180°), ce fut toujours au micromètre que se trouvait la section ventrale étudiée, ainsi que le montrent les mesures suivantes :

Résonateur $\mathcal{G}$. — Excitateur G ; dispositif a fils.

	POSITIONS	v	v	v	Place du résonateur	Position du centre du résonateur pour le premier ventre.
Mesure par déplacement du résonateur......	II, 0°	$1^{m}98$	$3^{m}80$	»	»	$2^{m}355$
	II, 180°	1 95	3 70	»	»	1 575
Mesure par déplacement d'un pont...........	II, 0°	2 »	3 80	$5^{m}60$	2^{m} »	2 375
	II, 180°	2 »	3 80	5 58	2 »	1 625

Les lectures sont faites au micromètre.

Dans ces dernières mesures, le pont mobile était amené jusqu'au-dessus du résonateur, et c'était au moment où il se trouvait placé exactement au-dessus du micromètre que l'étin-

celle de ce dernier atteignait son maximum. Il est à remarquer que lorsque le résonateur est disposé dans la position (II, 0°) le pont atteint le résonateur et se déplace au-dessus de toutes les autres parties du résonateur avant d'arriver au-dessus du micromètre; au contraire, dans la position (II, 180°) le pont atteint le micromètre avant de passer au-dessus du reste du résonateur.

Nous signalerons l'accord de ce résultat relatif à la situation exacte des sections nodales et ventrales avec les quelques mesures faites par MM. Sarasin et de la Rive (¹) en plaçant un résonateur (cercle de 75 centimètres de diamètre) dans une position horizontale. Ces physiciens ont reconnu qu'il fallait faire la mesure des sections nodales et ventrales en la rapportant au centre du résonateur qui se trouvait orienté dans leurs expériences dans la position (II, 270°). Or, il est évident que dans ce cas le centre de figure et le micromètre sont dans un même plan normal aux fils qui concentrent le champ.

Comparaison des longueurs d'onde de résonateurs de longueurs différentes. — On est frappé quand on compare la demi-longueur d'onde d'un résonateur et son développement de la grande différence qui existe entre ces deux longueurs, alors qu'on admet en général leur égalité.

En réalité, la présence du micromètre introduit une perturbation notable, si bien que, quelque simple qu'on le constitue, le micromètre tient la place d'une longueur utile de résonateur assez grande. Cette perturbation doit vraisemblablement être attribuée au pas de la vis micrométrique impossible à supprimer, comme semblent le démontrer des expériences comparatives effectuées avec un même résonateur dont la vis micrométrique fut choisie, d'une part très courte et sans tête, et, d'autre part, de plusieurs centimètres et à large tête.

Si au lieu de comparer la longueur d'onde décelée par un

(¹) Sarasin et L. de la Rive, *Interférences des ondulations électriques* (*Archives de Genève*, 3ᵉ période, t. **29**, 1893, p. 372 et 390).

résonateur à sa longueur, on compare entre elles les longueurs d'onde de deux résonateurs d'une part, et les longueurs de ces résonateurs, d'autre part, on peut énoncer la loi suivante :

La différence entre les demi-longueurs d'onde relatives à deux résonateurs est sensiblement égale à la différence de leurs longueurs.

$$\lambda - \lambda' = 2(L - L').$$

Pour peu que l'on ait pris soin de munir les deux résonateurs de micromètres aussi identiques que possible, l'élimination de la perturbation apportée par les micromètres se fait par la soustraction des mesures obtenues.

C'est ce qu'indiquent nettement les nombres suivants empruntés aux mesures effectuées à l'aide des deux résonateurs P et V, munis l'un et l'autre à leurs micromètres tangents de la même vis micrométrique.

RÉSONATEURS	$\lambda/2$	L	L-L'	$\frac{\lambda-\lambda'}{2}$
P	1^{m}63	1^{m}25		
			0^{m}75	0^{m}79
V	2^{m}42	2^{m} »		

Citons encore les mesures extraites d'expériences faites avec les deux résonateurs rectangulaires $\mathcal{X}$ et $\mathcal{Y}$, au cours desquelles le résonateur à longueur variable $\mathcal{Y}$ avait été réduit de la longueur 2^{m}50 à la longueur 2 mètres.

RÉSONATEURS	$\lambda/2$	L	L-L'	$\frac{\lambda-\lambda'}{2}$
$\mathcal{X}$	2^{m}32	2^{m} »		
			0^{m}50	0^{m}45
$\mathcal{Y}$	2^{m}77	2^{m}50		
			0^{m}50	0^{m}47
$\mathcal{Y}$	2^{m}30	2^{m} »		

Nous rapprocherons l'énoncé de la loi précédente de celui

auquel a été conduit M. Duhem dans l'interprétation théorique qu'il a donnée des expériences hertziennes :

La longueur d'un internœud trouvé dans l'éther (pratiquement dans l'air) *avec un résonateur filiforme donné, est sensiblement égale à la longueur du résonateur* [1].

Constante du micromètre. — Le micromètre semble donc tenir lieu d'une certaine longueur de résonateur qui doit, à peu de chose près, être la même pour tous les micromètres et qui constitue dans le fonctionnement du résonateur une perturbation aux extrémités qui vient détruire l'égalité entre la longueur du résonateur et la demi-longueur d'onde de l'oscillation qui l'excite.

Mais il est possible par le calcul de ces différences d'éliminer cette perturbation en opérant d'une manière analogue à celle qu'employait Wertheim [2] pour éliminer la perturbation aux extrémités se produisant dans un tuyau sonore en activité.

Nous avons réuni dans le tableau suivant les différences $L - \lambda/2$ qui mesurent la perturbation due aux micromètres, ou *constante du micromètre*, relative aux divers résonateurs que nous avons employés.

A la suite de ce tableau, nous avons fait figurer un extrait des mesures faites par MM. Sarasin et L. de la Rive, et nous avons calculé, d'après les données de ces auteurs, la valeur de la constante m du micromètre de chacun de leurs résonateurs.

Nous avons calculé de la même façon la constante m relative aux résonateurs de M. Drude [3].

On voit que cette constante diffère peu d'un résonateur à l'autre et diffère peu également de la moyenne des valeurs relatives à nos propres résonateurs. Si l'on tient compte de l'origine différente de tous ces micromètres et des différences inhérentes à leur construction qu'ils présentent entre eux, ces nombres pourront être considérés comme suffisamment voisins.

On peut d'ailleurs déduire des mesures faites par MM. Sarasin

---

(1) P. Duhem, Sur l'interprétation théorique des expériences hertziennes (*L'Éclairage électrique*, t. **4**, p. 494, 1895).

(2) Wertheim, *Ann. de Ch. et de Ph.* (3), t. **23**, p. 434, 1848 ; t. **31**, p. 385, 1851.

(3) P. Drude, *Zum Studium des electrischen Resonatoren* (*Wiedemann's Annalen*, t. **53**, 1894, p. 752).

et de la Rive, en calculant L — L′ et $\frac{\lambda - \lambda'}{2}$, la loi de l'égalité des différences de longueurs et des différences de demi-longueurs d'onde, loi que nos expériences mettent hors de doute.

Cette loi est celle à laquelle s'est trouvé conduit M. Poincaré (1) comme conclusions de considérations théoriques qui ne trouvent pas place dans cette étude.

RÉSONATEURS	LONGUEURS	λ/2	*m*
M	$0^{m}52$	$0^{m}85$	$0^{m}33$
N	0 80	1 15	0 35
P	1 25	1 60	0 35
Q	1 26	1 60	0 34
S	1 50	1 86	0 36
T	1 96	2 47	0 51
V	2 »	2 42	0 42
Y	1 60	1 98	0 38
ℳ	0 46	0 74	0 28
𝒩	0 56	0 85	0 29
𝒬	0 45	0 94	0 49
ℛ	0 85	1 30	0 45
𝒮	1 50	1 82	0 32
𝒯	1 50	1 84	0 34
𝒱	1 40	1 70	0 30
𝒳	2 »	2 32	0 32
𝒴	2 50	2 80	0 30

Résonateurs de MM. Sarasin et de la Rive (2).

DIAMÈTRE des cercles	LONGUEUR	λ/2	*m*
$0^{m}26$	$0^{m}81$	$1^{m}16$	$0^{m}35$
0 36	1 13	1 48	0 35
0 50	1 57	1 95	0 38
0 75	2 35	2 95	0 60
1 »	3 14	3 64	0 50
0 20	0 63	1 08	0 45
0 10	0 32	0 75	0 43

(1) H. Poincaré, *Les Oscillations électriques*, G. Carré, 1894.

(2) Sarasin et de la Rive, *Sur la résonance multiple des ondulations électriques, loc. cit.*; *Interférences des ondulations électriques* (*Archives de Genève*, t. 19, 1893, p. 350 et 441).

Résonateurs de M. Drude.

DIMENSIONS des rectangles	LONGUEUR	λ/2	m
31^{mm} sur 77^{mm}	21^{cm}6	63^{cm}	0^{m}414
47^{mm} sur 78^{mm}	25 »	72	0 47

§ II. — **Du résonateur à coupure.**

Si l'on pratique une coupure dans un résonateur circulaire de Hertz, l'appareil continue à fonctionner aussi facilement que s'il était complet.

Ce fait relatif à un résonateur à coupure, reconnu et signalé par nous dès 1895 (1) nous a permis de pénétrer un peu plus avant dans l'analyse expérimentale du résonateur hertzien.

La grandeur de la coupure (*fig.* 39) qui était pratiquée dans le résonateur variait de 0,02 à 0,11 de la longueur totale du résonateur complet.

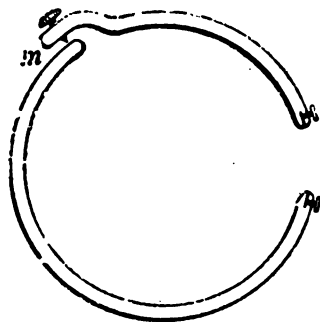


Fig. 39.

Il y a deux manières de pratiquer une coupure dans un résonateur : ou bien on dispose la coupure de façon qu'elle soit *symétrique* par rapport au diamètre du micromètre, c'est-à-dire que le diamètre qui passe par le micromètre passe également par le milieu de la coupure, ou bien on la dispose d'une manière *dissymétrique* par rapport à ce diamètre.

Nous avons employé des résonateurs M, N, X, — 𝒴, dans lesquels la coupure est fixe et est seulement susceptible d'être supprimée par la mise en place, au moyen de bagues de raccord, de la portion coupée du résonateur. Nous avons

(1) *Sur les expériences de Hertz* (*Procès-verbaux des séances de la Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux*, 4 avril 1895, p. 53).

aussi fait usage de deux résonateurs à coupure construits d'une manière spéciale.

L'un est le résonateur à coupure variable (*fig.* 40), l'autre est le résonateur à coulisse (*fig.* 41), dont la description a été donnée précédemment (p. 109 et 110).

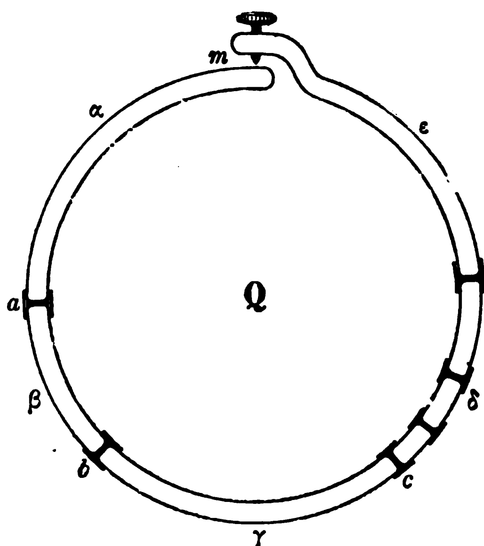


Fig. 40.

Les expériences que nous avons faites sur le résonateur à coupure et qui sont réunies dans ce paragraphe, ont eu pour but de répondre aux questions suivantes :

1° Quelle est l'influence de la coupure sur la position des azimuts d'extinction du résonateur.

2° A quelle partie du résonateur à coupure doivent être rapportées les sections nodales et ventrales du champ?

3° Comment se comporte le résonateur à coupure dans le champ à un fil?

4° Quelle variation d'intensité présentent les phénomènes quand on fait varier la grandeur de l'angle μ du rayon du micromètre et du rayon qui passe par le milieu de la coupure?

5° Quelle est l'influence de la coupure sur la longueur d'onde du résonateur?

Influence de la coupure sur la position des azimuts d'extinction. — Si l'on recherche les azimuts d'extinction ou de minimum d'effet pour un résonateur à coupure placé dans un *champ ordinaire à deux fils* dans les trois positions principales, on trouve que :

Un résonateur à coupure symétrique présente les mêmes azimuts d'extinction qu'un résonateur complet.

Au contraire :

Un résonateur à coupure dissymétrique ne présente pas de phénomènes d'extinction pour les positions I et III quand le micromètre est dans l'azimut $\alpha = 90^\circ$ *ou dans l'azimut* $\alpha = 270^\circ$.

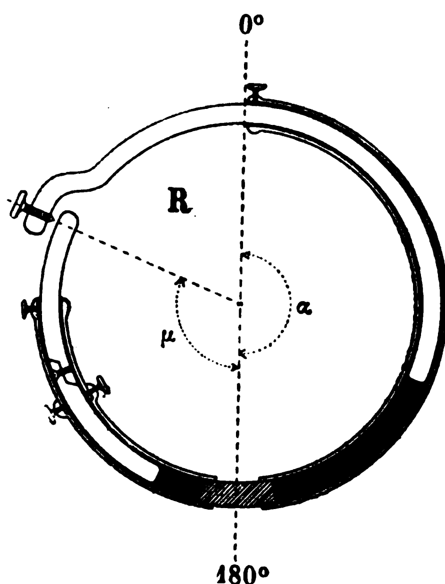


FIG. 41.

La règle qui donne l'azimut dans le cas d'extinction est la suivante :

Pour obtenir l'extinction ou le minimum d'étincelle, il faut amener le milieu de la coupure dans l'un des deux azimuts que devrait occuper le micromètre pour donner le même résultat si le résonateur était complet.

Si 2γ est l'angle de coupure (*fig.* 42), μ l'angle de la plus petite portion du résonateur coupé, l'azimut α qu'occupe le micromètre lors de l'extinction, est :

$$\alpha = \frac{\pi}{2} - (\mu + \gamma) \text{ ou } \frac{3\pi}{2} - (\mu + \gamma).$$

Quand la coupure est symétrique $\mu + \gamma = \pi$,

$$\alpha = -\frac{\pi}{2} \text{ ou } + \frac{\pi}{2};$$

on retrouve les mêmes azimuts d'extinction que pour un résonateur complet.

DÉTERMINATION DES SECTIONS NODALES ET VENTRALES. — Si l'on repère la position des sections ventrales ou des sec-

tions nodales relatives à un résonateur à coupure placé successivement dans les trois positions principales, on constate qu'il n'est pas indifférent, pour les positions II et III, d'effectuer les mesures relativement au micromètre ou relativement à la coupure. Ce mode expérimental donne évidemment le même résultat quant à la position I, la coupure et le micromètre se trouvant alors dans le même plan vertical perpendiculaire à la direction des fils de concentration, qui est le plan même du résonateur.

Pour que la loi de la permutation des ventres et des nœuds subsiste dans la forme dans laquelle elle a été énoncée pour le résonateur complet, *il faut effectuer les mesures en repé-*

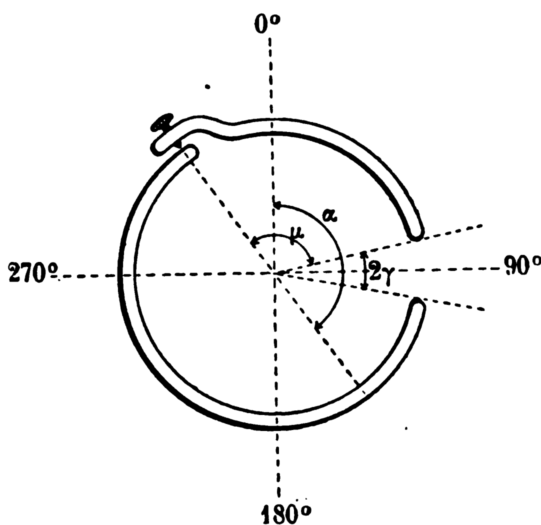


Fig. 42.

rant la position occupée, non par le micromètre, mais par la coupure.

Pour mettre bien en évidence ce fait, nous avons effectué des déterminations de sections nodales et ventrales avec le résonateur oblong $\mathcal{G}$ (*fig.* 43) auquel on avait pratiqué une coupure de 3 centimètres vers la partie la plus éloignée du micromètre. Grâce à la forme même de ce résonateur, la distance qui séparait le micromètre de la coupure s'élevait à

70 centimètres. On pouvait d'ailleurs, à l'aide de bagues métalliques, reconstituer le résonateur complet.

Lorsque le résonateur est complet, il faut amener le pont mobile exactement au-dessus du micromètre pour obtenir une étincelle maxima dans la position (II, 0°) aussi bien que dans la position (II, 180°); au contraire, lorsque le résonateur est coupé, il suffit d'amener le même pont au-dessus de la coupure pour obtenir le maximum d'effet dans la même position II pour les azimuts $\alpha = 0°$ ou $\alpha = 180°$.

Pour un résonateur à coupure symétrique comme pour un résonateur complet, il n'est point besoin de corriger les mesures relatives à la position III, quand bien même elles

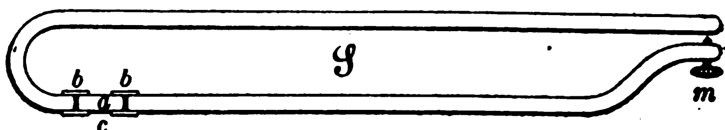


Fig. 43.

auraient été repérées par rapport au centre du résonateur; pour cette position, en effet, les azimuts $\alpha = 90°$ et $\alpha = 270°$ correspondent au diamètre d'extinction. Il n'en est plus de même pour un résonateur à coupure dissymétrique. On doit *faire les lectures,* pour la position III, *au point occupé par la coupure,* qui ne coïncide plus alors avec le point occupé par le micromètre.

On peut résumer dans l'énoncé suivant tous ces résultats relatifs au résonateur à coupure.

Dans un résonateur à coupure, la coupure joue le rôle que jouait le micromètre dans le résonateur complet, et cela, tant pour les positions d'extinction que pour les positions des sections nodales et ventrales.

Tout ce qu'on a dit du micromètre dans le cas du résonateur complet, peut se dire de la coupure dans le cas du résonateur coupé.

Résonateur a coupure dans le champ a un fil. — Dans

l'étude que nous avons faite des propriétés du champ à un fil, nous avons employé en même temps que le résonateur complet le résonateur à coupure.

Pour les positions dissymétriques et extérieures (voir page 147) que peut occuper le résonateur coupé par rapport au fil, on trouve qu'*il y a extinction ou minimum d'effet.*

Pour la position I : *lorsque le rayon du milieu de la coupure passe par le fil.*

Pour la position II : *lorsque le rayon du milieu de la coupure est perpendiculaire au fil.*

Pour la position III : *lorsque le rayon du milieu de la coupure est parallèle au fil.*

Si l'on compare ces résultats à ceux qui ont été énoncés au chapitre III, touchant le résonateur complet, on voit qu'ils viennent confirmer ce fait que dans le résonateur à coupure, la coupure doit être substituée au micromètre pour la détermination des positions d'extinction.

VARIATIONS D'INTENSITÉ DES PHÉNOMÈNES AVEC L'ANGLE μ DU RAYON DU MICROMÈTRE ET DU RAYON DE LA COUPURE. — Si l'on mesure la distance explosive maximum au micromètre d'un résonateur complet maintenu dans la position I et placé, pour cette position, dans tous les azimuts, on trouve le résultat suivant, facile à prévoir si l'on se reporte aux déterminations déjà faites.

La longueur maxima d'étincelle obtenue au micromètre décroît progressivement de l'azimut $\alpha = 0°$ occupé par le micromètre du résonateur complet jusqu'à l'azimut $\alpha = 90°$, pour lequel elle est sensiblement nulle; elle croît ensuite depuis l'azimut $\alpha = 90°$ jusqu'à l'azimut $\alpha = 180°$. On constate une nouvelle décroissance de l'étincelle depuis l'azimut $\alpha = 180°$ jusqu'à l'azimut $\alpha = 270°$ (second minimum sensiblement nul), puis une croissance de l'étincelle de l'azimut $\alpha = 270°$ à l'azimut $\alpha = 0°$, pour lequel l'étincelle reprend sa longueur maximum.

Nous avons comparé ces résultats avec ceux que fournit, pour la même position I, le résonateur à coupure placé dans une section ventrale et dont le micromètre est assujetti à se déplacer successivement dans tous les azimuts, *le milieu de la coupure étant maintenu constamment dans l'azimut* $\alpha = 180°$, afin que dans chacune de ses orientations successives le micromètre présente toujours le maximum d'étincelle relatif à cette orientation.

Une première série de mesures a été faite avec le résonateur à coupure variable (*fig.* 40). Elle a donné les mêmes résultats que celle entreprise avec le résonateur à coulisse (*fig.* 41), qui permettait d'effectuer plus commodément les observations tout en s'astreignant aux conditions exigées par l'expérience.

Le tableau qui suit indique les valeurs du maximum d'étincelle au micromètre lorsqu'on fait varier l'angle μ, la coupure étant maintenue dans l'azimut $\alpha = 180°$.

RÉSONATEUR R. — EXCITATEUR A ; DISPOSITIF A BANDES.

	ANGLE μ	INTENSITÉ DE L'ÉTINCELLE AU MICROMÈTRE	ANGLE μ	INTENSITÉ DE L'ÉTINCELLE AU MICROMÈTRE
Position I $\alpha = 180°$	180°	0mm350	110°	0mm200
	170°	0 350	100°	0 175
	160°	0 325	90°	0 150
	150°	0 300	80°	0 150
	140°	0 300	70°	0 125
	130°	0 250	60°	0 100
	120°	0 225	50°	0 100

On voit que la distance explosive maximum de l'étincelle du micromètre décroît progressivement à mesure que le micromètre se rapproche de la coupure, celle-ci étant constamment maintenue dans l'azimut $\alpha = 180°$.

Si l'on admet que l'étincelle du micromètre d'un résonateur coupé mesure l'intensité du mouvement électrique dont est le siège ce résonateur au point où se trouve le micromètre, cette mesure confirme la façon suivante d'envisager le fonctionnement d'un résonateur circulaire placé dans la position I dans une section ventrale du champ. Le résonateur à coupure se présenterait comme ayant *un nœud de vibration aux*

deux extrémités limitant la coupure et un ventre au point diamétralement opposé au milieu de la coupure.

Une autre expérience semble confirmer cette manière de voir. Elle consiste à prendre une petite bobine de fil fin, enserrant sur une longueur de 1 à 2 centimètres la tige du résonateur et à la déplacer le long de cette tige, depuis la coupure jusqu'au point diamétralement opposé. Si cette petite bobine est attelée à un téléphone, on constate, en étant attentif au téléphone pendant la durée du déplacement, que le bruit entendu, relativement faible lorsque la bobine investigatrice est voisine de la coupure, devient de plus en plus fort à mesure que la bobine se rapproche du point du résonateur le plus éloigné de la coupure, pour atteindre en ce point son maximum d'intensité.

INFLUENCE DE LA COUPURE SUR LA LONGUEUR D'ONDE DU RÉSONATEUR. — Nous avons comparé entre elles les mesures des longueurs d'onde qui excitent un résonateur complet et un résonateur à coupure de même rayon.

Les nombres suivants sont relatifs au résonateur complet T et au résonateur à coupure X, qui offrent un rayon sensiblement égal. Le tableau présente en même temps les résultats fournis par le résonateur Q composé d'une série d'arcs métalliques unis par des bagues et dont on a mesuré la longueur d'onde à l'état de résonateur complet, puis à l'état de résonateur présentant une coupure de grandeur variable.

RÉSONATEURS A COUPURE. — EXCITATEUR G; DISPOSITIF A FILS.

RÉSONATEURS	$\lambda/2$	LONGUEUR du résonateur	LONGUEUR c de la coupure	$\frac{\lambda-\lambda_c}{2}$
T (complet)	2m40	1m96	»	0m30
X	2 10	1 75	0m22	
Q	1 45	1 11	0 15	
				0m15
Q (complet)	1 60	1 26	»	
				0 30
Q	1 30	0 94	0 32	

On peut donc énoncer la loi suivante :

La différence entre la demi-longueur d'onde d'un résonateur complet et la demi-longueur d'onde d'un résonateur à coupure de même rayon est sensiblement égale à la longueur de la coupure.

$$\frac{\lambda - \lambda_c}{2} = c.$$

Comme on le constate à la lecture du tableau des mesures, l'exactitude de cette loi est d'autant plus grande que l'on a affaire à des résonateurs moins différents. C'est ainsi que la comparaison des résultats relatifs aux résonateurs T et X donne pour une coupure de 22 centimètres une différence de demi-longueurs d'onde de 30 centimètres; mais il est à remarquer que la coupure du résonateur X est munie de bornes serre-fils et que l'influence des micromètres (qui correspond à une longueur utile des résonateurs fort grande) peut n'être pas la même pour les deux résonateurs T et X.

Les résultats qui se rapportent aux mesures faites avec le résonateur à coupure variable Q, vérifient la loi d'une manière bien plus approchée.

Cette loi doit être rapprochée de celle qui est relative à l'égalité entre les différences des demi-longueurs d'onde de deux résonateurs complets et les différences de leurs longueurs.

CHAPITRE V

Étude comparative du champ hertzien dans l'air et dans les diélectriques.

Un résonateur de Hertz dont le plan est perpendiculaire à la direction des fils qui concentrent le champ *(position I)*, décèle des sections alternativement nodales et ventrales bien déterminées.

Nous avons montré précédemment que ce même résonateur est encore susceptible de mettre en évidence un système de nœuds et de ventres alternant avec le précédent, présentant une section ventrale en coïncidence avec une section nodale du premier système, et inversement. Il suffit pour cela de maintenir le plan du résonateur dans le plan même des fils qui concentrent le champ *(position II)*.

L'existence de ce double système de sections nodales et ventrales que montre un résonateur maintenu successivement dans ces deux positions, est encore démontrée par l'analyse comparative que nous avons faite du champ hertzien concentré par un fil unique ou par deux fils.

On peut alors se demander ce que devient cette double série de sections alternativement nodales et ventrales lorsqu'on change la nature du milieu entourant les deux fils tendus dans le champ.

Pour résoudre cette question par une voie indépendante de toute théorie, il nous fallait répéter, au sein d'un diélectrique autre que l'air, les expériences déjà réalisées dans l'air; pour cela, il fallait disposer d'une assez grande quantité du diélectrique choisi pour y pouvoir baigner sur une grande longueur les deux fils concentrant le champ.

Dispositif. — Le dispositif employé a été décrit précédemment (voir champ à réservoir, p. 23). Nous en rappelons très succinctement les dispositions principales.

Un réservoir en bois formant un parallélipipède de 4 mètres de longueur sur 25 centimètres de profondeur et 30 centimètres de largeur, peut contenir de 230 à 260 litres de liquide. Deux fils parallèles issus de plaques avoisinant un excitateur y pénètrent et sont tendus à l'intérieur dans le sens de la longueur au niveau de la section moyenne. — Différents résonateurs, susceptibles d'être commodément disposés dans les positions I et II, complètent le dispositif; on avait soigneusement étudié ces résonateurs dans l'air, au sein même du réservoir vide.

Tout l'appareil (excitateur, réservoir et fils) est entouré dans le sens de la longueur d'une sorte de cage de fils métalliques ayant pour but d'empêcher la dissipation du champ à l'extérieur et rendant, par suite, les phénomènes plus intenses.

Les diélectriques que nous avons choisis comme objet de notre étude sont l'*huile de pétrole* et l'*eau*.

L'huile de pétrole employée sert dans l'industrie à l'entretien des machines dynamo-électriques; elle présente une très complète homogénéité et une grande inaltérabilité, deux qualités que nous devions mettre en ligne de compte, étant donnée la quantité de diélectrique à employer.

L'eau fut simplement empruntée aux conduites de la ville; la grande quantité de liquide nécessaire aux expériences rendait peu pratique l'emploi d'eau distillée.

Avant d'indiquer les résultats auxquels nous ont conduit ces déterminations, nous rappellerons brièvement les mesures précédemment faites relativement à la propagation des oscillations électriques au sein de diélectriques autres que l'air.

En 1890, M. Waitz (1), en mettant en contact avec les deux

(1) Waitz, *Wiedemann's Annalen*, t. 47, p. 435, 1890.

pôles du micromètre d'un résonateur les deux fils de concentration du champ et en faisant glisser le long de ces fils un pont mobile, put observer une série de maxima et de minima dans la longueur des étincelles du micromètre. Il détermina ainsi la longueur d'onde des oscillations électriques par déplacement du pont. En plongeant les fils de dérivation du résonateur dans un liquide isolant, huile de ricin, huile de pétrole, M. Waitz a observé que la longueur d'onde mesurée dans le pétrole est inférieure à la longueur d'onde mesurée dans l'air. Le rapport de ces deux grandeurs a varié de 1,45 à 1,3, suivant la disposition employée.

MM. Arons et Rubens (1) ont étudié la propagation des oscillations électriques dans les diélectriques en répétant l'expérience suivante faite par Hertz (2) dans l'air : Si l'on met en communication à l'aide d'un fil conducteur un point quelconque du cerceau métallique qui constitue le résonateur de Hertz avec une des plaques de l'excitateur, il se produit en général une étincelle au micromètre du résonateur. Si l'on fait varier la position du point du résonateur ainsi mise en relation avec la plaque de l'excitateur, on constate que l'intensité des étincelles du micromètre varie. On arrive ainsi à produire une extinction du micromètre si l'on choisit comme point d'attache du fil de communication le point du résonateur diamétralement opposé au micromètre *(point neutre)*.

Hertz attribue cette extinction à ce que les oscillations électriques amenées par le fil de communication au résonateur se propagent de part et d'autre du point de contact et arrivent au micromètre après avoir parcouru des longueurs de conducteurs identiques; elles amènent donc à chaque instant les deux pôles du micromètre dans le même état électrique.

---

(1) Arons et Rubens, *Wiedemann's Annalen*, t. **42**, p. 581, t. XLIV, p. 177, 1891.
(2) Hertz, *Untersuchungen ueber die Ausbreitung der elektrischen Kraft*, p. 33-37.

MM. Arons et Rubens ont répété l'expérience de Hertz, et ils ont constaté que l'extinction étant obtenue cessait dès qu'on plongeait l'une des moitiés du résonateur dans un liquide diélectrique. Si l'on fait alors varier la position du point de contact du fil avec le résonateur, on peut ramener le micromètre à l'extinction. Dans ce cas, la longueur de la portion du résonateur comprise entre le point neutre et le micromètre qui est placée dans l'air est équivalente, au point de vue de la propagation des oscillations électriques à la longueur de la portion du résonateur comprise entre le point neutre et le micromètre, qui est plongée dans le diélectrique étudié. MM. Arons et Rubens prennent ce rapport comme mesurant le rapport des longueurs d'onde λ et λ', des oscillations se propageant au sein de l'air et au sein du diélectrique.

Le résonateur qu'employaient ces expérimentateurs était de forme rectangulaire. Au lieu de déterminer le point neutre par l'observation d'étincelles se produisant au micromètre du résonateur, ils déterminaient ce point à l'aide du bolomètre.

A cet effet, l'interrupteur à étincelles était supprimé et remplacé par deux petites plaques métalliques carrées, de 5 centimètres de côté, fixées aux extrémités du résonateur à une distance de 7 centimètres l'une de l'autre. Au voisinage immédiat des plaques on avait soudé au résonateur de petits fils latéraux, sur lesquels étaient fixés, à l'aide de fragments de tubes de verre, des petits morceaux d'un tube de laiton qui formaient les armatures extérieures de petites bouteilles de Leyde, dont les fils constituaient l'armature intérieure. Ces bouteilles de Leyde sont introduites dans l'un des circuits du bolomètre. Quand le point de jonction du fil provenant de l'excitateur avec le résonateur est le point neutre, la déviation du galvanomètre doit être nulle ou minimum.

MM. Arons et Rubens ont étudié à l'aide de ce dispositif plusieurs diélectriques, entre autres l'huile de pétrole. Ils ont trouvé comme valeur du rapport $\frac{\lambda}{\lambda'}$ le nombre 1, 4. Ils ont essayé de faire l'étude de l'eau, de l'alcool, par le même

procédé, mais n'ont pu parvenir dans l'étude de ces corps à des résultats constants (1).

M. J. J. Thomson (2) établit aux bornes du micromètre d'un résonateur des fils de dérivation dont l'un est fixé à l'extrémité d'un des fils de concentration du champ, alors que l'autre est déplacé tout le long du second fil, avec lequel il est mis en contact, jusqu'à ce qu'on observe un minimum de longueur d'étincelle au micromètre. Il applique ce procédé à la détermination des longueurs d'onde des oscillations électriques. En plongeant l'un des fils de concentration dans la paraffine, le soufre, l'ébonite, il observe des longueurs d'onde différentes de celles qui ont été observées lorsque les deux fils sont disposés dans l'air. Il peut ainsi calculer le rapport des longueurs d'onde, qu'il trouve égal à la racine carrée du pouvoir inducteur spécifique du diélectrique étudié.

M. Lecher(3) emploie un tube à gaz raréfié comme appareil d'observation. En déplaçant le long des fils de concentration un pont mobile, l'éclat du tube varie. On note les positions correspondant au maximum d'éclat. Si l'on interpose entre l'une des plaques de l'excitateur et la plaque terminale du fil de concentration située en face, une épaisseur *e* d'un diélectrique, les positions du pont correspondant au maximum d'éclat varient. En modifiant l'écartement des lames métalliques entre lesquelles est situé le diélectrique, on peut ramener les positions du pont à redevenir ce qu'elles étaient avant l'introduction du diélectrique. On déduit de là l'épaisseur de la couche d'air équivalente à la lame diélectrique au point de vue des oscillations électriques.

M. Mazotto (4), M. P. Drude(5), ont fait des études analogues sur divers diélectriques en se servant de cette méthode de M. Lecher.

---

(1) Arons et Rubens, *Wiedmann's Annalen*, t. **44**, p. 206, 1891.
(2) Lecher, *Wiedemann's Annalen*, t. **42**, p. 142.
(3) J. J. Thomson, *Proceeding of the Royal Society*, t. **46**, p. 1.
(4) Mazotto, *Accademia dei Lincei*, 5 octobre 1896.
(5) P. Drude, *Wiedemann's Annalen*, t. **61**.

M. Cohn(1), puis MM. Cohn et Zeemann(2) ont étudié la propagation des oscillations électriques dans l'eau, en employant comme moyen d'observation la méthode bolométrique d'Arons et Rubens.

Le dispositif réalisé était le suivant : On concentrait les oscillations émanant d'un excitateur à plaques par deux fils parallèles tendus dans l'air, à partir de l'excitateur, sur une longueur de 3 à 4 mètres, puis pénétrant à l'intérieur d'une cuve de 66 centimètres de longueur. Le résonateur était constitué par un fil métallique enroulé en spirale autour de fragments de tubes de verre, les fils qui concentrent le champ passant à l'intérieur de ces tubes. Ce fil constituait ainsi l'armature extérieure d'une petite bouteille de Leyde qui était introduite dans l'un des circuits du bolomètre.

Un résonateur était placé vers le milieu de l'intervalle compris entre la cuve et l'excitateur; on établissait alors un premier pont fixe au voisinage immédiat de l'excitateur et un second pont fixe contre la paroi même du réservoir, la plus proche du résonateur; dans ces conditions, on observait un maximum d'effet sur le résonateur. Le réservoir était rempli d'eau, on y disposait un résonateur identique à celui placé dans l'air et on déterminait la position que doit occuper un pont mobile situé dans le réservoir, pour que ce second résonateur indiquât un maximum d'effet. Déplaçant enfin le résonateur et le pont situés dans l'eau, on déterminait une seconde position respective de ces appareils correspondant à un second maximum d'effet sur le résonateur.

La distance séparant les deux positions du pont mobile à l'intérieur du réservoir était considérée comme représentant la demi-longueur d'onde $\frac{\lambda'}{2}$ des oscillations dans l'eau; la distance entre le pont fixe voisin de l'excitateur et le pont établi contre la paroi du réservoir était considérée comme

(1) Cohn, *Wiedemann's Annalen*, t. **45**, p. 370.
(2) Cohn et Zeemann, Strasburg, 1893.

représentant la demi-longueur d'onde $\frac{\lambda}{2}$ des oscillations dans l'air.

La moyenne des observations effectuées par MM. Cohn et Zeemann donne le nombre 8,7 pour valeur du rapport $\frac{\lambda}{\lambda'}$. Ce nombre est très voisin de la racine carrée du pouvoir inducteur spécifique de l'eau.

C'est le même résultat que M. G. Udny Yule (1) énonce comme conclusions de son étude expérimentale sur lapropagation des oscillations électriques dans l'eau.

Les déterminations faites sur l'huile de ricin par M. Blondlot (2), déterminations sur lesquelles nous reviendrons plus loin, ont, au contraire, conduit leur auteur à énoncer que les longueurs d'onde mesurées dans l'air et dans un diélectrique étaient égales.

C'est aussi la conclusion à laquelle l'étude de la glace a conduit M. Pérot (3).

On voit que les expérimentateurs qui nous ont précédé ont été conduits à deux résultats qui semblent contradictoires. D'après les uns, le rapport des longueurs d'onde des oscillations électriques mesurées dans l'air et dans un diélectrique est égal à la racine carrée du pouvoir inducteur spécifique du diélectrique. C'est la conclusion à laquelle arrivent MM. Waitz, Arons et Rubens, J.-J. Thomson, Cohn, Cohn et Zeemann.

Pour d'autres, au contraire, les longueurs d'onde des oscillations électriques mesurées dans l'air et dans un diélectrique autre que l'air sont égales. Telle est la conclusion que MM. Blondlot et Pérot énoncent comme résultat de leurs expériences.

Comme on va le voir par l'exposé de nos propres recherches, cette contradiction n'est qu'apparente; elle tient aux condi-

---

(1) G. Udny Yule, *Wiedmann's Annalen*, t. **50**.
(2) R. Blondlot, *Comptes rendus*, 25 juillet 1892.
(3) A. Pérot, *Comptes rendus*, t. **114**, p. 1528; t. **115**, p. 38 et 165

tions différentes dans lesquelles ont été faites les mesures. Nos propres déterminations confirment les résultats de nos devanciers et expliquent les divergences qu'elles présentent.

§ I. — Du champ hertzien dans l'huile.

Les résonateurs employés dans cette étude comparative sont au nombre de quatre et appartiennent à deux types différents.

Deux d'entre eux, $\mathcal{M}$, $\mathcal{N}$, réalisent le résonateur filiforme employé par Hertz. Ce sont des rectangles de 46 et 56 centimètres de développement (*fig.* 44), micromètre compris. Les deux autres, $\mathcal{O}$, $\mathcal{L}$, d'un plus grand développement, doivent pouvoir être plongés complètement dans la cuve dans le sens de la plus petite section. Ils offrent la forme de rectangles de côtés à peu près égaux aux précédents et la tige métallique qui les constitue a été plusieurs fois recourbée sur elle-même de manière à former deux spires de forme rectangulaire. Leur longueur atteint 90 centimètres et $1^{m}20$.

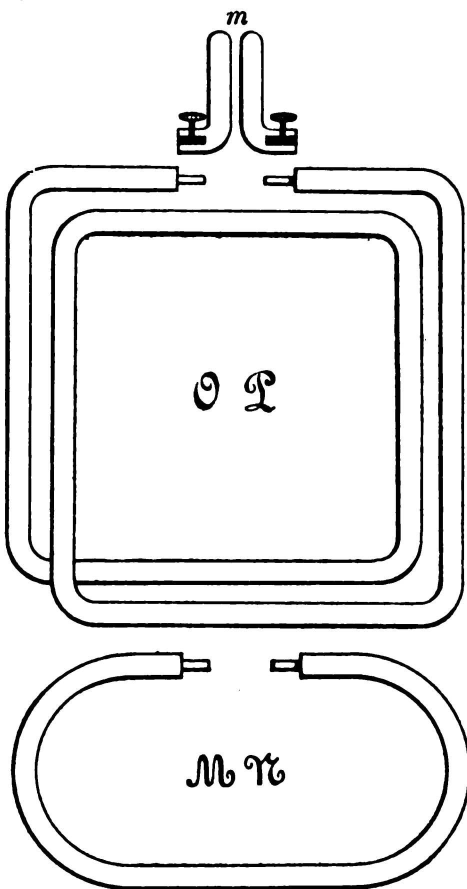


Fig. 44.

On a d'ailleurs eu soin de rendre le micromètre in pendant de chaque résonateur, de telle sorte que le mê micromètre est successivement adapté à chacun des réso teurs étudiés.

Mesures préalables dans l'air. — Ces quatre résonate étudiés dans l'air donnèrent les résultats consignés dans tableau suivant :

Mesures dans l'air. — Résonateurs Ab, Nb, O, L. — Excitateur dispositif a réservoir.

Résonateurs	Positions	v	v	v	v	v	v	λ/2	λ/2 (moyenne)	]
Ab	I, 0°	3m28	2m53	1m85	1m13	0 37	»	0m73	0m74	0m
		3 30	2 55	1 81	1 12	0 36	»	0 74		
	II, 0°	2 93	2 17	1 41	0 69	»	»	0 75		
Nb	I, 0°	3 28	2 40	1 54	»	»	»	0 87	0 85	0 :
		3 30	2 45	1 58	»	»	»	0 86		
		3 28	2 42	1 58	»	»	»	0 85		
		3 26	2 43	1 56	»	»	»	0 85		
	II, 0°	2 50	1 65	0 80	»	»	»	0 85		
		2 92	2 08	1 22	0 41	»	»	0 83		
		2 96	2 11	1 30	0 45	»	»	0 84		
O	I, 0°	2 80	1 37	»	»	»	»	1 43	1 43	0 (
		3 10	1 67	0 25	»	»	»	1 43		
	II, 180°	3 67	2 35	0 87	»	»	»	1 43		
		2 91	1 50	0 07	»	»	»	1 42		
L	I, 0°	2 74	0 86	»	»	»	»	1 88	1 89	1 2
		2 73	0 83	»	»	»	»	1 90		
		2 62	0 69	»	»	»	»	1 93		
		2 70	0 84	»	»	»	»	1 86		
	II, 0°	2 62	0 75	»	»	»	»	1 87		
	180°	2 62	0 74	»	»	»	»	1 88		
		5 64	3 76	1 85	»	»	»	1 90		

Comme on le voit, les deux résonateurs $\mathcal{M}$ et $\mathcal{N}$ qui sont constitués d'un simple rectangle métallique auquel s'adapte le même micromètre, obéissent à la loi déjà énoncée :

La différence entre les demi-longueurs d'onde relatives à deux résonateurs est sensiblement égale à la différence de leurs longueurs.

$$\lambda - \lambda' = 2(L - L').$$

Dans le cas actuel

$$\lambda - \lambda' = 22^{cm} \qquad L - L' = 10^{cm}.$$

Au contraire, cette loi n'est pas vérifiée par les deux résonateurs $\mathcal{O}$ et $\mathcal{L}$. On trouve :

$$\lambda - \lambda' = 94^{cm} \qquad L - L' = 30^{cm}.$$

Ceci ne doit pas avoir lieu d'étonner, si l'on considère la forme de ces résonateurs qui, deux fois recourbés en rectangle, possèdent de ce chef une induction propre notable, différente pour chacun d'eux, et qui est la cause probable de cette perturbation.

MESURES DANS L'HUILE. — Les mesures dans l'huile ont été faites par la méthode du pont. On déterminait par tâtonnement la position la plus favorable à donner au résonateur, ainsi qu'à un pont fixe situé vers l'extrémité des fils, pour que le déplacement d'un pont mobile, depuis le résonateur jusqu'à ce pont fixe, décelât avec la plus grande netteté possible les différentes sections nodales et ventrales. Le résonateur étant dans cette position, on déterminait la position des ventres par le maximum de longueur que l'étincelle du micromètre était susceptible de donner, et la position des nœuds par le minimum d'écartement à maintenir au micromètre pour n'observer aucune étincelle.

Pour pouvoir tenir compte de la perturbation due au micromètre, qui n'est pas la même pour tous les résonateurs, nous nous sommes astreints à faire les mesures dans l'huile de deux façons différentes.

1° En maintenant tout le résonateur, *sauf le micromètre*, dans l'huile;

2° En maintenant tout le résonateur, *y compris le micromètre*, dans l'huile, et cela, pour chacune des positions I et II.

Le tableau suivant résume les mesures relatives aux quatre résonateurs; les lettres *a*, *h* indiquent pour chaque position que le micromètre est maintenu dans l'air, ou plongé dans l'huile, comme le résonateur :

Résonateurs ℳ, 𝒩, 𝒪, ℒ. — Excitateur D; dispositif a réservoir.

RÉSONATEURS	POSITIONS	*v*	*n*	*v*	*n*	*v*	*n*	*v*	*n*	*v*	λ/2 (huile)	λ/2 (air) (p. 210)	L
ℳ	I, *a*	$3^{m}30$	$2^{m}97$	$2^{m}63$	$2^{m}30$	$1^{m}98$	$1^{m}65$	$1^{m}34$	$1^{m}01$	$0^{m}68$	$0^{m}65$	$0^{m}74$	$0^{m}4$
	I, *h*	3 19	»	2 46	»	1 72	»	1 »	»	»	0 73		
	II, *a*	3 18	2 81	2 44	2 05	1 69	1 30	0 93	0 54	0 20	0 75	0 74	
	II, *h*	3 22	»	2 36	»	1 51	»	»	»	»	0 86		
𝒩	I, *a*	3 30	2 94	2 60	2 25	1 92	1 56	1 21	0 86	0 50	0 71	0 85	0 5
	I, *h*	2 85	»	2 05	»	1 28	»	0 50	»	»	0 80		
	II, *a*	3 11	2 68	2 24	1 84	1 43	1 »	0 58	»	»	0 85	0 85	
	II, *h*	3 15	»	2 19	»	1 24	»	0 30	»	»	0 96		
𝒪	I, *a*	3 »	2 38	1 75	1 14	0 51	»	»	»	»	1 25	1 43	0 9
	I, *h*	2 94	»	1 56	»	0 20	»	»	»	»	1 38		
	II, *a*	2 78	»	1 54	»	»	»	»	»	»	1 44	1 43	
	II, *h*	2 80	»	1 17	»	»	»	»	»	»	1 63		
ℒ	I, *a*	2 65	»	1 02	»	»	»	»	»	»	1 63	1 89	1 2
	I, *h*	2 60	»	0 74	»	»	»	»	»	»	1 86		
	II, *a*	2 57	»	0 67	»	»	»	»	»	»	1 90	1 89	
	II, *h*	2 47	»	0 36	»	»	»	»	»	»	2 11		

Comparaison des mesures. — La lecture de ce tableau permet d'énoncer comme résultat de l'étude comparative du champ hertzien dans l'air et dans l'huile de pétrole les deux lois expérimentales suivantes :

1° *Les longueurs d'onde que décèle un même résonateur dans la* POSITION II *au sein de l'air et au sein de l'huile sont* ÉGALES.

2° *Les longueurs d'onde que décèle un même résonateur maintenu dans la* POSITION I *au sein de l'air et au sein de l'huile sont* DIFFÉRENTES.

Elles sont MOINDRES DANS L'HUILE QUE DANS L'AIR.

Comme on le voit, ces lois sont l'expression des mesures effectuées, d'une part dans l'air, d'autre part dans l'huile, *en maintenant le micromètre dans l'air.*

Les longueurs d'onde relatives aux mesures effectuées dans l'huile, *le micromètre baignant dans l'huile,* sont toujours notablement supérieures à celles qui sont obtenues en maintenant le micromètre hors de l'huile.

En effet, la perturbation due au micromètre que nous avons nettement mise en évidence dans l'étude du résonateur, n'est probablement pas la même au sein de l'air et au sein de l'huile. Elle doit varier avec le milieu interposé entre les deux pôles du micromètre, et vraisemblablement aussi avec les dimensions de l'étincelle obtenue au micromètre.

D'ailleurs, pour mettre hors de doute cette influence différente du micromètre, suivant qu'il est dans l'air ou dans l'huile, nous avons fait des mesures *au sein de l'air* avec les mêmes résonateurs, dont nous plongions ou non le micromètre dans un godet rempli d'huile de pétrole; λ_h, λ_a indiquent les longueurs d'onde, le godet étant plein d'huile ou vide.

Les différences entre les longueurs d'onde mesurées ainsi sont très sensiblement égales à celles que signale le tableau précédent, comme le montrent les nombres suivants :

RÉSONATEURS	$\frac{\lambda I_{,h} - \lambda I_{,a}}{2}$	$\frac{\lambda II_{,h} - \lambda II_{,a}}{2}$	$\frac{\lambda_h - \lambda_a}{2}$ Position I	Position II
$\mathcal{M}$	0^m^08	0^m^11	0^m^09	0^m^10
$\mathcal{N}$	0 07	0 11	0 08	0 10
$\mathcal{O}$	0 13	0 19	0 12	0 19
$\mathcal{P}$	0 23	0 21	0 22	0 20

Les nombres $\frac{\lambda_{Ih} - \lambda_{Ia}}{2}$ expriment la quantité dont croît la demi-longueur d'onde lorsqu'on substitue l'huile à l'air comme milieu entourant le micromètre, le résonateur étant d'ailleurs plongé dans l'huile.

Les nombres $\frac{\lambda_h - \lambda_a}{2}$ (position I) marquent la valeur de la même quantité, le résonateur étant maintenu dans l'air.

L'égalité de ces nombres, indiquée par ce tableau, montre bien que la différence entre $\frac{\lambda_{Ih}}{2}$ et $\frac{\lambda_{Ia}}{2}$ doit être attribuée à la perturbation micrométrique, différente dans l'huile de ce qu'elle est dans l'air.

Une expérience que nous avons faite lors du remplissage du réservoir et qui a été répétée à diverses reprises à la fin des expériences, met très nettement en évidence l'influence de la nature du milieu entourant les fils qui concentrent le champ sur la longueur d'onde de la position I et sa non-influence sur la longueur d'onde de la position II.

Pendant que le réservoir se remplissait, un résonateur ayant été disposé dans la position I, on effectuait à diverses reprises la mesure de la longueur d'onde qu'il décèle ainsi. Tant que les fils parallèles ne baignent pas encore dans l'huile, les nombres obtenus sont tous très voisins, pour le résonateur $\mathfrak{L}$, de la valeur moyenne 1^m89. Au contraire, dès que les fils sont plongés dans l'huile, la longueur d'onde s'abaisse brusquement à une valeur voisine de 1^m63.

Cette même expérience, répétée au moment de la vidange du réservoir, montrait toujours le saut brusque de la longueur d'onde de la valeur 1^m63 à la valeur 1^m89, suivant que les fils étaient couverts par l'huile ou à découvert.

Par contre, un autre résonateur $\mathcal{O}$, disposé dans la position II, décelait toujours une longueur d'onde voisine de 1^m43, que les fils fussent ou non baignés par l'huile.

Ces expériences répétées ne laissent aucun doute au sujet des lois que nous venons d'énoncer.

Si l'on compare les résultats de cette étude de l'huile de

pétrole à ceux qui ont été obtenus par M. Blondlot [1] avec l'huile de ricin, il semble à première vue que nos conclusions soient différentes de celles de ce physicien.

Toutefois, il suffit pour expliquer la divergence des résultats, de remarquer que les résonateurs employés ici et ceux qu'avait choisis M. Blondlot sont différents.

D'ailleurs, il nous a été possible de nous convaincre, au moyen d'une expérience sur le résonateur Blondlot, que nos résultats étaient pleinement d'accord avec ceux qui ont été obtenus par ce physicien. M. Blondlot a fait choix, pour ses études, d'un résonateur de grande capacité, formé par un condensateur plan qui était disposé perpendiculairement à la direction des fils. Les armatures de ce condensateur étaient réunies par une tige métallique repliée en rectangle et dont le plan coïncidait avec celui des fils de concentration.

Considérons un résonateur ainsi disposé, il s'agit de rechercher à laquelle des deux positions I et II du résonateur de Hertz cet appareil doit être assimilé.

Pour faire cette recherche, il suffit de placer un résonateur de M. Blondlot dans le champ ordinaire à deux fils et de déplacer un pont mobile établi sur les fils à la manière ordinaire. En rapprochant ce pont (placé à l'extrémité des fils la plus éloignée de l'excitateur) de la région occupée par le résonateur, on observe au micromètre une série d'étincelles alternativement maxima et minima, correspondant au passage du pont par les ventres et par les nœuds.

Si le résonateur de M. Blondlot est assimilable à un résonateur de Hertz placé dans la position I, le dernier maximum d'étincelle doit se manifester lorsque le pont n'est plus qu'à une demi-longueur d'onde du résonateur, et le dernier minimum lorsque le pont est au voisinage immédiat du résonateur.

Au contraire, si le résonateur de M. Blondlot est assimilable au résonateur de Hertz placé dans la position II, le dernier

---

(1) Blondlot, *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, 25 juillet 1892.

minimum d'étincelle doit se manifester lorsque le pont n'est plus qu'à une demi-longueur d'onde du résonateur, et le dernier maximum lorsque le pont est au voisinage immédiat du résonateur.

Une expérience faite dans l'air nous a montré que le micromètre d'un résonateur de Blondlot manifestait un maximum de longueur d'étincelle lorsque le pont mobile est amené au voisinage immédiat du résonateur.

Le fonctionnement du résonateur Blondlot est donc comparable à celui du résonateur Hertz maintenu dans la position II.

Or, c'est précisément dans cette position II que nos résonateurs manifestent une même longueur d'onde au sein de l'air et au sein de l'huile.

Le résultat de cette étude de l'huile de pétrole peut donc être résumé dans ces deux lois expérimentales indépendantes de toute théorie :

I. *Les longueurs d'onde décelées par un résonateur dans la* POSITION I VARIENT *avec la nature du diélectrique au sein duquel se produisent les phénomènes.*

II. *Les longueurs d'onde décelées par un résonateur dans la* POSITION II SONT INDÉPENDANTES *de la nature du diélectrique au sein duquel se produisent les phénomènes.*

Toutefois, il peut être utile de comparer les résultats que fournit cette étude avec les relations que diverses théories indiquent entre les longueurs d'onde des oscillations électriques se produisant au sein d'un diélectrique et la constante d'induction de ce diélectrique.

Si l'on fait les rapports $\frac{\lambda_{I\,(air)}}{\lambda_{I,a}}$ et $\frac{\lambda_{II\,(air)}}{\lambda_{II,a}}$, on voit que pour les quatre résonateurs étudiés ils fournissent les nombres suivants :

	$\mathcal{M}$	$\mathcal{N}$	$\mathcal{O}$	$\mathcal{P}$
$\frac{\lambda_{I\,(air)}}{\lambda_{I,a}}$	1,14	1,19	1,15	1,16
$\frac{\lambda_{II\,(air)}}{\lambda_{II,a}}$	1 »	1 »	1 »	1 »

Or, ces rapports se trouvent évidemment affectés de la perturbation micrométrique. Pour faire disparaître cette perturbation, il suffit évidemment de prendre les rapports

$$\frac{\lambda_{I\,(air)} - \lambda'_{I\,(air)}}{\lambda_{I,h} - \lambda'_{I,h}} \qquad \frac{\lambda_{II\,(air)} - \lambda'_{II\,(air)}}{\lambda_{II,h} - \lambda'_{II,h}}$$

ou bien

$$\frac{\lambda_{I\,(air)} - \lambda'_{I\,(air)}}{\lambda_{Ia} - \lambda'_{a}} \qquad \frac{\lambda_{II\,(air)} - \lambda'_{II\,(air)}}{\lambda_{II,h} - \lambda'_{II,h}}$$

pour deux résonateurs qui présentent la même perturbation micrométrique, c'est-à-dire qui suivent la loi $\lambda - \lambda' = 2(L - L')$; car alors pour de tels résonateurs on a

$$\lambda_{I\,(air)} - \lambda'_{I\,(air)} = \lambda_{II\,(air)} - \lambda'_{II\,(air)} = 2(L - L').$$

On peut donc prendre indifféremment, soit les rapports

$$\frac{2(L - L')}{\lambda_{I,a} - \lambda'_{Ia}} \qquad \frac{2(L - L')}{\lambda_{IIh} - \lambda'_{IIh}}$$

soit les rapports

$$\frac{2(L - L')}{\lambda_{Ih} - \lambda'_{Ih}} \qquad \frac{2(L - L')}{\lambda_{IIh} - \lambda'_{IIh}}.$$

Aux deux seuls résonateurs ℳ et 𝒩 est applicable la loi de l'égalité des différences des longueurs et des différences des demi-longueurs d'onde. Les observations relatives à ces résonateurs donnent les résultats suivants, que n'affecte plus la perturbation due au micromètre

$$\frac{2(L - L')}{\lambda_{I,h} - \lambda'_{I,h}} = 1,4 \qquad \frac{2(L - L')}{\lambda_{IIh} - \lambda'_{IIh}} = 1.$$

Le premier de ces deux rapports est assez voisin de la valeur moyenne trouvée par divers expérimentateurs pour la racine carrée du pouvoir inducteur spécifique de diverses huiles.

POUVOIR INDUCTEUR SPÉCIFIQUE $\varkappa$ DE DIVERSES HUILES

Huile de pétrole *(méthode de Gordon)* Lecher...	$\varkappa = 2{,}30$	$\sqrt{\varkappa} = 1{,}51$
Huile de ricin *(méthode statique)* Arons et Rubens.	$\varkappa = 2{,}16$	$\sqrt{\varkappa} = 1{,}46$
Huile d'olive — — .	$\varkappa = 1{,}75$	$\sqrt{\varkappa} = 1{,}32$
Huile de pétrole — — .	$\varkappa = 1{,}64$	$\sqrt{\varkappa} = 1{,}28$

Ce rapprochement nous conduit à énoncer les lois suivantes :

I. *Les longueurs d'onde des oscillations électriques qui excitent un résonateur donné, placé dans la position II, sont les mêmes dans l'air et dans l'huile.*

II. *Pour les oscillations qui excitent le résonateur dans la position I, le rapport de la longueur d'onde dans l'air à la longueur d'onde dans l'huile est égal à la racine carrée du pouvoir inducteur spécifique de l'huile.*

L'étude du champ hertzien dans l'eau confirmera l'exactitude de ces deux lois.

§ II. — Du champ hertzien dans l'eau.

Le dispositif qui nous a servi à faire l'étude comparative du champ hertzien dans l'air et dans l'huile a été utilisé pour une étude analogue relative à l'eau.

La détermination des différentes longueurs d'onde que présente un même résonateur placé au sein de l'eau dans les deux positions I et II, offre un grand intérêt; en effet, elle apparaît, *a priori*, comme particulièrement propre à confirmer ou à infirmer les conclusions que nous avons tirées de l'étude de l'huile de pétrole.

Nous avons énoncé comme résultat de cette étude les deux lois suivantes : 1° *les longueurs d'onde des oscillations qui excitent un même résonateur placé dans la position II sont les mêmes dans l'air et dans l'huile;* 2° *les longueurs d'onde des oscillations qui l'excitent dans la position I sont différentes dans l'air et dans l'huile.*

Nous avons ajouté que *le rapport de la longueur d'onde dans l'air à la longueur d'onde dans l'huile est dans ce dernier cas sensiblement égal à la racine carrée du pouvoir inducteur spécifique de l'huile.*

Pour énoncer cette proposition, nous avons admis que l'huile employée avait un pouvoir inducteur spécifique voisin de $(1,4)^2$, moyenne des valeurs trouvées pour diverses huiles par les expérimentateurs.

La valeur même de cette racine carrée, valeur peu supérieure à 1, peut laisser un doute sur la légitimité de l'énoncé que nous avons proposé comme conclusion de nos mesures. La brusque variation qu'éprouve la longueur d'onde décelée par le résonateur dans la position I, selon que l'huile baigne ou non les fils qui concentrent le champ, ne pouvait cependant laisser de doute sur la différence de ces longueurs d'onde dans l'air et dans l'huile pour cette position I.

Mais si nous pouvions affirmer que le rapport de la première longueur d'onde à la seconde était supérieur à 1, il était téméraire d'affirmer qu'il fût égal à la racine carrée du pouvoir inducteur spécifique de l'huile.

Le pouvoir inducteur spécifique de l'eau est le plus grand pouvoir inducteur spécifique connu; comme le montrent les valeurs des déterminations rappelées dans le tableau suivant, il est mesuré par un nombre voisin de 64.

Pouvoir inducteur spécifique de l'eau

	x	$\sqrt{x}$
Gouy...........................	80	8,9
Cohn (eau à 35°)....................	67	8,1

Si donc la loi que nous avons dubitativement énoncée en terminant notre étude sur l'huile de pétrole est exacte, un résonateur placé dans la position I fournira dans l'air une longueur d'onde huit fois plus grande que dans l'eau; au contraire, placé dans la position II, il fournira la même longueur d'onde dans l'air et dans l'eau. Ces conséquences sont susceptibles d'être soumises à un contrôle expérimental décisif.

Mesures dans l'eau. — Nous avons employé les quatre résonateurs $\mathcal{M}$, $\mathcal{N}$, $\mathcal{O}$ et $\mathcal{L}$ qui nous avaient servi dans l'étude

de l'huile, et nous avons également fait usage de deux nouveaux résonateurs 𝒬 et ℛ ne présentant l'un et l'autre qu'une spire et qui suivaient par conséquent la loi de l'égalité entre les différences des longueurs et les différences des demi-longueurs d'onde. Enfin, nous avons utilisé aussi dans une troisième série de mesures les deux résonateurs circulaires complets M et N.

Nous donnons ci-dessous un tableau indiquant les résultats de l'étude faite dans l'air, au sein du réservoir, des résonateurs 𝒬, ℛ, M, N, qui n'avaient pas été étudiés lors des déterminations effectuées avec l'huile de pétrole.

MESURES DANS L'AIR. — RÉSONATEURS 𝒬, ℛ, M, N. — EXCITATEUR D; DISPOSITIF A RÉSERVOIR.

RÉSONATEURS	POSITIONS	v	v	v	v	λ/2	λ/2 moyenne	L
𝒬	I, 0°	1m78	0m86	»	»	0m92	0m94	0m45
		2 65	1 70	»	»	0 95		
		2 85	1 91	0m95	»	0 95		
		2 83	1 89	0 94	»	0 94		
		3 08	2 13	1 20	»	0 94		
	II, 180°	2 58	1 65	»	»	0 93		
		3 11	2 16	1 20	»	0 95		
		2 85	1 90	1 »	»	0 93		
ℛ	I, 0°	2 30	0 97	»	»	1 33	1 30	0 85
		2 53	1 22	»	»	1 31		
		2 48	1 19	»	»	1 29		
	II, 180°	3 83	2 53	1 26	0m »	1 27		
		3 55	2 24	»	»	1 31		
M	I, 0°	3 »	2 16	1 30	»	0 85	0 85	0 51
		3 02	2 20	1 35	»	0 83		
		3 01	2 18	1 31	»	0 85		
	II, 180°	3 »	2 18	1 32	»	0 84		
		3 75	2 95	2 08	»	0 87		
N	I, 0°	2 65	1 48	»	»	1 17	1 15	0 80
		2 68	1 52	»	»	1 16		
		2 64	1 47	»	»	1 17		
	II, 180°	3 30	2 18	1 02	»	1 14		
		3 60	2 47	1 11	»	1 14		

Les tableaux suivants donnent les résultats détaillés de ces trois séries de mesures :

1re Série.

RÉSONATEURS	POSITIONS	v	v	v	v	v	v	v	λ/2 (eau)	λ/2 (air)	LONGUEUR
M	I, 0°	3m17	3m07	2m94	»	»	»	»			
		3 30	3 20	3 09	»	»	»	»			
		3 17	3 06	2 96	2m85	»	»	»			
	II, 180°	3 25	2 50	1 77	»	»	»	»	0m10	0m74	0m46
		3 »	2 24	1 50	»	»	»	»			
		3 50	1 77	1 01	»	»	»	»	0 74		
N	I, 0°	3 16	3 05	»	»	2m20	2m07	»			
		3 16	3 05	2 93	»	»	»	»			
		2 93	2 80	2 67	2 56	2 45	2 35	»	0 12	0 85	0 56
		2 94	2 81	2 67	2 55	»	»	»			
	II, 180°	3 28	2 40	1 52	0 65	»	»	»			
		»	2 25	1 38	0 50	»	»	»	0 87		
O	I, 0°	3 35	3 21	3 05	2 88	2 72	»	»			
		3 38	3 21	3 04	2 88	2 71	»	»			
		2 90	2 73	2 55	»	»	»	»			
		»	3 39	3 22	3 05	»	»	»	0 17	1 43	0 90
	II, 180°	3 28	1 86	»	»	»	»	»			
		3 »	1 60	»	»	»	»	»			
		3 30	1 87	»	»	»	»	»	1 42		
L	I, 0°	3 42	3 13	2 90	2 63	»	»	»			
		3 40	3 14	2 88	»	»	»	»			
		3 40	3 14	2 88	2 61	»	»	»			
		3 40	3 14	2 88	2 62	2 35	2 08	1m84	0 27	1 89	1 20
	II, 180°	3 60	1 75	»	»	»	»	»			
		3 40	1 50	»	»	»	»	»			
		3 »	1 13	»	»	»	»	»			
		3 30	1 41	»	»	»	»	»	1 90		

2e Série.

RÉSONATEURS	POSITIONS	v	v	v	v	v	λ/2 (eau)	λ/2 (air)	LONGUEUR
	I, 0°	0m15	0m25	0m36	»	»			
		0 24	0 35	0 44	0m54	0m63			
		0 40	0 50	0 59	0 60	»			
𝒬		0 35	0 46	0 57	0 68	0 80	0m11	0m94	0m45
	II, 180°	0 88	1 80	2 74	3 66	»			
		1 »	1 91	2 86	»	»			
		1 03	1 97	2 90	»	»	0 93		
	I, 0°	3 73	3 57	3 41	»	»			
		3 65	3 50	3 33	3 15	»			
		3 42	3 26	3 11	»	»	0 16	1 30	0 85
ℛ	II, 0°	3 65	2 33	1 02	»	»			
	180°	3 57	2 28	»	»	»			
		3 30	2 01	»	»	»			
		3 60	2 31	1 02	»	»			
		»	2 15	0 84	»	»	1 30		

3e Série.

RÉSONATEURS	POSITIONS	v	v	v	v	v	v	v	v	v	λ/2 (eau)	λ/2 (air)	LONGUEUR
	I, 0°	3m56	3m47	3m36	»	»	»	»	»	»			
		3 57	3 46	3 36	»	»	»	»	»	»			
		3 45	3 35	3 24	3m16	»	»	»	»	»			
		3 40	3 35	3 26	3 17	3m07	»	»	»	»	0m10	0m85	0m52
M	II, 0°	2 50	1 66	0 80	»	»	»	»	»	»			
		2 72	1 90	1 03	»	»	»	»	»	»			
	180°	2 70	1 87	1 06	»	»	»	»	»	»			
		3 40	2 56	1 73	0 90	»	»	»	»	»	0 84		
	I, 0°	3 19	3 05	»	»	»	»	»	»	»			
		3 55	3 40	3 28	3 14	»	»	»	»	»			
		3 66	3 53	3 40	3 25	3 10	2m96	2m81	2m68	2m51	0 14	1 15	0 80
N	II, 180°	3 »	1 86	0 70	»	»	»	»	»	»			
		3 15	2 02	0 85	»	»	»	»	»	»			
		3 »	1 87	0 70	»	»	»	»	»	»			
		2 40	1 23	»	»	»	»	»	»	»	1 16		

Le tableau suivant résume les résultats de ces trois séries e mesures :

MESURES DANS L'EAU.

RÉSONATEURS	LONGUEURS des résonateurs	POSITIONS	λ/2 (air)	λ/2 (eau)
		1re Série.		
$\mathcal{M}$	0^m46	I	0^m74	0^m10
		II	0 74	0 74
$\mathcal{N}$	0 56	I	0 85	0 12
		II	0 85	0 87
$\mathcal{O}$	0 90	I	1 43	0 17
		II	1 43	1 42
$\mathcal{L}$	1 20	I	1 89	0 27
		II	1 89	1 90
		2e Série.		
$\mathcal{Q}$	0 45	I	0 94	0 11
		II	0 94	0 93
$\mathcal{R}$	0 85	I	1 30	0 16
		II	1 30	1 30
		3e Série.		
M	0 52	I	0 85	0 10
		II	0 85	0 84
N	0 80	I	1 15	0 14
		II	1 15	1 16

COMPARAISON DES MESURES. — Comme le montre la comparaison des nombres relatifs à $\frac{\lambda}{2}$ (eau) [position I] et à $\frac{\lambda}{2}$ (eau) [position II], le phénomène déjà observé avec l'huile de pétrole se trouve ici fort exagéré.

Placé dans la position II, un même résonateur est excité dans l'air et dans l'eau par un même déplacement du pont; au contraire, placé dans la position I et plongé dans l'eau, il se montre sept ou huit fois excité pendant que l'on donne au pont un déplacement qui exciterait une seule fois le résonateur si celui-ci était placé dans l'air.

Le tableau suivant donne la valeur des rapports

$$\frac{\lambda_{\text{II (air)}}}{\lambda_{\text{II (eau)}}} \text{ et } \frac{\lambda_{\text{I (air)}}}{\lambda_{\text{I (eau)}}}$$

pour les huit résonateurs étudiés :

RÉSONATEURS	$\frac{\lambda}{2}$ II (air)	$\frac{\lambda}{2}$ II (eau)	$\frac{\lambda_{\text{II (air)}}}{\lambda_{\text{II (eau)}}}$	$\frac{\lambda}{2}$ I (air)	$\frac{\lambda}{2}$ I (eau)	$\frac{\lambda_{\text{I (air)}}}{\lambda_{\text{I (eau)}}}$
ℳ	$0^{m}74$	$0^{m}74$	1^{m} »	$0^{m}74$	$0^{m}10$	7,4
𝒩	0 85	0 87	0 97	0 85	0 12	7,1
𝒪	1 43	1 42	1 »	1 43	0 17	8,3
𝒫	1 89	1 90	0 99	1 89	0 27	7,0
𝒬	0 94	0 93	1 01	0 94	0 11	8,4
ℛ	1 30	1 30	1 »	1 30	0 16	8,1
M	0 85	0 84	1 01	0 85	0 10	8,5
N	1 15	1 16	0 99	1 15	0 14	8,2

Alors que le premier de ces rapports est très sensiblement égal à 1, les valeurs trouvées pour le second oscillent autour du nombre 8, conformément aux prévisions fournies par la loi hypothétique à laquelle nous a conduit l'étude de l'huile de pétrole.

On peut profiter de ce que les résonateurs employés dans les deuxième et troisième séries de mesures obéissent à la loi : *la différence entre les demi-longueurs d'onde relatives à deux résonateurs est sensiblement égale à la différence de leurs longueurs,* pour former les rapports :

$$\frac{2(L - L')}{\lambda_{\text{I}} - \lambda'_{\text{I}}} \text{ et } \frac{2(L - L')}{\lambda_{\text{II}} - \lambda'_{\text{II}}}$$

que n'affecte plus la perturbation due au micromètre, comme nous l'avons montré dans le cas de l'huile (p. 217).

On trouve pour ces rapports les valeurs suivantes :

RÉSONATEURS	$\frac{2(L - L')}{\lambda_{\text{I}} - \lambda'_{\text{I}}}$	$\frac{2(L - L')}{\lambda_{\text{II}} - \lambda'_{\text{II}}}$
𝒬 et ℛ	7,4	1
M et N	7,5	1

Les nombres relatifs à la position I sont assez voisins de la racine carrée de la moyenne des valeurs indiquées par les divers observateurs pour le pouvoir inducteur spécifique de l'eau.

La détermination des longueurs d'onde des oscillations électriques dans l'eau à l'aide du dispositif que nous venons d'utiliser oblige à produire à l'excitateur des oscillations très intenses. Malgré cette grande intensité, l'absorption du champ par la masse d'eau contenue dans le réservoir est très notable, si bien que les étincelles observées au micromètre du résonateur sont très faibles et que la moindre perturbation se produisant dans le champ est ressentie par le résonateur. Il devient par suite presque impossible de déterminer les nœuds des ondulations avec précision; les ventres seuls se prêtent à une détermination exacte.

Dans le but de produire un champ d'oscillations électriques se propageant dans l'eau avec une netteté comparable à celle obtenue dans l'étude du champ hertzien dans l'air et dans l'huile, nous avons modifié le dispositif précédemment indiqué. Nous avons supprimé la cage de concentration qui enveloppait le réservoir et l'excitateur, et nous avons éloigné l'excitateur E du réservoir R à une distance de 3 mètres environ. Les fils tendus dans le réservoir sur une longueur de 4 mètres en sortent et sont tendus dans l'air sur une longueur de 3 mètres avant d'atteindre les plaques *a*, *a* de concentration du champ parallèles aux plaques A, A de l'excitateur. On constitue ainsi un champ ordinaire à deux fils de 7 mètres de longueur, dont une longueur de 4 mètres peut à volonté être plongée dans l'eau.

On place alors un résonateur *r* (*fig.* 45) en une région située entre le réservoir et l'excitateur et à une distance du réservoir égale au quart de la longueur d'onde des oscillations qui, se propageant dans l'air, excitent ce résonateur.

Dans ces conditions, un pont réunissant les fils à leur entrée dans la paroi du réservoir déterminera l'apparition d'une étincelle de longueur maxima au micromètre du résonateur. Si le réservoir est vide, il faudra déplacer ce pont d'une longueur égale à celle qui sépare le réservoir du réso-

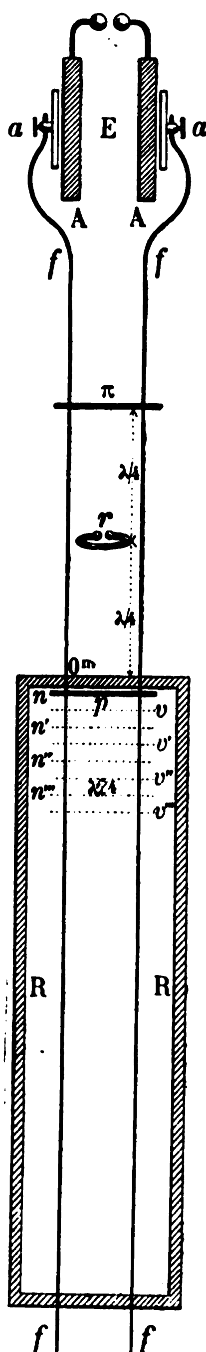


Fig. 45.

nateur pour constater une extinction ou une étincelle de longueur minimum au micromètre du résonateur. Un nouveau déplacement du pont d'une longueur égale ferait réapparaître un maximum d'étincelle au micromètre, et ainsi de suite.

Ramenons le pont contre la paroi extérieure du réservoir et remplissons le réservoir d'eau. Le résonateur indique un maximum d'étincelles comme précédemment. Si nous enlevons le pont, le résonateur ne cesse pas de fonctionner; l'eau conductrice réunissant, en effet, les fils à leur entrée dans le réservoir, remplit à peu près le même rôle que le pont enlevé; si l'on déplace alors le pont à l'intérieur du réservoir, il est à peu près impossible de saisir la suite de maxima et de minima de longueur des étincelles que ce déplacement doit déterminer sur le résonateur. L'écartement assez faible qu'il faudrait donner au micromètre pour qu'il accuse les déplacements successifs du pont dans l'eau est tel qu'alors le résonateur vibre d'une façon constante sous l'influence des oscillations qui lui arrivent de l'excitateur.

Il faut donc, pour pouvoir saisir les variations que les déplacements du pont dans l'eau doivent produire sur le fonctionnement du résonateur, empêcher l'excitateur d'agir d'une manière aussi intense sur le résonateur, sans cependant déplacer cet appareil. Nous sommes parvenus à soustraire le résonateur à cette influence de l'excitateur en disposant un pont fixe π entre l'excitateur et le résonateur, au point même où doit se trouver, en avant du résonateur, un nœud des ondulations.

Grâce à cet artifice, le micromètre du résonateur peut être amené à un écartement assez faible sans donner d'étincelles. Ne subissant que d'une manière très atténuée l'influence de l'excitateur, il devient susceptible d'être influencé par les déplacements du pont p situé dans l'eau.

Il est alors très aisé de fixer avec beaucoup d'exactitude les positions de ce pont qui déterminent l'apparition de maxima et de minima de longueur des étincelles au résonateur.

Le pont déplacé dans l'eau indique d'abord un minimum n qui donne une première concamération dont on ne doit pas tenir compte, car l'épaisseur de la paroi du réservoir introduit une perturbation; puis il indique un maximum v, suivi d'un nouveau minimum n', et ainsi de suite. En déplaçant ainsi le pont, on constate que sur la longueur qu'occupe une concamération, lorsque le réservoir est vide, s'étagent, lorsqu'il est plein d'eau, sept à huit concamérations.

Nous avons vérifié que, dans ce dispositif, un résonateur placé dans la position II était bien excité pour des déplacements égaux du pont mobile, que le réservoir fût vide ou qu'il fût rempli d'eau. Les étincelles qui éclatent au micromètre d'un résonateur disposé dans la position II étant plus intenses que lorsque le résonateur est placé dans la position I, il est avantageux, pour soustraire le plus complètement possible le résonateur à l'influence perturbatrice de l'excitateur, de disposer entre cet appareil et le résonateur deux ponts fixes π maintenus dans deux sections nodales consécutives. On augmente alors, si cela est nécessaire, la longueur des fils tendus dans l'air entre le réservoir et l'excitateur.

Nous nous sommes servi de ce dispositif nouveau pour effectuer une série de mesures en employant deux des résonateurs qui nous ont servi dans l'étude du champ dans l'air, le résonateur circulaire P et le résonateur rectangulaire $\mathcal{X}$. La longueur des fils tendus dans l'air depuis le réservoir jusqu'à l'excitateur variait pour chacun des résonateurs étudiés de manière à demeurer voisine de la longueur d'onde du résonateur étudié, comme l'indique d'ailleurs la figure 45.

Nous avons fait également usage avec ce dispositif d'un

résonateur $\mathfrak{Z}$, ayant la forme d'un carré de 1 mètre de côté, qui est excité dans l'air par des ondulations dont la demi-longueur d'onde atteint 4^{m}34. Le choix d'un résonateur présentant une longueur d'onde aussi grande a pour but d'obtenir une longueur notable comme déplacement à donner au pont mobile dans l'eau pour passer d'un maximum de longueur d'étincelles du micromètre au maximum suivant. Ce déplacement est de 55 centimètres environ ; l'erreur relative correspondant à sa détermination est par suite moindre que l'erreur commise dans la mesure de la quantité correspondante relative aux résonateurs P et $\mathfrak{X}$. L'emploi du résonateur $\mathfrak{Z}$ permet donc une détermination plus précise de la longueur d'onde des oscillations électriques se propageant dans l'eau.

Le tableau suivant résume les mesures se rapportant aux trois résonateurs P, $\mathfrak{X}$ et $\mathfrak{Z}$.

DISPOSITIF A RÉSERVOIR. — EXCITATEUR C.

POSITION du résonateur	REPÈRE du résonateur	REPÈRE du pont fixe II	DÉPLACEMENT DU PONT MOBILE *p*								$\lambda'/2$
			n	*v*	*n*	*v*	*n*	*v*	*n*	*v*	
			RÉSONATEUR P. — Longueur : 1^{m}25 ; $\lambda/2$ dans l'air : 1^{m}50.								
I, 0°	— 0^{m}75	— 1^{m}50	0^{m}04	0^{m}14	0^{m}26	0^{m}35	0^{m}45	0^{m}55	0^{m}64	0^{m}75	
	—	—	0 04	0 14	0 25	0 34	0 44	0 55	0 64	0 74	0^{m}20
	—	—	0 04	0 13	0 24	0 35	0 45	0 54	0 65	0 75	
II, 90°	— 1 50	— 1 50	»	0 02	0 76	1 52	2 25	3 »	»	»	
	—	—	»	0 02	0 75	1 51	2 26	3 01	»	»	1 50
	—	—	»	0 02	0 75	1 51	2 25	3 »	»	»	
			RÉSONATEUR $\mathfrak{X}$. — Longueur : 2^m ; $\lambda/2$ dans l'air : 2^{m}32.								
I, 0°	— 1^{m}16	— 2^{m}32	0^{m}06	0^{m}21	0^{m}36	0^{m}52	0^{m}68	0^{m}83	0^{m}99	1^{m}14	
	—	—	0 06	0 20	0 37	0 53	0 68	0 84	1 00	1 15	0^{m}31
	—	—	0 06	0 21	0 37	0 52	0 68	0 83	0 98	1 14	
II, 90°	— 2 32	— 2 32	»	0 02	1 15	2 30	3 50	»	»	»	2 30
	—	—	»	0 02	1 16	2 31	»	»	»	»	
			RÉSONATEUR $\mathfrak{Z}$. — Longueur : 4^m ; $\lambda/2$ dans l'air : 4^{m}34.								
I, 0°	— 2^{m}17	— 4^{m}34	0^{m}12	0^{m}39	0^{m}66	0^{m}94	1^{m}21	1^{m}48	1^{m}76	2^{m}03	0^{m}55
	—	—	0 12	0 40	0 66	0 95	1 20	1 49	1 75	»	

Le zéro de la graduation correspond à la paroi extérieure du réservoir (*fig.* 45) et les longueurs sont comptées positivement dans le réservoir, négativement à l'extérieur.

Pour déterminer avec exactitude le rapport de la longueur d'onde λ des oscillations électriques se propageant dans l'air à la longueur d'onde λ' des oscillations qui se propageant dans l'eau excitent un même résonateur, il n'est plus nécessaire de tenir compte de la perturbation micrométrique relative à ce résonateur. Cette perturbation s'élimine, en effet, d'elle-même, car elle est la même que le pont mobile p soit déplacé dans l'air ou qu'il soit déplacé dans l'eau, puisque le résonateur demeure dans les deux cas, ainsi que son micromètre, placé dans l'air.

Si l'on détermine à l'aide des mesures relatées dans le tableau précédent la valeur du rapport λ/λ' pour chacune des positions I et II, on trouve les résultats qui suivent :

	λ_I/λ'_I	$\lambda_{II}/\lambda'_{II}$
Résonateur P	7, 50	1 »
Résonateur $\mathfrak{X}$	7, 80	1 »
Résonateur $\mathfrak{Z}$	7, 89	»

Les nombres de la première colonne de ce tableau sont voisins de la racine carrée de la moyenne des valeurs indiquées pour le pouvoir inducteur spécifique de l'eau.

Les expériences faites avec ce nouveau dispositif, comme celles exécutées à l'aide du premier dispositif, nous autorisent donc à énoncer les deux lois suivantes :

I. *Les longueurs d'onde des oscillations électriques qui excitent un résonateur donné, placé dans la position II, sont les mêmes dans l'air et dans l'eau.*

II. *Pour les oscillations qui excitent le résonateur dans la position I, le rapport de la longueur d'onde dans l'air à la longueur d'onde dans l'eau est égal à la racine carrée du pouvoir inducteur spécifique de l'eau.*

Si nous comparons les résultats auxquels nous a conduit

l'étude du champ hertzien dans l'eau à ceux qu'ont publiés MM. Cohn et Zeemann (1), nous trouvons une confirmation de nos résultats.

Ces physiciens indiquent, en effet, comme rapport des longueurs d'onde décelées par leur résonateur dans l'air et dans l'eau le nombre 8,5, nombre voisin de ceux que nous obtenons. La concordance est d'autant plus satisfaisante que MM. Cohn et Zeemann, opérant seulement sur quelques litres de liquide, pouvaient employer de l'eau distillée bien pure. Notre méthode directe, nous forçant à employer plusieurs centaines de litres d'eau, nous a contraint de faire usage de l'eau ordinaire, telle que la donnent les conduites de la ville. Cette raison suffit à expliquer l'écart, d'ailleurs faible, entre le nombre que nous trouvons et celui qu'ont indiqué MM. Cohn et Zeemann.

Pour déterminer celle des deux positions I et II d'un résonateur de Hertz à laquelle est assimilable le résonateur de MM. Cohn et Zeemann, nous avons fait une expérience analogue à celle que nous avons réalisée avec le résonateur de M. Blondlot. Nous avons constitué un résonateur à l'aide d'un fil de cuivre contourné en spirale autour de deux fragments de tubes de verre enfilés dans les fils concentrant le champ. Ne pouvant mettre ce résonateur dans le circuit d'un bolomètre, nous avons fait aboutir les extrémités du fil de cuivre aux deux pôles d'un micromètre à étincelle.

Nous avons déterminé la longueur d'onde des oscillations qui excitent un résonateur ainsi constitué, et nous avons vérifié qu'en laissant ce résonateur fixe en une région du champ et en déplaçant un pont mobile, il se produit un minimum de longueur des étincelles au micromètre du résonateur lorsque le pont mobile est amené au voisinage

---

(1) E. Cohn, *Sur la propagation des oscillations électriques dans l'eau* (*Berliner Berichte*, 3 décembre 1891).
E. Cohn et P. Zeemann, *ibid.* (Strasbourg, 1893).

immédiat du résonateur. On constate, au contraire, un maximum de longueur d'étincelles lorsque le pont est à une distance du résonateur égale au quart de la longueur d'onde des oscillations qui l'excitent.

Nous conclurons de cette comparaison entre nos résultats et ceux de MM. Cohn et Zeemann, que le résonateur qu'ils ont employé doit être assimilé au résonateur de Hertz placé dans la position I.

§ III. — Comparaison du champ hertzien dans l'air et dans les diélectriques.

Comme conclusion de nos études sur l'huile de pétrole et sur l'eau, nous pouvons donc énoncer les deux lois essentielles suivantes :

I. *Les longueurs d'onde des oscillations qui excitent un résonateur de Hertz, placé dans la position II, sont les mêmes dans l'air et dans un diélectrique.*

II. *Pour les oscillations qui excitent le résonateur de Hertz dans la position I, le rapport de la longueur d'onde dans l'air à la longueur d'onde dans un diélectrique est égal à la racine carrée du pouvoir inducteur spécifique du diélectrique.*

Ces lois résultent nettement de l'étude faite par nous du champ hertzien dans l'huile de pétrole et dans l'eau.

En outre, la première loi est conforme aux déterminations faites par M. Blondlot au moyen de l'huile de ricin, si l'on admet que *le résonateur de M. Blondlot fonctionne comme un résonateur de Hertz placé dans la position II.* Nous avons vérifié cette hypothèse par une expérience directe.

La seconde loi est conforme aux déterminations faites par MM. Cohn et Zeemann au moyen de l'eau, si l'on admet que *le résonateur de MM. Cohn et Zeemann fonctionne comme*

un résonateur de Hertz placé dans la positiou I; nous avons également vérifié cette supposition par une expérience directe.

Les lois que nous venons d'énoncer semblent difficilement explicables dans la théorie de Maxwell.

La théorie de Helmholtz, modifiée par M. Duhem (1), conduit aux conclusions suivantes :

I. *Les flux électriques longitudinaux se propagent dans tous les diélectriques avec la même vitesse, qui est égale à la vitesse de la lumière dans le vide.*

II. *Les flux électriques transversaux se propagent dans le vide (et pratiquement dans l'air) avec la même vitesse que les flux longitudinaux.*

III. *Dans un diélectrique, la vitesse de propagation des flux transversaux est en raison inverse de la racine carrée du pouvoir inducteur spécifique du diélectrique.*

Les lois expérimentales que nous avons obtenues concordent avec ces lois théoriques, si l'on admet les quatre hypothèses suivantes :

1re HYPOTHÈSE. — *Le résonateur dans la position I n'est excité que par les flux transversaux.*

2e HYPOTHÈSE. — *Le résonateur dans la position II n'est excité que par les flux longitudinaux.*

3e HYPOTHÈSE. — *La période du résonateur de Hertz est indépendante de sa position.*

4e HYPOTHÈSE. — *La période du résonateur de Hertz est indépendante de la nature du milieu dans lequel il est plongé.*

---

(1) P. Duhem, *Sur l'interprétation théorique des expériences hertziennes* (*l'Éclairage électrique*, t. 4, p. 494, 1895).
Sur l'équivalence des flux de conduction et des flux de déplacement (*ibid.*, 1896).

Ces quatre hypothèses sont nécessaires pour établir la concordance des résultats des expériences effectuées avec notre premier dispositif et des lois théoriques énoncées ci-dessus. Les expériences relatives à l'étude de l'eau effectuées avec le dernier dispositif (voir figure 45), conduisent à des résultats qui concordent avec ces lois théoriques sans qu'il soit nécessaire d'admettre que la période du résonateur est indépendante de la nature du milieu dans lequel il est plongé. La 4[e] HYPOTHÈSE n'est plus nécessaire. Dans ce dispositif, en effet, le résonateur demeure constamment placé dans l'air pendant que le pont mobile est déplacé dans l'air et lorsqu'il est déplacé dans l'eau. Il suffit donc d'admettre, en ce qui concerne la période du résonateur, qu'elle demeure indépendante de la position donnée à cet appareil.

CHAPITRE VI

Tableau des lois expérimentales établies dans ce travail.

—

Les divers énoncés auxquels nous ont conduit ces recherches, que nous nous sommes efforcé de poursuivre, aussi méthodiquement que peut l'être une *recherche expérimentale indépendante de toute théorie*, sont relativement simples.

Nous les résumons ci-après, sous la rubrique même des chapitres au cours desquels ils ont été établis. Ils serviront de conclusions à la partie spéculative de ce travail.

Rappelons auparavant ce que nous désignons par position I, position II, position III du résonateur, et comment nous comptons l'angle α indiquant l'azimut dans lequel se trouve le micromètre pour chacune de ces trois positions.

Prenant pour axe des x une parallèle à celui qui passe par les centres des boules de l'excitateur, pour axe des y celui qui est situé dans la direction des fils qui concentrent le champ, et pour axe des z une perpendiculaire aux deux premiers, nous appelons :

Position I, celle où le plan du résonateur coïncide avec le plan des xz,
Position II, — — — xy,
Position III, — — — yz.

Dans la position I, on place successivement l'interruption du micromètre (*fig.* 46).

Sur la direction	positive	de l'axe des	z....	$\alpha = 0°$.
—	positive	—	x....	$\alpha = 90°$.
—	négative	—	z....	$\alpha = 180°$.
—	négative	—	x....	$\alpha = 270°$.

De même dans la position II, on place successivement l'interruption du micromètre

Sur la direction	négative	de l'axe des	y....	$\alpha = 0°$.
—	positive	—	x....	$\alpha = 90°$.
—	positive	—	y....	$\alpha = 180°$.
—	négative	—	x....	$\alpha = 270°$.

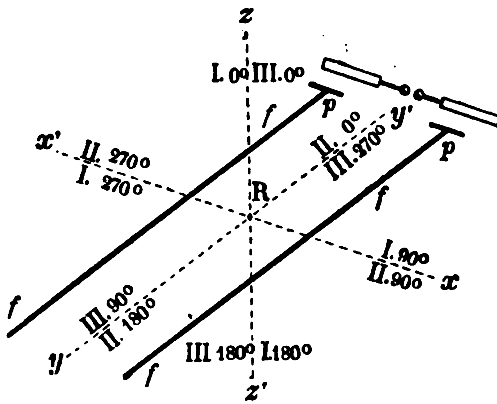


Fig. 46.

Enfin, dans la position III, on place successivement l'interruption du micromètre

Sur la direction	positive	de l'axe des	z....	$\alpha = 0°$.
—	positive	—	y....	$\alpha = 90°$.
—	négative	—	z....	$\alpha = 180°$.
—	négative	—	y....	$\alpha = 270°$.

§ I. — Lois relatives au champ hertzien dans l'air.

A. — Champ ordinaire à deux fils.

*1° *Les longueurs d'onde relatives aux trois positions I, II, III, sont égales.*

* Nous marquons d'un astérisque les lois énoncées dans ce tableau qui ont été déjà établies par d'autres expérimentateurs et dont nous n'avons apporté qu'une confirmation.

2° *Les ventres et les nœuds des positions II et III coïncident.*

3° *Les ventres de la position I coïncident avec les nœuds des positions II et III, et inversement.*

B. — Champ concentré par un fil unique.

1° POSITIONS SYMÉTRIQUES. — Position I. — *On observe un système de nœuds et de ventres successifs, l'extrémité libre du fil étant un ventre. — L'intensité* TRÈS FAIBLE *du phénomène, égale d'ailleurs dans tous les azimuts, doit faire attribuer ce phénomène à une dissymétrie du résonateur impossible à éviter.*

Positions II et III. — *On observe un système de ventres et de nœuds successifs, l'extrémité libre du fil étant un nœud. — Il y a extinction ou minimum d'effet lorsque le rayon du micromètre coïncide avec la direction du fil.*

2° POSITIONS DISSYMÉTRIQUES. — Position I. — *On observe un système de nœuds et de ventres successifs, l'extrémité libre du fil étant un ventre. — L'intensité du phénomène est appréciable. — Il y a extinction ou minimum d'effet lorsque le rayon du micromètre passe par le fil.*

Positions II et III. — *On observe un système de ventres et de nœuds successifs, l'extrémité libre du fil étant un nœud. — Il y a minimum d'effet lorsque le rayon du micromètre est perpendiculaire à la direction du fil.*

3° POSITIONS EXTÉRIEURES. — Position I. — *On observe un système de nœuds et de ventres successifs, l'extrémité libre du fil étant un ventre. — Il y a extinction ou minimum d'effet lorsque le prolongement du rayon du micromètre passe par le fil.*

• Position II. — *On observe un système de ventres et de nœuds successifs, l'extrémité libre du fil étant un nœud. — Il y a minimum d'effet lorsque le rayon du micromètre est perpendiculaire à la direction du fil.*

Position III. — *On observe un système de ventres et de nœuds successifs, l'extrémité libre du fil étant un nœud. — Il y a extinction ou minimum d'effet lorsque le rayon du micromètre est parallèle au fil.*

C. — **Comparaison des champs à un fil et à deux fils.**

• 1° *Les champs à un fil et les champs ordinaires à deux fils donnent le même système de sections nodales et ventrales.*

2° *Les champs à deux fils constitués par deux fils mis en relation avec deux plaques voisines du même plateau de l'excitateur ne donnent plus aucun système de ventres et de nœuds. — Il y a* INTERFÉRENCE *tout le long du champ.*

Ces champs constituent les CHAMPS INTERFÉRENTS à deux fils.

§ II. — **Lois relatives au résonateur.**

A. — **Résonateur complet.**

1° *Le fonctionnement du résonateur est indépendant de la direction de l'étincelle au micromètre.*

• 2° *Il existe des azimuts d'extinction pour les positions I et III. — Ce sont les azimuts* $\alpha = 90°$ *et* $\alpha = 270°$. — *Il n'existe pas d'azimut d'extinctiou pour la position II, mais deux azimuts de minimum d'effet,* $\alpha = 90°$ *et* $\alpha = 270°$.

3° *La position du micromètre marque la position de la section ventrale (ou nodale) lorsque le résonateur résonne (ou est muet).*

• H. Hertz, *loc. cit.*

4° *La différence entre les demi-longueurs d'onde relatives à deux résonateurs filiformes est sensiblement égale à la différence de leurs longueurs.*

$$\lambda - \lambda' = 2(L - L')$$

B. — Résonateur à coupure.

1° *Un résonateur à coupure symétrique présente les mêmes azimuts d'extinction ou de minimum d'effet qu'un résonateur complet.*

2° *Pour amener le micromètre dans l'azimut d'extinction ou de minimum d'effet, il faut amener le milieu de la coupure dans l'un des deux azimuts d'extinction ou de minimum d'effet que présenterait le micromètre si le résonateur était complet.*

3° *La position de la coupure détermine la position de la section ventrale (ou nodale) lorsque le résonateur résonne (ou est muet).*

Ces trois lois peuvent se résumer en une seule :

Dans un résonateur à coupure, la coupure joue le rôle que joue le micromètre dans le résonateur complet.

Cette loi résume également l'étude du résonateur à coupure dans le champ à un fil.

4° *Un résonateur à coupure en activité se présente comme ayant un nœud de vibration à chacune des extrémités de la coupure et un ventre au point diamétralement opposé au milieu de la coupure.*

5° *La différence entre la demi-longueur d'onde d'un résonateur complet et la demi-longuenr d'onde d'un résonateur à coupure de même rayon, est sensiblement égale à la longueur de la coupure.*

$$\lambda - \lambda_c = 2c.$$

§ III. — **Étude comparative du champ hertzien dans l'air et dans les diélectriques** *(Huile et eau).*

• 1° *Les longueurs d'onde des oscillations électriques qui excitent un résonateur donné, placé dans la* POSITION II SONT INDÉPENDANTES *de la nature du milieu diélectrique.*

2° *Les longueurs d'onde des oscillations qui excitent le résonateur dans la* POSITION I VARIENT *avec la nature du milieu diélectrique. — Le rapport de la longueur d'onde dans l'air à la longueur d'onde dans le diélectrique, est sensiblement égal à la racine carrée du pouvoir inducteur spécifique du diélectrique.*

CHAPITRE VII

Application : Multicommunication en télégraphie au moyen des oscillations électriques.

§ I. — Le problème de la multicommunication en télégraphie. Son importance.

Les lois expérimentales simples relatives aux oscillations électriques que nous avons énoncées dans de précédents chapitres, sont susceptibles d'être utilisées dans le domaine des applications pratiques.

Nous nous sommes proposé d'appliquer à la solution du problème de la multicommunication en télégraphie le fait, signalé par nous en 1895, du facile fonctionnement d'un résonateur à coupure, joint à l'utilisation convenable des résultats auxquels conduit l'étude comparative du champ hertzien concentré par un fil unique et par deux fils.

Envisagé de la façon la plus générale, le problème de la multicommunication en télégraphie peut s'énoncer ainsi :

Étant donné qu'un fil conducteur unit deux lieux déterminés **A** *et* **N** *et passe par une série d'autres lieux* **B, C, D, ..., L,** *trouver un dispositif qui permette l'entretien de communications télégraphiques simultanées entre* **A** *et* **B, A** *et* **C, ..., A** *et* **N,** *et aussi entre* **B** *et* **C, B** *et* **D, ..., B** *et* **N,** *et ainsi de suite jusqu'à la communication entre* **L** *et* **N** ; *en un mot, entre tous les groupes que l'on peut former en combinant deux à deux de toutes les manières possibles les villes que relie le fil unique.*

Si ce problème n'a pas reçu de solution générale, des cas particuliers en ont été étudiés et résolus avec succès.

Grâce, en effet, à l'ingéniosité déployée par les différents inventeurs de télégraphes, la télégraphie par courants continus a fait de rapides progrès. Il semble même qu'on ne puisse guère augmenter la vitesse des mouvements synchrones employés dans les appareils à transmission rapide, dont les dispositifs de M. Baudot offrent de si intéressantes applications, sans nuire à l'exactitude même de ce synchronisme.

La construction des appareils actuels a atteint une perfection telle qu'il paraît difficile de les surpasser tant que l'on s'adresse à des moyens *mécaniques*, et que l'on cherche à rapprocher les communications *successives* entre les divers récepteurs et manipulateurs reliés par une même ligne.

Il semble que la solution du problème ne puisse progresser qu'au moyen de principes *physiques* permettant vraiment une communication *simultanée* entre les différents postes.

Cette manière de résoudre le problème par l'emploi de moyens physiques a été tentée depuis longtemps déjà. C'est ainsi qu'en 1860, l'abbé Laborde proposa d'employer comme appareils télégraphiques une série de diapasons de longueurs différentes produisant chacun un courant intermittent de régime déterminé. Ce télégraphe fut réalisé plus tard par Paul Lacour, de Copenhague. Les différents courants intermittents produits par les diapasons à la station de départ cheminaient ensemble et venaient impressionner à la station d'arrivée une série de diapasons qui étaient des copies exactes de ceux disposés au départ. Le triage des transmissions se trouvait ainsi assuré, les diapasons communiquant entre eux par couple et indépendamment les uns des autres.

Tout récemment encore, M. Mercadier a repris cette idée et réalisé un dispositif, qu'il nomme *duodeciplex*, qui, à l'aide de douze diapasons placés à la station de départ et de plaques vibrantes fonctionnant à l'unisson disposées à la station d'arrivée, permet l'échange véritablement simultané de douze télégrammes entre deux stations.

Toutefois, les télégrammes ainsi échangés sont forcément

transcrits en signaux conventionnels Morse. Il semble difficile d'utiliser de semblables dispositifs fondés sur l'emploi des mouvements sonores à l'entretien simultané sur une même ligne d'appareils télégraphiques absolument quelconques : Morse, Hughes, téléphones, etc.

L'établissement des lignes télégraphiques de jour en jour plus nombreuses rend d'autant plus intéressante la solution du problème général de la multicommunication.

Nous avons appliqué les propriétés des oscillations électriques à la solution du problème ainsi envisagé, et nous croyons être arrivé à le résoudre dans ses lignes principales.

§ II. — Principe du dispositif.

Si l'on se reporte à l'étude du champ à un fil et à deux fils, on y trouve le moyen d'impressionner à volonté un résonateur placé à distance.

On peut y arriver de deux façons :

1° Supposons qu'on ait constitué un *champ interférent* à deux fils, le résonateur demeurera muet. Il suffira pour l'actionner de supprimer la communication de l'un des fils du champ avec la plaque terminale qui concentre les effets de l'excitateur, ou bien encore d'augmenter l'un des fils d'une longueur additionnelle égale à la demi-longueur d'onde du résonateur à influencer.

2° Supposons qu'on ait constitué un *champ ordinaire* à deux fils, le résonateur placé en un ventre vibrera. Il suffira pour qu'il cessé de vibrer de changer la communication d'un des fils avec les plaques terminales de manière à rendre le champ interférent, ou bien encore d'augmenter l'un des fils d'une longueur additionnelle égale à la demi-longueur d'onde du résonateur à influencer.

L'expérience montre que l'on peut de même actionner à volonté un résonateur placé à distance *sans être obligé de*

tendre les deux fils, depuis l'excitateur jusqu'au résonateur. Il suffit que les fils soient distincts jusqu'à la région où doit s'intercaler la longueur additionnelle, puis réunis tous deux à partir de cet endroit. Le fil unique qui les prolonge ainsi tous deux propage ou ne propage pas l'oscillation de l'excitateur, suivant que le pont qui commande la longueur additionnelle de fil est ouvert ou fermé.

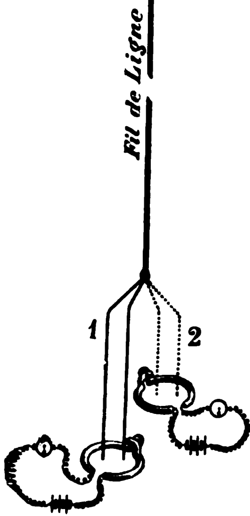


FIG. 47.

L'expérience montre qu'on peut établir ainsi toute une série de fils aboutissant tous en un point commun, à partir duquel un seul fil est tendu; chacun de ces fils correspond à une longueur additionnelle différente de l'un à l'autre et accordée à l'un des différents résonateurs qui sont situés au bout de la ligne. La figure 47 indique ce dispositif pour deux résonateurs différents. On voit que, suivant que les deux ponts sont tous deux ouverts ou tous deux fermés, ou l'un ouvert, l'autre fermé, les deux résonateurs sont tous deux influencés ou tous deux muets, ou l'un influencé, l'autre muet. On peut donc ainsi actionner à distance celui des deux résonateurs que l'on veut, et cela tandis qu'un autre expérimentateur actionne ou non l'autre résonateur.

On conçoit que si ces résonateurs sont à coupure, on peut utiliser leur fonctionnement à l'entretien par une pile locale d'un appareil télégraphique quelconque ou d'un téléphone. Il suffit que le pont situé à la station de

départ et qui commande le résonateur à influencer soit lui-même invariablement lié au dispositif transmetteur de l'appareil télégraphique que l'on veut utiliser.

§ III. — Détails du dispositif.

En réalité, pour que les résonateurs fonctionnent bien indépendamment les uns des autres, il n'est pas possible d'opérer d'une manière aussi simple, du moins lorsqu'il s'agit d'actionner simultanément plus de deux ou trois résonateurs.

Au lieu de ne se servir que d'un seul excitateur comme producteur des oscillations électriques, il est utile de constituer des excitateurs pour ainsi dire *monochromatiques* qui, émettant d'une façon très active une oscillation de période déterminée, soient susceptibles d'actionner vigoureusement

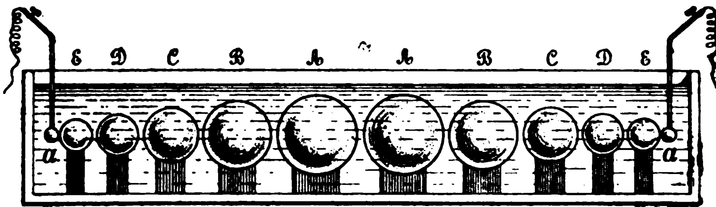


Fig. 48.

un résonateur donné, d'ailleurs choisi par tâtonnement, à l'exclusion des autres.

Un moyen fort simple de constituer une série d'excitateurs monochromatiques fonctionnant d'une manière très satisfaisante, est le suivant : Dans une cuve remplie d'huile, on dispose, côte à côte, toute une série de couples de sphères de laiton (*fig.* 48) de diamètres décroissants, arrangées comme suit :

ℰ. 𝒟. 𝒞. ℬ. 𝒜, 𝒜. ℬ. 𝒞. 𝒟. ℰ.

dont les dimensions sont indiquées au chapitre Ier, § II (p. 11).

Au voisinage d'un équateur de chacune des sphères est

disposée une bande de cuivre d'une largeur égale au tiers du diamètre de la sphère et l'entourant aux trois quarts. Ces bandes de cuivre, aussi identiques que possible, jouent le rôle de plaques terminales des fils.

Toutes les sphères étant placées dans l'huile et à quelques millimètres les unes des autres, on les excite, grâce aux deux conducteurs *a*, *a*, avec la même bobine de Ruhmkorff. Chacun des couples de sphères de même diamètre se trouve alors, par raison de symétrie, le siège d'une oscillation de même période pour chacune des deux sphères, mais de périodes différentes pour chaque couple. Ces oscillations sont reproduites par les bandes de cuivre qui avoisinent les sphères et propagées ou non jusqu'au résonateur en accord avec le couple de sphères considéré, suivant que le pont qui commande au départ la longueur additionnelle de fil relative à ce résonateur est ou non fermé.

On peut également construire des excitateurs à plaques de surfaces différentes, chaque couple de plaques de même surface constituant un excitateur monochromatique.

Un autre détail concerne le fonctionnement du résonateur.

Le fil de ligne se partage en deux conducteurs en arrivant au voisinage du résonateur, et le résonateur se trouve disposé dans la position I ou dans la position II relativement à ces deux fils. La longueur à donner à ces deux fils est réglée par tâtonnement.

Nous avons employé en même temps que des résonateurs filiformes des résonateurs à plaques. Dans ce cas, les fils qui aboutissent au résonateur sont eux-mêmes terminés par des plaques parallèles à celles du résonateur.

Pour plus de sensibilité, le micromètre est placé dans le vide; un dispositif spécial [1] (*fig.* 49) en permet néanmoins

---

[1] Ce dispositif, facile à employer pour les expériences de laboratoire, offrirait quelques difficultés à être employé dans l'industrie, par suite de la délicatesse du réglage. On pourrait alors faire usage de micromètres constitués par deux fils de platine soudés aux parois d'une ampoule vide de gaz et situés à une distance fixe l'un de l'autre. Ces micromètres pourraient être réglés une fois pour toutes lors de leur construction.

le réglage. A cet effet, le micromètre est logé à l'intérieur d'un tube de verre T fermé par un bouchon rodé à l'émeri T'. Un fil de fer *f*, à extrémité arrondie, traverse le fond du bouchon et constitue l'un des pôles du micromètre. Le tube T est muni d'un robinet R qui permet de le mettre en communication avec une machine pneumatique et de faire le vide à l'intérieur. Il porte, soudé à la partie inférieure, un tube parallèle *t* de moindre diamètre, terminé par un robinet à cuiller C surmonté d'un petit entonnoir. Avant de faire le vide dans l'appareil, on y a introduit une certaine quantité de mercure, ainsi qu'une pastille de fer *a* portant une pointe *p* qui constitue le second pôle du micromètre. Lorsque l'appareil est maintenu verticalement, le mercure s'élève dans les deux tubes parallèles jusqu'en *cd* et la pastille *a* flotte à la surface du mercure de telle sorte que la pointe *p* se trouve en regard de l'extrémité arrondie du fil *f*. Le vide étant fait dans l'appareil, si on désire rapprocher les pôles du micromètre, il suffit de tourner le robinet C. A chaque tour qu'il effectue, ce robinet déverse dans le tube *t* une gouttelette du mercure qu'il a puisée dans l'entonnoir et qu'il entraîne avec lui, grâce à la cuiller dont il est muni. Le mercure ainsi introduit par très petites portions à la fois permet de rapprocher insensiblement les deux pôles du micromètre l'un de l'autre. Un fil de fer *g*, soudé dans la paroi du tube T, assure la communication entre le mercure et le résonateur.

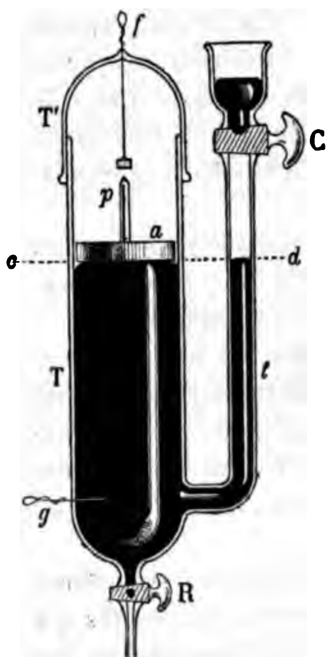


Fig. 49.

Enfin, au lieu de se contenter d'actionner les résonateurs par l'abaissement d'un seul pont intercalant ou non la longueur additionnelle de fil égale à $\lambda/2$, il est encore préférable

de se servir d'un double pont qui, manœuvré par la même tige isolante, interrompt à la fois la communication du fil à longueur additionnelle et celle du fil parallèle avec les deux plaques terminales situées au voisinage de l'excitateur.

§ IV. — Résultats des expériences.

Nous avons expérimenté ces dispositifs sur une ligne aérienne mesurant 170 mètres de longueur, disposée autour des bâtiments de la Station d'électricité de Bordeaux-les-Chartrons. Cette ligne était contournée plusieurs fois sur elle-même et on n'avait pris pour son établissement d'autres soins d'isolement que ceux qui sont en usage dans la disposition des lignes télégraphiques ordinaires.

Nous avons pu faire des expériences entre trois postes établis : l'un **A** au commencement de la ligne, l'autre **B** aux deux tiers de sa longueur, le troisième **C** à l'extrémité.

Au cours de ces expériences, dont quelques-unes ont été réalisées en temps de pluie, les cinq résonateurs accordés, qui permettaient la réception entre **A** et **B**, **A** et **C**, **B** et **C**, **B** et **A**, **C** et **B**, ont toujours fonctionné indépendamment les uns des autres et sans que, une fois réglé, l'envoi d'un signal destiné à l'un d'eux soit reçu par un autre. Deux de ces résonateurs étaient complets, et on lisait les signaux par l'apparition d'étincelles de longue et courte durée; les trois autres résonateurs étaient à coupure et entretenaient deux électro-aimants et un téléphone.

En résumé, on peut, dans ce dispositif, assimiler l'emploi des oscillations électriques à l'emploi des vibrations sonores, et cela de la manière suivante.

Qu'on suppose un tube acoustique reliant deux ou plusieurs postes et muni à l'arrivée et au départ de plusieurs embou-

chures. Les embouchures, au départ, concentrent le mouvement sonore qu'émettent différents tuyaux sonores que nous supposerons, pour plus de simplicité, au nombre de deux seulement, l'un donnant le *la*, l'autre le *sol*. A l'arrivée, en face des embouchures, se trouvent placés des résonateurs acoustiques, l'un capable de renforcer le *la* et sourd au *sol*, l'autre capable de renforcer le *sol* et sourd au *la*.

Les transmissions faites au départ sur le *la* et sur le *sol* ont cheminé de concert; à l'arrivée, le partage se fait grâce à la présence des résonateurs acoustiques de Helmholtz.

Il se passe un phénomène analogue dans le dispositif électrique que nous venons de décrire.

Si nous reprenons l'énoncé général du problème, nous pouvons dire que, grâce aux différents excitateurs qui fonctionnent dans les postes échelonnés **A**, **B**, **C**, ..., **N**, un cortège d'oscillations électriques de périodes différentes se propage sur la ligne **AN**. Le triage de ces oscillations électriques se fait à chaque résonateur, qui garde et renforce celles de ces oscillations correspondant à sa période et laisse cheminer les autres; ces dernières, à leur tour, sont reçues chacune par le résonateur qui lui est propre.

THÉORIE ÉLÉMENTAIRE

DES

SYSTÈMES OPTIQUES CENTRÉS

Par R. BOULOUCH

L'étude élémentaire d'un dioptre conduit aux résultats suivants :

Un objet rectiligne I_0, perpendiculaire à l'axe et placé dans le premier milieu d'indice absolu n_0, donne naissance à une image rectiligne I_1 également perpendiculaire à l'axe, dans le deuxième milieu d'indice n_1, sous des conditions bien connues que nous supposerons réalisées.

1° Si l'on prend sur l'axe une origine quelconque, les abscisses x_0 et x_1 de I_0 et de I_1 sont liées par une relation de la forme

$$(1) \qquad A_1 x_0 x_1 + B_1 x_0 + C_1 x_1 + D_1 = 0$$

dont l'équation habituelle des dioptres n'est qu'un cas particulier correspondant à un choix particulier d'origine.

2° Deux rayons conjugués passant par les pieds de I_0 et de I_1 font avec l'axe les très petits angles α_0 et α_1 ; ces angles sont liés par la relation (2)

$$(2) \qquad I_0 n_0 \operatorname{tg} \alpha_0 = I_1 n_1 \operatorname{tg} \alpha_1.$$

Supposons maintenant que p surfaces planes ou sphériques aient leurs axes confondus suivant une même droite et séparent $p + 1$ milieux successifs d'indices n_0, ..., n_p, formant ce qu'on appelle un système centré. A chaque réfraction correspondra une nouvelle image et l'on devra appliquer

p fois les relations telles que (1) et (2); on aura : 1° une relation (1′) de la forme (1) entre x_1 et x_2; il est facile de s'assurer que si l'on élimine x_1 entre (1) et (1′), on a entre x_0 et x_2 une relation qui a encore la même forme, de telle sorte qu'en éliminant ainsi de proche en proche les abscisses inconnues intermédiaires, on aura finalement, si l'on pose $x_0 = x$ et $x_p = x'$,

$$\text{(I)} \qquad Axx' + Bx + Cx' + D = 0.$$

2° La relation (2) s'étend immédiatement à un nombre quelconque de réfractions, car on a

$$I_0 n_0 \operatorname{tg} \alpha_0 = I_1 n_1 \operatorname{tg} \alpha_1 = I_2 n_2 \operatorname{tg} \alpha_2 = \dots = I_p n_p \operatorname{tg} \alpha_p;$$

si on pose

$$I_0 = I,\ n_0 = n,\ \alpha_0 = \alpha, \qquad I_p = I',\ n_p = n',\ \alpha_p = \alpha',$$

on aura, en égalant les membres extrêmes,

$$\text{(II)} \qquad I n \operatorname{tg} \alpha = I' n' \operatorname{tg} \alpha';$$

cette dernière relation peut encore s'écrire :

$$\frac{I'}{I} \times \frac{\operatorname{tg} \alpha'}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{n}{n'},$$

ou, si on désigne par γ le grandissement $\frac{I'}{I}$ et par g le grossissement angulaire $\frac{tg\,\alpha'}{tg\,\alpha}$,

$$\gamma \times g = \frac{n}{n'}.$$

Les équations (I) et (II) suffisent pour établir les propriétés générales des systèmes centrés; on envisagera d'abord les conséquences de l'équation (I) prise seule, puis celles qui résultent de l'ensemble des deux équations :

L'équation (I), dite relation homographique, a pour conséquences immédiates les propriétés bien connues de deux divisions homographiques de même base.

Deux cas à distinguer : $A \neq 0$, $A = 0$.

1er CAS. $A \neq 0$. — 1° *Points limites ou foyers principaux.*

A chaque point P correspond un point homologue ou conjugué P′.

Si F est le point tel que son homologue soit à l'infini, son abscisse X s'obtient en faisant $x' = \infty$.

$$X = -\frac{C}{A}.$$

Si F′ est l'homologue du point P situé à l'infini, son abscisse X′ correspond à $x = \infty$, et par suite

$$X' = -\frac{B}{A}.$$

F est le premier foyer, F′ le second foyer.

2° *Points doubles ou plans de Bravais.*

Ce sont les points de l'axe où se confondent deux points homologues. Si on représente par y l'abscisse d'un point double, on doit avoir $x = x' = y$, et la valeur de y est déterminée par l'équation

$$Ay^2 + (B + C)y + D = 0.$$

Il y a donc, en général, deux points doubles dont les abscisses y et y' sont telles que l'on ait

$$y + y' = -\frac{B + C}{A} = X + X',$$

d'où

$$X - y = -(X' - y');$$

les deux points doubles sont, dans des sens opposés, équidistants des deux foyers.

3° *Conditions qui déterminent un système au point de vue de la position des points.*

L'équation (I) contient trois coefficients distincts; elle sera complètement déterminée et avec elle la position des points

du système, si on se donne trois couples de points conjugués; en particulier, si on se donne les deux foyers, il suffira de connaître un autre couple de points conjugués. Si, les deux foyers étant connus, on prend F pour origine des abscisses π des points-objets et F′ pour origine des abscisses π' des points-images, l'équation (I) se réduira à

$$A\pi\pi' + D' = 0 \quad \text{ou} \quad \pi\pi' = -\frac{D'}{A},$$

puisque A est différent de 0. La constante $-\frac{D'}{A}$ peut être positive ou négative; la valeur positive se présente lorsque les rayons subissent une réflexion; si on se borne au cas où ils n'éprouvent que des réfractions, on pourra écrire

$$\pi\pi' = -k^2;$$

l'autre cas peut d'ailleurs être étudié exactement de la même manière.

Introduisons maintenant la relation (II)

$$\text{(II)} \qquad \mathrm{I}n\,\mathrm{tg}\,\alpha = \mathrm{I}'n'\,\mathrm{tg}\,\alpha'.$$

Pour transformer cette relation, nous allons considérer deux droites conjuguées perpendiculaires à l'axe J et J′, voisines de I et de I′, et nous allons supposer que α et α' sont les angles avec l'axe des droites qui joignent la base de I au sommet de J, la base de I′ au sommet de J′; de la sorte, si ε est la distance de I à J, ε' la distance de I′ à J′, on a

$$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{\mathrm{J}}{\varepsilon} \quad \mathrm{tg}\,\alpha' = \frac{\mathrm{J}'}{\varepsilon'},$$

et par suite

$$\frac{\mathrm{IJ}.n}{\varepsilon} = \frac{\mathrm{I'J'}n'}{\varepsilon'} \quad \text{ou} \quad \frac{\mathrm{I'J'}}{\mathrm{IJ}} = \frac{n}{n'} \times \frac{\varepsilon'}{\varepsilon} \quad \text{ou} \quad \gamma.\gamma_1 = \frac{n}{n'}.\frac{\varepsilon'}{\varepsilon},$$

en désignant par γ_1 le grandissement $\frac{\mathrm{J}'}{\mathrm{J}}$.

Faisons tendre J vers I, J′ tend vers I′, γ_1 tend vers la valeur γ,

et $\mathcal{E}'$ et $\mathcal{E}$ sont les accroissements $\Delta\Pi'$, $\Delta\Pi$ des abscisses de I' et de I. On a donc à la limite

$$\gamma^2 = \frac{n}{n'} \cdot \frac{d\pi'}{d\pi};$$

mais puisque

$$\pi\pi' = -k^2 \quad \pi d\pi' + \pi' d\pi = 0$$

et

$$\frac{d\pi'}{d\pi} = -\frac{\pi'}{\pi},$$

on a donc finalement pour le grandissement

$$\gamma^2 = -\frac{n}{n'} \cdot \frac{\pi}{\pi'} = +\frac{n}{n'}\frac{k^2}{\pi^2} = +\frac{n}{n'}\frac{\pi'^2}{k^2}.$$

On peut obtenir immédiatement la valeur du grossissement angulaire

$$g^2 = \frac{1}{\gamma^2}\frac{n^2}{n'^2} = -\frac{\pi}{n'} \cdot \frac{\pi}{\pi'} = +\frac{n}{n'}\frac{\pi^2}{k^2} = +\frac{n}{n'}\frac{k^2}{\pi'^2}.$$

On peut voir maintenant ce qu'il est nécessaire de connaître pour achever de déterminer le système : Si, outre trois couples de points conjugués, on se donne une valeur de γ ou une valeur de g, les égalités précédentes déterminent $\frac{n}{n'}$, la relation (II) donne alors g ou γ, et par suite tout autre grandissement ou grossissement. Le système est complètement déterminé.

Si, au lieu d'un grandissement, on se donne le rapport $\frac{n}{n'}$ des indices extrêmes, γ et g ne sont déterminés qu'au signe près, et les deux systèmes qui auront mêmes foyers, mêmes points doubles, d'une manière générale mêmes points conjugués, auront pour chaque couple de points des grandissements égaux, mais de signes contraires; l'ambiguïté disparaîtra si on se donne *le signe* d'un grandissement.

Pour chaque couple de points homologues, la constance de γ et de g détermine un point et un plan remarquables.

1° Point central. — Les droites qui joignent les points correspondants de I et de I′ se coupent en un point de l'axe qui est le centre d'homothétie de I et de I′, nous l'appellerons *point central,* et sa position par rapport aux points conjugués est déterminée par la condition que ses distances δ et δ' à ces points soient liées par la relation

$$\frac{\delta'}{\delta}=\frac{I'}{I}=\gamma,$$

ou, en appelant h' et h les distances du point central aux foyers F′ et F,

$$\frac{h'-\pi'}{h-\pi}=\gamma.$$

2° Plan résultant. — Deux rayons conjugués quelconques passant par les pieds de I et de I′ se coupent en un point dont la projection sur l'axe est à des distances d de I et d' de I′; on doit avoir, en représentant par Z la distance du point d'intersection à sa projection, par α et α', les angles avec l'axe des rayons considérés,

$$Z=d\,tg\,\alpha=d'\,tg\,\alpha',$$

d'où

$$\frac{d}{d'}=\frac{tg\,\alpha'}{tg\,\alpha}=g.$$

La projection du point d'intersection est donc fixe, ce point d'intersection décrit donc un plan perpendiculaire à l'axe que nous appellerons *plan résultant.*

On doit remarquer que si $n=n'$ $g=\frac{1}{\gamma}$ $\frac{d}{d'}=\frac{\delta}{\delta'}$ le point central est dans le plan résultant.

Si f et f' désignent les distances du plan résultant aux foyers F et F′, on a

$$\frac{f-\pi}{f'-\pi'}=g.$$

Cherchons maintenant ce que deviennent ce point et ce plan lorsque l'un des points homologues est à l'infini.

3° POINTS NODAUX. — *Plans principaux.* — Faisons d'abord $\pi = o \quad \pi' = \infty$, les relations précédentes s'écrivent

$$\frac{(h' - \pi')^2}{(h - \pi)^2} = \gamma^2 = \frac{n}{n'} \frac{\pi'^2}{k^2} \quad \text{ou} \quad \frac{\left(\frac{h'}{\pi'} - 1\right)^2}{(h - \pi)} = \frac{n}{n'} \cdot \frac{1}{k^2},$$

$$\frac{(f - \pi)^2}{(f' - \pi')^2} = g^2 = \frac{n}{n'} \frac{k^2}{\pi'2} \quad \text{ou} \quad \frac{(f - \pi)^2}{\left(\frac{f'}{\pi'} - 1\right)^2} = \frac{n}{n'} . k^2.$$

π' croissant au delà de toute limite, h et f tendent vers des limites finies H et F, telles que

$$H^2 = k^2 \frac{n'}{n},$$

$$F^2 = k^2 \frac{n}{n'}.$$

Dans ce cas, la position limite du point central est le premier point nodal, la position limite du plan résultant est le premier plan principal.

On obtiendrait d'une manière analogue les positions limites relatives au deuxième foyer, et les abscisses du deuxième point nodal et du deuxième plan principal par rapport à ce foyer sont données par

$$H'^2 = k^2 \frac{n}{n'},$$

$$F'^2 = k^2 \frac{n'}{n}.$$

Les signes de H et de F d'une part, de H' et de F' d'autre part, doivent être identiques, puisque pour $n = n'$ le point nodal doit se trouver dans le plan principal correspondant; les signes de H et de H', de F et de F' doivent être contraires, les points correspondants étant, comme nous allons

le voir, conjugués deux à deux; donc il n'existe que deux groupes de valeurs de ces quatre quantités, ce qui correspond bien à l'ambiguïté déjà signalée.

Le fait que les points nodaux sont conjugués, ainsi que les plans principaux, résulte comme cas particulier limite de la proposition suivante :

THÉORÈME. — Si deux couples de points conjugués P P′ — $\mathfrak{Q}\mathfrak{Q}'$ sont tels que deux points non homologues (P′ et $\mathfrak{Q}$, par exemple) soient confondus en un même point R :

1° Les deux points centraux correspondant aux deux couples sont conjugués et admettent un plan résultant qui passe par le point commun R;

2° Les deux plans résultants correspondant aux deux couples sont conjugués et admettent pour point central le point R.

Soient PP_1, $P'P'_1$, $\mathfrak{Q}\mathfrak{Q}_1$, $\mathfrak{Q}'\mathfrak{Q}'_1$ des droites conjuguées perpendiculaires à l'axe et supposons $P'P'_1 = \mathfrak{Q}\mathfrak{Q}_1 = RR_1$:

1° Les deux droites conjuguées P_1R_1 et $R_1\mathfrak{Q}_1$ déterminent sur l'axe les deux points centraux conjugués $\mathfrak{C}_1$ et $\mathfrak{C}_2$, et leur intersection R_1 décrit le plan du point R qui est le plan résultant de $\mathfrak{C}_1$ et $\mathfrak{C}_2$.

2° Les deux droites conjuguées p et r, qui passent par les points P et R, déterminent le plan résultant ρ_1 du premier couple, les deux droites conjuguées r et q' qui passent par R et $\mathfrak{Q}'$ déterminent le plan résultant ρ_2 du deuxième couple, les droites p, r qui forment le premier point d'intersection étant conjuguées respectivement de r et de q' qui forment le deuxième, ces points et par suite les plans sont conjugués; en outre, les points conjugués sont sur la droite r et R est le point central.

Cela posé, si le point $\mathfrak{C}$ s'éloigne indéfiniment, les points P et $\mathfrak{Q}'$ tendent respectivement vers F et F′, les deux plans résultants ρ_1 et ρ_2, les deux points centraux $\mathfrak{C}_1$, $\mathfrak{C}_2$ tendent vers leurs positions limites. Par conséquent :

1° Les deux plans principaux sont conjugués et leur point central est à l'infini;

2° Les deux points nodaux sont conjugués et leur plan résultant est à l'infini.

On peut exprimer ce résultat d'une autre manière :

1° Les deux plans principaux sont deux plans conjugués qui correspondent à un grandissement

$$\gamma = +1 \qquad I = I';$$

2° Les deux points nodaux sont deux points conjugués qui correspondent à un grossissement

$$g = +1 \qquad \operatorname{tg}\alpha = \operatorname{tg}\alpha'.$$

Les abscisses des points nodaux et des plans principaux sont :

$$H = \pm k\sqrt{\frac{n'}{n}} \qquad H' = \mp k\sqrt{\frac{n}{n'}},$$

$$F = \pm k\sqrt{\frac{n}{n'}} \qquad F' = \mp k\sqrt{\frac{n'}{n}},$$

$$H' = -F \qquad H = -F' \qquad \frac{F'}{F} = -\frac{n'}{n} \qquad FF' = -k^2;$$

le signe d'un grandissement ayant permis de fixer les signes de ces distances, il est aisé de voir que les signes opposés sont relatifs, pour le système actuel, à des points symétriques par rapport aux foyers correspondants, des éléments nodaux et principaux qu'on peut appeler :

1° Les plans antiprincipaux ou $\gamma = -1$;

2° Les points antinodaux ou $g = -1$.

L'équation aux foyers s'écrira $\pi\pi' = FF'$; il serait aisé de voir qu'en prenant les origines dans les plans principaux correspondants, l'équation devient

$$\frac{F}{p} + \frac{F'}{p'} = 1.$$

Examinons maintenant le cas où

$$A = 0 \qquad Bx + Cx' + D = 0.$$

Les équations

$$X = -\frac{C}{A} \qquad X' = -\frac{B}{A},$$

$$Ay^2 + (B + C)y + D = 0,$$

montrent que les deux foyers sont rejetés à l'infini, ainsi que l'un des plans de Bravais ; l'autre plan de Bravais, en général à distance finie, est fourni par l'équation

$$y = \frac{-D}{B + C},$$

et il est lui-même rejeté à l'infini si $B = -C$; mais, dans ce cas, la relation des points conjugués devient

$$B(x - x') + D = 0,$$

et deux points conjugués sont toujours à une distance constante.

L'expression du grandissement sera ici (en excluant les cas de réflexion)

$$\gamma^2 = -\frac{n}{n'}\frac{dx'}{dx}.$$

Or, on a

$$Bdx + Cdx' = 0,$$

$$\gamma^2 = -\frac{n}{n'}\frac{B}{C} \qquad g^2 = -\frac{n}{n'}\frac{C}{B}.$$

Le grandissement et le grossissement sont constants ; dans le cas particulier, où $B = -C$, on a $\gamma^2 = g^2 = \frac{n}{n'}$; de plus, le point central et le plan résultant occupant toujours la même position par rapport aux points conjugués, sont rejetés à l'infini en même temps que ceux-ci. Ce système ne présente plus aucun des éléments habituels.

Si le système présente un plan de Bravais, on peut prendre l'origine dans ce plan, l'équation devient :

$$Bp + Cp' = 0,$$

ou

$$p' = Rp \quad \text{en posant} \quad R = -\frac{B}{C},$$

$$\gamma^2 = +R\frac{n}{n'} \qquad g^2 = +\frac{1}{R}\cdot\frac{n}{n'}.$$

Si nous désignons par q l'abscisse du point central et par r celle du plan résultant, on aura évidemment

$$\gamma = \frac{p'-q}{p-q} \qquad g = \frac{p-r}{p'-r},$$

ce qui donne

$$q = \frac{p\gamma - p'}{\gamma - 1} \qquad r = \frac{p'g - p}{g-1};$$

en général, q et r seront infinis en même temps que p et p', et il n'y aura ni point nodal ni point principal; toutefois, si l'on réalise l'une des conditions

$$p\gamma - p' = 0, \qquad p'g - p = 0,$$

q ou r sont constamment nuls; dans le premier cas, le point central est constamment à l'origine, où, dès lors, viennent se confondre les deux points nodaux; ce cas est réalisé si

$$\gamma = R = +\frac{n}{n'} \quad \text{et} \quad p' = +\frac{n}{n'}p \qquad g = +1.$$

Dans le deuxième cas, le plan résultant passe constamment par l'origine; il en est donc de même des deux plans principaux, qui se confondent dès lors avec le plan de Bravais unique, et ce cas sera réalisé si

$$g = \frac{1}{R} = +\frac{n}{n'} \qquad p' = +\frac{n'}{n}p \qquad \gamma = +1.$$

D'une manière générale, le cas $A = 0$ exigera deux couples

de points conjugués pour la détermination des positions des points et, en plus, un grandissement ou un grossissement; si l'on se donne $\frac{n}{n'}$, il faudra de plus le signe d'un grandissement ou d'un grossissement pour déterminer sans ambiguïté le système.

Bordeaux. — Imp. G. Gounouilhou, rue Guiraude, 11

CONTRIBUTION A L'ÉTUDE

DES

DÉFORMATIONS PERMANENTES

DES FILS MÉTALLIQUES

Par E. LENOBLE

PROFESSEUR SUPPLÉANT A LA FACULTÉ LIBRE DES SCIENCES DE LILLE

INTRODUCTION

On a fait jusqu'ici de nombreuses recherches sur la traction longitudinale des métaux; en général, ces recherches consistent à charger de plus en plus un même fil jusqu'à la rupture et à déterminer les allongements correspondants. Ces essais permettent d'évaluer ce que l'on a appelé les *modules* ou les *coefficients d'élasticité*.

Comme type de ces travaux, nous citerons les importantes recherches de Wertheim, publiées dans les *Annales de Chimie et de Physique* (1).

Rappelons que le *coefficient d'élasticité de traction* est, en général, le rapport de la traction par unité de surface à la dilatation linéaire (2).

Ce coefficient a été représenté de différentes manières par les auteurs; en voici quelques-unes :

Lamé (3) adopte la formule suivante :

$$A = \frac{2}{5}\frac{F}{L},$$

---

(1) *Recherches sur l'élasticité*, par M. G. Wertheim, D. M. (*Annales de Chimie et de Physique*, 3e série, t. XII, p. 385).

(2) P. Duhem, *Cours de Physique mathématique et de Cristallographie de la Faculté des Sciences de Lille (Hydrodynamique, élasticité, acoustique*, t. II, p. 240).

(3) Lamé, *Cours de Physique de 1833-1834*, t. I, p. 353.

dans laquelle

A, désigne le coefficient d'élasticité,

F, la traction en kilogrammes par millimètre carré,

l, l'allongement par unité de longueur.

Wertheim [1] écrit :

$$q = \frac{1000\,P}{a};$$

q est le coefficient d'élasticité, P et a ont la même signification que les lettres F et l, de Lamé.

Poisson [2], dans sa *Mécanique*, appelle coefficient d'élasticité une valeur très petite, dépendant de la matière et de l'épaisseur des fils métalliques :

$$(1) \qquad \omega = \frac{l - l'}{l'\left(P + \frac{p}{2}\right)};$$

ω est le coefficient d'élasticité,

l', la longueur initiale du fil,

l, la longueur après l'allongement.

p, le poids entier du fil,

P, le poids tenseur.

Ce coefficient est l'inverse de celui de Lamé et de Wertheim.

Remarquons que l'équation (1) peut s'écrire :

$$\omega l' P + \frac{\omega l' p}{2} = l - l'$$

t que $\frac{\omega l' p}{2}$ est une expression qui ne dépend que de la longueur initiale du fil l', du poids du fil p et du coefficient de Poisson ω.

Posons

$$\frac{\omega l' p}{2} = c;$$

(1) Wertheim, *loc. cit.*, p. 407.

(2) *Traité de Mécanique*, par S.-D. Poisson (seconde édition, 1833, t. I, p. 583).

nous aurons :

$$\frac{2l'Pc}{l'p} + c = l - l'$$

et

$$c = \frac{p(l - l')}{2P - p}.$$

Si P devient égal à p, on a

$$c = l - l'.$$

Ce nouveau coefficient c représente donc l'allongement subi par le fil sous son propre poids; c'est une autre manière d'exprimer le coefficient de Poisson.

Quel que soit le mode employé pour les représenter, tous ces coefficients rentrent les uns dans les autres, puisqu'ils expriment le rapport direct ou inverse qui existe entre la charge et l'allongement.

Une telle valeur ne peut être constante qu'à la condition que l'allongement soit proportionnel à la charge. Or, depuis longtemps on a constaté que cette proportionnalité n'existait pas, et c'est ce que démontre une fois de plus l'expérience suivante imitée de Wertheim, que nous avons réalisée avec notre outillage perfectionné et qui nous a fourni les résultats cidessous indiqués :

Expérience du 25 juillet 1898.

Fil de *platine écroui :* Pour déterminer le diamètre, nous avons enroulé un fragment de fil autour d'un tube cylindrique et nous avons mesuré, à l'aide d'un compas à coulisse, l'épaisseur d'un certain nombre de spires serrées faiblement les unes contre les autres. Nous avons trouvé, pour 17 spires, $5^{mm},2$, ce qui permet d'évaluer le diamètre et la section du fil.

Diamètre du fil..................	$0^{mm},306$.
Section du fil..................	$0^{mm^2},07354$.
Charge initiale..................	600 grammes.
Longueur initiale..............	$598^{mm},260$.

Nous chargeons le fil avec 700 grammes et nous observons sa longueur; puis, nous enlevons 100 grammes et nous déterminons de nouveau la longueur du fil. Nous portons ensuite la charge à 800 grammes, puis à 900 grammes, et ainsi de suite, en augmentant chaque fois de 100 grammes et en déterminant, immédiatement après chacune des augmentations, la longueur sous la charge initiale de 600 grammes. Nous avons poursuivi ces opérations jusqu'à la rupture qui s'est effectuée sous la charge totale de 4,200 grammes.

Les résultats obtenus nous ont permis de dresser le tableau suivant :

En appelant

S, la section initiale du fil,

L_0, sa longueur initiale,

P, indique la charge employée,

$P' = \frac{P}{S}$, la charge par millimètre carré de section exprimée en kilogrammes ; nous négligeons, comme le faisait Wertheim, la faible variation que subit la section sous l'influence de l'allongement,

L', la longueur du fil sous l'action de la charge P,

L, la longueur sous la charge de 600 grammes prise immédiatement après l'action de la charge P,

$a' = 1000 \frac{L - L_0}{L_0}$, l'allongement permanent par mètre, exprimé en millimètres,

$a = 1000 \frac{L' - L}{L}$, l'allongement élastique,

$q = 1000 \frac{P'}{a}$, le coefficient d'élasticité.

1er Tableau.

P	P'	L'	L	a	a'	q
600 grammes.	8k159	»	598,265	»	»	»
700 »	9,519	598,302	598,266	0,0602	0,0017	158.120
800 »	10,878	598,372	598,269	0,1722	0,0067	63.171
900 »	12,238	598,410	598,272	0,2307	0,0117	53.047
1000 »	13,598	598,492	598,285	0,3460	0,0334	39.301
1100 »	14,958	598,521	598,281	0,4012	0,0267	37.283
1200 »	16,317	598,577	598,293	0,4747	0,0468	34.373
1300 »	17,677	598,634	598,311	0,5399	0,0769	32.742
1400 »	19,037	598,684	598,314	0,6184	0,0819	30.784
1500 »	20,397	598,752	598,333	0,7003	0,1137	29.127
1600 »	21,757	598,811	598,354	0,7638	0,1488	28.485
1700 »	23,117	598,863	598,376	0,8139	0,1855	28.403
1800 »	24,476	599,082	598,550	0,8888	0,4764	27.539
1900 »	25,836	599,152	598,544	1,0158	0,4663	25.434
2000 »	27,196	599,195	598,558	1,0642	0,4897	25.556
2100 »	28,555	599,232	598,540	1,1562	0,4597	24.698
2200 »	29,915	599,287	598,540	1,2481	0,4597	23.969
2300 »	31,275	599,326	598,564	1,2730	0,4998	24.568
2400 »	32,634	599,376	598,571	1,3449	0,5115	24.265
2500 »	33,994	599,413	598,574	1,4016	0,5165	24.254
2600 »	35,354	599,479	598,590	1,4851	0,5424	23.806
2700 »	36,714	599,545	598,606	1,5687	0,5700	23.404
2800 »	38,074	599,626	598,635	1,6554	0,6184	22.862
2900 »	39,434	599,699	598,659	1,7371	0,6586	22.701
3000 »	40,794	599,767	598,694	1,7923	0,7171	22.761
3100 »	42,153	599,868	598,736	1,8907	0,7873	22.295
3200 »	43,513	599,936	598,755	1,9724	0,8190	22.061
3300 »	44,872	600,039	598,818	2,0391	0,9243	22.006
3400 »	46,233	600,126	598,849	2,1324	0,9761	21.681
3500 »	47,592	600,206	598,906	2,1706	1,0714	21.927
3600 »	48,952	600,300	598,965	2,2289	1,1700	21.963
3700 »	50,312	600,429	599,053	2,2970	1,3171	21.904
3800 »	51,671	600.531	599,085	2,4137	1,3706	21.407
3900 »	53,031	600.614	599,158	2,4301	1,4926	21.823
4000 »	54,391	600,746	599,233	2,5250	1,6180	21.541
4100 »	55,751	600,874	599,303	2,6214	1,7350	21.267
4200 »	57,111	»	»	»	»	»

Ces résultats se traduisent par la courbe *a* de la figure (*pl.* I, *fig.* 1).

La courbe *b* donne les résultats obtenus par Wertheim dans les mêmes conditions [1].

Conséquemment, il n'y a pas lieu de considérer un *coefficient caractéristique d'élasticité* pour un métal donné, puisque la valeur de q va sans cesse en décroissant lorsque la charge augmente.

Ce dernier résultat est également une conséquence de notre travail, puisque nous montrerons que la valeur de a croît plus vite que celle de P'. En effet, si pour un fil donné, nous portons P' en abscisse et a en ordonnée, le point figuratif parcourt une courbe montant rapidement de gauche à droite. Puisqu'il en est ainsi, les valeurs de

$$q = \frac{1000\,P'}{a},$$

doivent aller en diminuant.

D'ailleurs, si après avoir chargé le fil on le décharge, on peut distinguer deux cas.

1° Si la charge *maximum* a été très faible, le fil reprend sa longueur initiale lorsque la charge revient à la même valeur inférieure, de sorte qu'entre deux mêmes valeurs de la charge, le coefficient d'élasticité est le même dans la période de décharge que dans la période de charge.

2° Si, au contraire, la charge *maximum* est *relativement* forte (c'est le cas le plus général), le fil ne reprend pas, pour une même charge, la même longueur pendant les deux périodes de charge et de décharge; il y a *déformation permanente*. Entre deux charges données, il y aurait donc lieu de distin-

---

[1] Dans le cours de nos recherches, nous avons constaté que plusieurs erreurs se sont glissées dans le travail de Wertheim; particulièrement tous les coefficients d'élasticité qu'il donne pour le platine et l'or sont faux.

La courbe *b* a été obtenue à l'aide des coefficients calculés d'après les résultats fournis par Wertheim. Les valeurs de ces coefficients d'élasticité oscillent entre 16.907 et 20.027, tandis que les coefficients donnés par Wertheim dans son mémoire varient de 15.006 à 18.674.

guer deux coefficients différents, selon que l'on considère le fil pendant l'une ou l'autre des périodes; d'ailleurs, en rechargeant de nouveau le fil, on serait amené à considérer un troisième coefficient d'élasticité, puis un quatrième, etc.

Enfin, la détermination des coefficients d'élasticité est arbitraire; car nous ferons voir qu'un fil chargé d'un poids donné exige un temps considérable pour se mettre en équilibre; par conséquent les cinq ou dix minutes employées par Wertheim pour réaliser cet équilibre sont tout à fait insuffisantes. En outre, si la mise au point du repère et la lecture de la longueur du fil se prolongent un peu, il arrive, comme nous le montrerons dans le cours de notre travail, que l'allongement du fil se continue à tel point que sa longueur, sous l'action d'une charge inférieure, devient plus grande que sous l'action de la charge supérieure précédente; dans ce cas, la détermination du coefficient d'élasticité n'est plus possible.

Tel est donc le genre des essais effectués sur la traction des métaux; jamais, du moins à notre connaissance, on ne s'est occupé d'étudier d'une manière détaillée et systématique l'action de charges qui oscillent entre deux limites déterminées, par analogie avec ce qui, depuis G. Wiedemann (1), a été si souvent réalisé pour la torsion (2).

Dans ses travaux, Wiedemann a fait une étude complète de la torsion, en vue d'établir les rapports existant entre la torsion et le magnétisme. Il a résumé ses recherches dans un

(1) G. Wiedeman, Divers mémoires dans *Poggendorff's Annalen* des années 1858 et 1859. (Extraits dans les *Annales de Chimie et de Physique*, principalement 3e série, t. LVI, p. 373).

(2) Tout récemment, M. W. Ludwig a fait, au laboratoire de physique de Breslau, des travaux analogues à ceux que nous avons réalisés, pour distinguer les charges voisines de la rupture et les charges éloignées de la rupture; ces essais ont porté sur des barreaux en verre d'Inéa 16III, recuit et non recuit. Parvenues à la rédaction du *Physikalische Zeitschrift* le 19 novembre 1899, ces recherches ont été publiées le 9 décembre 1899 dans ce journal, sous le titre suivant: *Einige elastiche Eigenschaften von gekühltem und ungekühltem Jenenser Glas* 16III. La présente thèse a été déposée à la Faculté des Sciences de Bordeaux le 4 décembre 1899.

tableau (¹) dont nous extrayons les passages suivants qui nous intéressent particulièrement.

« Les torsions temporaires d'un fil tordu pour la première fois par des poids croissants, croissent plus rapidement que les poids.

» Les torsions permanentes croissent beaucoup plus rapidement que les torsions temporaires.

» Si l'on répète plusieurs fois la torsion et la détorsion, l'accroissement des torsions permanentes devient moins rapide et tend à être simplement proportionnel aux poids.

» Tout ébranlement d'un fil pendant l'action d'un poids tordant augmente la torsion temporaire due à ce poids. »

Nous nous sommes proposé de combler la lacune que nous venons de signaler. C'est pourquoi nous avons entrepris le travail suivant, dans lequel nous avons réuni toutes les conditions voulues pour éviter la plupart des nombreuses causes d'erreurs auxquelles sont sujettes des expériences de ce genre. Particulièrement, nous nous sommes procuré des instruments de haute précision, afin d'obtenir des résultats aussi exacts que possible.

Qu'il nous soit permis, en terminant cette introduction, d'adresser à M. P. Duhem, professeur à la Faculté des Sciences de Bordeaux, nos sincères remerciements pour les conseils et les avis qu'il n'a cessé de nous donner pendant tout le cours de ce travail. Il fut d'ailleurs l'inspirateur de cette étude et nous sommes heureux de pouvoir lui témoigner notre vive gratitude.

(¹) *Annales de Chimie et de Physique*, 3ᵉ série, t. LVI, p. 374.

PREMIÈRE PARTIE

L'étude des déformations permanentes dans les fils métalliques présente ordinairement de très grandes difficultés, parce que, de multiples causes interviennent pour modifier l'état d'équilibre de ces fils.

Afin de résoudre le problème avec toute la précision possible, nous nous sommes efforcé de réduire le nombre des causes d'erreurs. Notre attention s'est portée :

1° Sur les vibrations accidentelles auxquelles les fils peuvent être sujets : nous les avons supprimées autant que nous l'avons pu ;

2° Sur la température, que nous avons rendue aussi constante que possible ;

3° Sur la précision des résultats, que nous nous sommes efforcé d'obtenir à l'aide d'instruments perfectionnés.

Appareils et Mode opératoire.

§ 1. — Salle d'opération.

Pour opérer constamment dans les mêmes conditions de température, nous avions à notre disposition deux moyens généraux : ou bien, placer les fils métalliques dans une enceinte à température constante comme, par exemple, une étuve Marchis convenablement modifiée ; ou bien, opérer dans une pièce maintenue à une température sensiblement constante, pendant toute la durée d'une expérience.

C'est ce dernier moyen que nous avons adopté parce qu'il était le plus facilement réalisable.

Notre salle d'opération est située au sous-sol de la Faculté libre des Sciences de Lille, sous notre laboratoire. Les murs de cette pièce sont très épais et toutes les ouvertures, porte et fenêtres sont munies de doubles cloisons. La température y est maintenue constante à l'aide d'un poêle à gaz de Wiesnegg situé dans une partie de la salle où ne se trouvent pas d'appareils et muni d'un régulateur, en forme d'U, de P. Lequeux, placé au voisinage des fils en expérience. Les produits de la combustion sont conduits au dehors afin d'éviter de souiller l'air de la salle dans laquelle nous devons quelquefois séjourner de longues heures, et également afin d'empêcher l'accumulation de l'humidité, que nons absorbons, d'ailleurs, à l'aide de chaux vive fréquemment renouvelée. Pour le même motif et afin d'éviter les variations notables de température, les lampes à gaz, destinées à l'éclairage, sont placées, à l'extérieur, derrière une double cloison vitrée.

Dans ces conditions, la température ne varie pas sensiblement pendant tout le cours d'une expérience, comme le prouvent les quelques chiffres suivants que nous relevons dans notre registre de notes du mois de janvier 1899, par conséquent à une époque aussi défavorable que possible à la réalisation d'une température moyenne constante.

Températures de la salle prises sur un thermomètre gradué en 50mes de degré et placé près du fil en expérience.

Mardi	10	janvier	1899	à 4 h. 45'	du soir	18°,30
Mercredi	11	id.	1899	à 9 h.	du matin . . .	18°,02
id.	11	id.	1899	à 4 h. 45'	du soir	18°,06
Jeudi	12	id.	1899	à 4 h. 50'	du id.	18°,16
Vendredi	13	id.	1899	à 4 h. 50'	du id.	18°,18
Samedi	14	id.	1899	à 9 h. 20'	du mat.	18°,08
Lundi	16	id.	1899	à 9 h. 15'	du id.	18°'26

Nous nous sommes trouvé dans l'obligation de faire varier la température de la salle suivant la température extérieure,

car lorsque celle-ci s'élevait, nous étions forcé d'ouvrir le régulateur, afin d'éviter l'extinction du gaz du foyer.

La température de la salle ne restait donc constante que pendant une certaine période de temps, mais cela était largement suffisant pour nos expériences qui étaient, en général, d'une durée relativement courte.

D'ailleurs, les écarts ne furent pas considérables, puisqu'en hiver la température ne descendit jamais au-dessous de 17° 5 et que la plus haute température de l'été ne dépassa point 21°.

§ 2. — Instruments.

Nous ne sommes pas arrivé de suite au mode opératoire que nous avons employé pour nos expériences définitives.

Au début, nos fils étaient fixés à un petit treuil solidement attaché au plafond de la salle; ils portaient deux points de repère qui limitaient la longueur du fil en observation. Ce dispositif nécessitait, pour chaque essai, deux lectures longues et fatigantes, qui ne permettaient pas de faire rapidement de nombreuses observations.

Après plusieurs modifications, le mode de suspension précédent fut définitivement remplacé par le suivant, de beaucoup plus avantageux.

Le fil est pincé par les mâchoires d'un petit étau parfaitement fixé à une solide tige en fer; cette tige est vissée dans un madrier scellé dans le plafond. Par des expériences préalables, nous nous sommes assuré que cet étau ne se déplaçait pas sous l'influence des charges que nous employions. Un léger allongement de l'étau pouvait être observé, sous une traction de 10 kilogrammes, mais, dans toutes nos expériences nous n'avons jamais employé plus de 4 kilogrammes et dans la plupart des cas, la charge totale ne dépassait pas 1.000 à 1.500 grammes.

D'ailleurs, pour chaque expérience, la position de l'étau était soigneusement relevée.

Dans ces conditions, le fil ne portait qu'un seul point de repère, placé vers sa partie inférieure et une seule lecture était suffisante pour l'évaluation de sa longueur à un instant donné, la position de l'étau étant fixe.

Le point de repère fut d'abord une croix tracée sur un papier fixé au fil par un peu de cire molle, mais sous l'influence des charges successives que nous lui donnions, le fil éprouvait une légère torsion qui déplaçait la croix et la faisait sortir du champ de la lunette du cathétomètre. De plus, par ce moyen, nous ne pouvions pas déterminer très exactement la longueur du fil.

Le point de repère fut ensuite un trait circulaire de peinture dont nous visions l'un des bords. Ce moyen fut employé simultanément avec le suivant qui consistait à marquer le fil d'un trait circulaire continu à l'aide d'un couteau en acier. Pour cela, le fil tendu horizontalement est fixé, à chacune de ses extrémités, dans une pince dont la tige tourne à frottement doux dans un cylindre soutenu par un support. Deux aides animent le fil, autour de son axe, d'un mouvement aussi régulier que possible, tandis que l'opérateur approche du couteau d'acier, la partie du fil qui doit être marquée et, à l'aide d'une légère pression, y trace le trait désiré. Dans certains cas, principalement pour les métaux blancs, ce faible trait est rendu plus visible au moyen d'un enduit à base de noir de fumée.

D'une manière générale, nous nous sommes servi de ce dernier moyen pour les fils des métaux écrouis, tandis que, pour les métaux mous ou recuits, nous avons employé les traits de peinture, que nous produisions de la même façon et dont nous faisions varier la couleur suivant celle du métal; c'est ainsi que nous avons donné la préférence au blanc pour les fils de cuivre, à l'orangé pour les fils de platine et d'argent, et au jaune pour les fils d'acier.

La partie inférieure des fils était attachée à un S en fer auquel était fixé le plateau portant les différentes charges.

Ces charges furent d'abord réalisées à l'aide de sable sec

que nous faisions couler lentement d'un entonnoir à robinet dans un récipient placé sur le plateau. Puis, nous employâmes le mercure que nous recevions lentement dans un vase à tubulure inférieure effilée et munie d'un robinet portant un levier qui permettait de retirer le mercure avec beaucoup de lenteur.

Mais ces moyens laissaient à désirer : d'abord, ils animaient le fil d'un mouvement pendulaire nuisible aux observations que nous voulions faire; ensuite, lorsque les charges devenaient un peu fortes, il fallait des heures entières pour les réaliser.

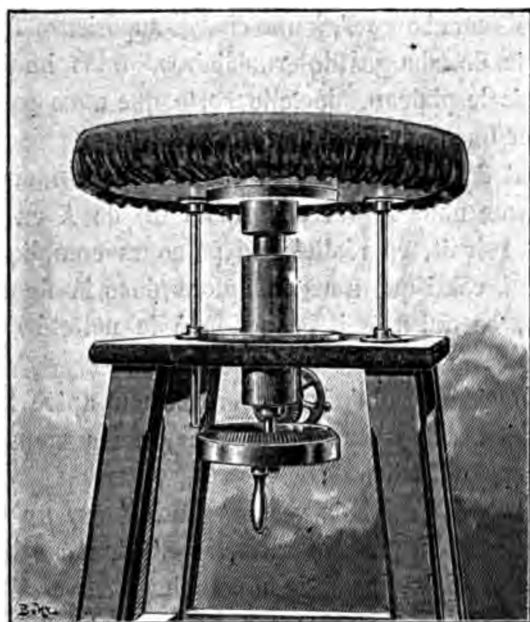


Fig. 1.

Afin d'obvier à tous ces inconvénients, nous nous sommes servi d'un appareil installé sous le plateau-charge et se composant d'un disque horizontal muni de guides, pouvant se déplacer verticalement, et auquel le mouvement était com-

muniqué par un engrenage qui permettait de l'élever et de l'abaisser d'une manière insensible (*fig.* 1).

A cause de ce double mouvement cette installation était très commode ; elle avait surtout l'avantage de permettre :

1° Le chargement du fil sans secousses par l'immobilisation du plateau-charge ;

2° La mise en liberté du plateau-charge aussi lentement que possible et sans animer le fil d'oscillations pendulaires ;

3° L'usage des poids marqués pour l'établissement des charges.

Par contre, elle avait l'inconvénient de modifier l'allure des phénomènes que nous observions, car pour passer, par exemple, d'une charge T_0 à une charge supérieure T_1, à l'aide d'une série de charges intermédiaires, nous immobilisions chaque fois le plateau, de telle sorte que nous passions, en réalité, par une série de charges nulles.

Le point figuratif au lieu de monter d'une manière régulière (comme nous le verrons plus loin) de A en B (*Pl.* I, *fig.* 2, α) suivait, en réalité, un parcours compliqué, assez semblable à celui que nous indiquons dans la figure (*Pl.* I, *fig.* 2, β), ce qui nuisait beaucoup à la netteté du phénomène.

Nous fûmes donc obligé de chercher une autre technique.

Après bien des essais infructueux, nous nous sommes arrêté à l'appareil suivant :

Un fort madrier en bois verni A, monté sur un pied B et solidement soutenu par des traverses C′, C, porte deux équipages D, D′ rappelant ceux de la machine d'Atwood (*fig.* 2).

Chacun d'eux se compose d'une grande roue à gorge B (*fig.* 3) roulant sur quatre roues plus petites *r r r r*, rendues elles-mêmes très mobiles par un montage sur pointes. Seulement, comme l'un de ces équipages D (*fig.* 2) est placé dans une position renversée, il faut assurer constamment le contact de la grande roue avec les petites. Pour cela, nous nous sommes servi de lanières en caoutchouc L passant sur l'axe

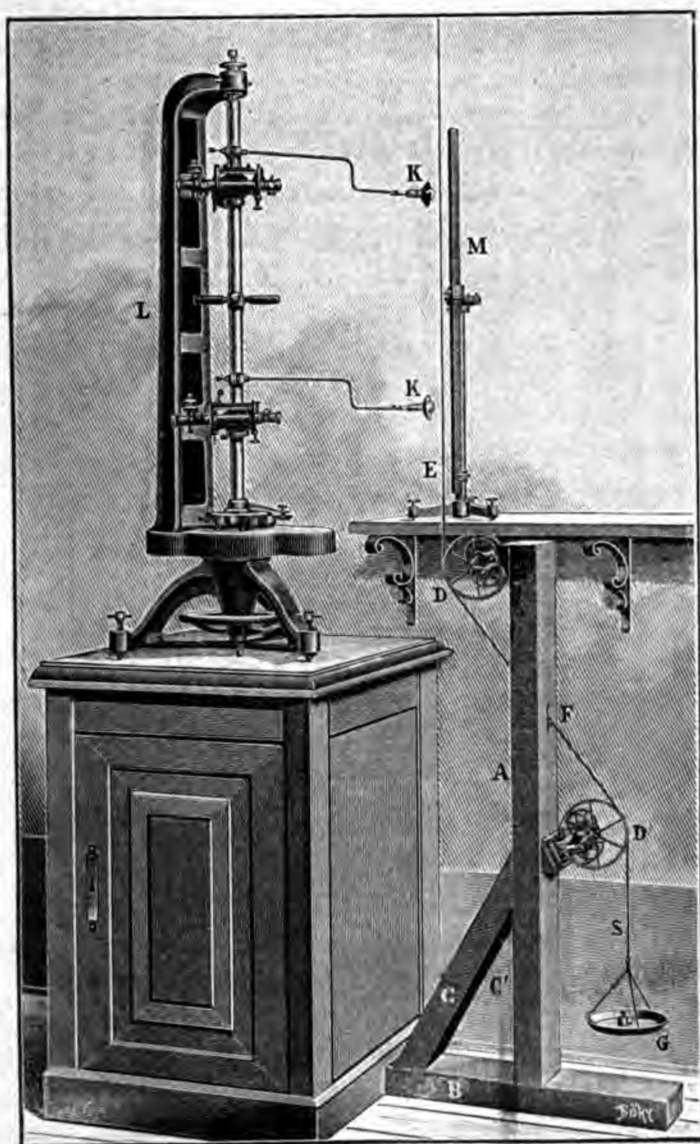


FIG. 2.

de la grande roue et sur de petites poulies à gorge P, P (*fig.* 3) placées au fond des équipages. Dans ces conditions, la mobilité de l'appareil est un peu diminuée, mais elle est encore très satisfaisante ([1]).

Le fil en expérience, fixé dans l'étau, s'attache par sa partie inférieure à un petit anneau ([2]) E (*fig.* 2) très solide, auquel est également fixée l'extrémité d'un fil d'acier Smith, de 2 dixièmes de millimètre de diamètre. Ce dernier fil repose sur les deux

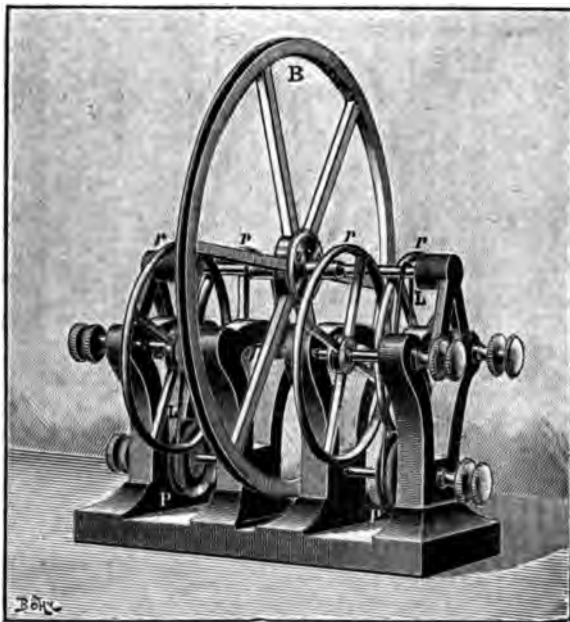


Fig. 3.

grandes roues, en passant à travers une ouverture F ménagée, à cet effet, dans le madrier, puis il vient s'attacher à un S en fer auquel est suspendu le plateau-charge G.

([1]) Les divers appareils que nous venons de décrire ont été construits par M. F. Leclercq, l'habile mécanicien de la Faculté libre des Sciences de Lille.

([2]) Sur la figure 2, on a omis cet anneau.

La perte de charge due au frottement du fil d'acier sur les deux équipages est très minime et certainement inférieure à 1 gramme pour une charge de plusieurs kilogrammes. Cette perte est d'ailleurs constante pour une charge déterminée, conséquemment, elle ne peut pas modifier l'allure qualitative générale des phénomènes que nous devons observer.

Il va sans dire que le fil en expérience est tendu verticalement. Pour cela, nous avons disposé deux fils à plomb qui permettent de relever cette position dans deux directions rectangulaires.

Les poids employés provenaient de chez M. Deleuil, nous les avons très soigneusement contrôlés avant de nous en servir.

Ces poids étaient déposés dans le plateau-charge avec de grandes précautions et aussi lentement que possible et ils étaient enlevés de même, en se servant pour cette opération de la main droite, tandis que les doigts de la main gauche venaient effleurer le dessous du plateau sans le soulever, s'opposant ainsi à toute traction irrégulière sur le fil. Puis, peu à peu, nous enlevions les deux mains pour permettre à la charge d'exercer toute son action. A cet instant, nous donnions un signal auquel on éclairait les lampes électriques K,K, et on mettait au point le trait de repère du fil.

Ce dispositif permet d'éviter les vacillements latéraux du fil : le point de repère reste donc constamment dans le champ de la lunette du cathétomètre. En outre, à l'aide de cet appareil nous pouvons faire varier les charges à volonté, les augmenter ou les diminuer sans passer par une charge nulle : il suffit, pour cela, d'enlever ou de placer sur le plateau un poids convenable.

Cathétomètre. — Les longueurs des fils étaient déterminées à l'aide d'un cathétomètre L à deux lunettes de la *Société Genevoise* et d'un mètre étalon M, en forme d'H, de la même Société.

De petites lampes électriques K, K, munies de réflecteurs, étaient montées sur l'axe du cathétomètre et servaient à éclairer aussi bien les divisions du mètre étalon que le point de repère du fil.

A l'aide de cet instrument nous lisions, sans difficulté, environ le $\frac{1}{1.000}$ de millimètre.

En effet, le réticule de la lunette se meut devant une plaque munie de crans et il est mis en mouvement par une vis micrométrique portant un disque gradué en centièmes de cran et tournant devant un repère. Chacun de ces centièmes a une longueur de $1^{mm},2$, on le divise donc aisément à l'œil en 10 parties égales.

La longueur du millimètre en fonction de celle des crans varie d'une lunette à l'autre et avec la distance qui sépare la lunette du mètre étalon et du fil. Pour l'une de nos lunettes cette longueur était égale, en moyenne, à $2^{div}.150$. Par conséquent, chaque cran de l'oculaire correspondait à $\frac{1^{m}}{2.150}$, soit $0^{mm},465$.

Une division du disque égalait : $0^{mm},00465$ et la dixième partie valait : $0^{mm},000.465$ ou $\frac{1}{2150}$ de millimètre.

Nous appellerons *d* la distance qui sépare deux crans de la lunette; ces crans sont au nombre de 40.

Fréquemment, lorsque nous n'aurons à considérer que des différences dans la longueur du fil, au lieu d'indiquer les longueurs réelles de ce fil, nous porterons simplement les divisions observées au cathétomètre à partir du premier cran que nous marquerons 0.

Pour toutes ces opérations deux aides étaient nécessaires. Tandis que nous faisions varier les charges du plateau, le premier aide, au commandement donné, mettait au point aussi rapidement que possible la lunette du cathétomètre, puis il faisait la lecture; le second aide, au même commandement, donnait de la lumière et transcrivait ensuite les longueurs observées.

Pour la commodité et la précision des observations, le

cathétomètre fut placé sur un bloc de maçonnerie indépendant, dépassant de 53 centimètres le niveau du sol; tandis que l'appareil à poulies fut installé dans une cavité creusée dans le sol, d'une profondeur de 75 centimètres et soigneusement cimentée.

DEUXIÈME PARTIE

Essais préliminaires.

Allongement spontané des fils sous une charge invariable et à température constante.

SOUS L'INFLUENCE D'UNE CHARGE INVARIABLE, A TEMPÉRATURE CONSTANTE, UN FIL S'ALLONGE INDÉFINIMENT.

Lorsqu'on soumet un fil à l'action d'une charge constante, il se produit, tout d'abord, un rapide allongement dont la valeur dépend évidemment, toutes choses égales d'ailleurs, de l'importance du poids tenseur. Cet allongement se continue pendant un certain temps, mais avec une vitesse sans cesse décroissante, de sorte que, pour des charges *relativement* faibles, la longueur du fil tend vers une limite qu'elle atteint rapidement. Pour des charges plus fortes, ce résultat peut n'être obtenu qu'après un temps très long.

C'est ce que montrent les expériences suivantes :

Expérience du 11 avril 1899.

Fil de *cuivre* de 3 dixièmes de millimètre de diamètre.

Longueur initiale sous la charge de 900 grammes : $607^{mm},648$.

Valeur d'une division du cathétomètre : $\frac{1^{mm}}{2186}$.

Le fil est soumis pendant cinq heures à l'action d'une charge de 800 grammes, puis nous le chargeons avec 900 grammes et nous observons les résultats suivants :

2e Tableau.

TEMPS	LONGUEURS lues au CATHÉTOMÈTRE	DILATATIONS LINÉAIRES	DIFFÉRENCES	ALLONGEMENTS PAR MINUTE
0'	24,489	0,000.000.00	0,000.414.08	0,000.828.16
0'30"	25,031	0,000.414.08	0,000.271.99	0,000.543.98
1'	25,371	0,000.686.07	0,000.148.21	0,000.296.42
1'30"	25,568	0,000.834.28	0,000.121.48	0,000.242.96
2'	25,786	0,000.955.76	0,000.087.09	0,000.174.18
2'30"	25,816	0,001.042.85	0,000.072.55	0,000.145.10
3'	25,904	0,001.115.40	0,000.064.2	0,000.128.4
3'30"	26,037	0,001.179.60	0,000.055.0	0,000.110.0
4'	26,113	0,001.234.60	0,000.049.7	0,000.099.4
4'30"	26,174	0,001.284.30	0,000.038.9	0,000.077.8
5'	26,219	0,001.323.20	0,000.078.0	0,000.078.0
6'	26,323	0,001.401.20	0,000.070.3	0,000.070.3
7'	26,411	0,001.471.50	0,000.068.7	0,000.068.7
8'	26,499	0,001.540.20	0,000.055.8	0,000.055.8
9'	26,579	0,001.596.00	0,000.058.8	0,000.058.8
10'	26,667	0,001.654.80	0,000.044.3	0,000.044.3
11'	26,708	0,001.699.1	0,000.045.1	0,000.045.1
12'	26,759	0,001.744.2	0,000.042.0	0,000.042.0
13'	26,833	0,001.786.2	0,000.032.1	0,000.032.1
14'	26,846	0,001.818.3	0,000.036.7	0,000.036.7
15'	26,887	0,001.855.0	0,000.035.9	0,000.035.9
16'	26,973	0,001.890.9	0,000.048.1	0,000.024.05
18'	27,021	0,001.939.0	0,000.087.9	0,000.029.3
21'	27,142	0,002.026.9	0,000.083.3	0,000.020.8
25'	27,247	0,002.110.2	0,000.107.7	0,000.021.54
30'	27,392	0,002.217.9	0,000.252.1	0,000.012.60
50'	27,722	0,002.470.0	0,000.386.6	0,000.007.7
100'	28,228	0,002.856.6	0,000.270.4	0,000.005.4
150'	28,582	0,003.127.0	0,001.251.4	0,000.001.4
1030'	30,220	0,004.378.4	0,000.389.6	0,000.000.65
1630'	30,730	0,004.768.0	0,000.343.9	0,000.000.4
2485'	31,180	0,005.111.9		

La dilatation linéaire est l'allongement du fil rapportée à l'unité de longueur.

En appelant l_0 la longueur initiale du fil, l la longueur observée, la dilatation linéaire $= \frac{l - l_0}{l_0}$.

A l'aide de ces résultats nous avons pu construire la courbe de la figure 3, Planche I, en portant les temps en abscisses et les longueurs lues au cathétomètre en ordonnées (1).

Expérience du 6 avril 1899.

Un fil de *cuivre* de 3 dixièmes de millimètre de diamètre fixé par la partie supérieure et portant un trait de repère à la partie inférieure, est soumis l'action d'une charge de 600 grammes. Nous soulevons et nous abaissons successivement le plateau portant la charge; conséquemment nous faisons passer la valeur de celle-ci de 0 gramme à 600 grammes, puis de 600 grammes à 0 gramme et nous réalisons ainsi une *variation cyclique de la charge* que nous appelons OSCILLATION.

Notre fil de cuivre, soumis à 25 oscillations de ce genre, a été amené à un premier état fixe. Cet état est obtenu puisque que nous observons :

0′	longueur lue au cathétomètre	.....	$6^d,773$
0′30″	id.	id.	$6^d,770$
1′30″	id.	id.	$6^d,773$

Nous chargeons à 700 grammes et nous observons immédiatement :

0′	longueur lue au cathétomètre	.....	$7^d,849$
0′30″	id.	id.	$7^d,887$
1′	id.	id.	$7^d,931$
1′30″	id.	id.	$8^d,011$
2′30″	id.	id.	$8^d,011$
3′30″	id.	id.	$8^d,007$

(1) Pour obtenir la forme de la courbe qui seule ici nous intéresse, il suffit de porter directement les longueurs lues au cathétomètre au lieu des longueurs véritables; car la position de l'étau qui serre le fil à la partie supérieure et celle du zéro du cathétomètre sont absolument fixes pendant toute la durée d'une expérience.

Ce nouvel état d'équilibre réalisé, nous portons la charge à 800 grammes. Voici les résultats des observations :

0'	longueur lue au cathétomètre		...	10,199
0'30"	id.	id.	....	10,352
1'	id.	id.	....	10,388
2'	id.	id.	....	10,520
2'30"	id.	id.	....	10,533
3'30"	id.	id.	....	10,592
4'30"	id.	id.	....	10,614
5'30"	id,	id.	....	10,703
6'30"	id.	id.	....	10,697
7'30"	id.	id.	....	10,709
8'30"	id.	id.	....	10,742
9'30"	id.	id.	....	10,768
10'30"	id.	id.	....	10,807
11'30"	id.	id.	....	10,796
12'30"	id.	id.	....	10,868
13'30"	id.	id.	....	10,887
14'30"	id.	id.	....	10,849
15'30"	id.	id.	....	10,934
16'30"	id.	id.	....	10,884
17'30"	id.	id.	....	10,892
18'30"	id.	id.	....	10,898

Ces résultats donnent la courbe représentée sur la Planche II, figure 1 *a*.

Pour construire cette courbe, nous portons les temps en abscisses et en ordonnées, les longueurs du fil lues au cathétomètre.

Enfin, nous chargeons à 900 grammes et nous effectuons une série d'observations que nous poursuivons jusqu'à la 1.024[me] minute. Les résultats obtenus permettent de construire la courbe de la figure 1, *b*, Planche II.

A l'aide de cette courbe, nous rectifions quelques erreurs d'observation ; puis, nous calculons la dilatation linéaire et la vitesse d'allongement.

Le tableau suivant donne ces différents résultats.

Longueur initiale du fil : 603^{mm},030.

Valeur d'une division du cathétomètre : $\frac{1^{m}}{2,154}$.

3e Tableau.

TEMPS	LONGUEURS lues au CATHÉTOMÈTRE	DILATATIONS LINÉAIRES	DIFFÉRENCES	ALLONGEMENTS PAR MINUTE
0'	14,543	0	0,000.284.08	0,000.568.2
0'30"	14,912	0,000.284.08	0,000.148.58	0,000.297.2
1'	15,118	0,000.432.66	0,000.100.85	0,000.201.7
1'30"	15,236	0,000.533.51	0,000.072.36	0,000.144.7
2'	15,319	0,000.605.87	0,000.065.44	0,000.130.9
2'30"	15,393	0,000.671.31	0,000.057.74	0,000.115.5
3'	15,481	0,000.729.05	0,000.046 20	0,000.092.4
3'30"	15,529	0,000.775.25	0,000.042.33	0,000.084.7
4'	15,631	0,000.817.58	0,000.038.50	0,000.077.0
4'30"	15,597	0,000.856.08	0,000.034.64	0,000.069.3
5'	15,728	0,000.890.72	0,000.026.96	0,000.053.9
5'30"	15,682	0,000.917.68	0,000.026.92	0,000.053.8
6'	15,763	0,000.944.60	0,000.036.975	0,000.037.0
7'	15,808	0,000.981.575	0,000.034.625	0,000.034.6
8'	15,854	0,001.016 20	0,000.028.5	0,000.028.5
9'	15,877	0,001.044.7	0,000.056.2	0,000.028.1
11'	15,968	0,001.100.9	0,000.047.7	0,000.023.9
13'	16,029	0,001.148.6	0,000.065.45	0,000.021.8
16'	16,124	0,001.214.05	0,000.086.25	0,000.017.3
21'	16,232	0,001.300.3	0,000.144.7	0,000.013.2
32'	16,420	0,001.445	0,000.205.5	0,000.010.3
52'	16,687	0,001.650.5	0,000.149.4	0,000.005.3
80'	16,880	0,001.799.9	0,000.228.7	0,000.004.6
130'	17,178	0,002.028.6	0,001.130.9	0,000.001.3
1024'	18,647	0,003.159.5		

Ces expériences nous montrent que l'allongement du fil, sous une charge invariable, peut se continuer pendant un temps

très long et que la *vitesse* d'allongement, d'abord très grande, diminue ensuite, peu à peu, et d'une façon très régulière.

Ce fait peut s'expliquer, comme l'a fait M. Duhem [1], en admettant que le fil est affecté d'hystérèsis et qu'il est par conséquent, susceptible de déformations permanentes.

Si le fil pouvait être soumis à une charge et à des conditions d'expérience rigoureusement invariables, il atteindrait bientôt un état d'équilibre et cesserait de se dilater; mais, dans les conditions ordinaires des essais, cette invariabilité est irréalisable : les légères variations de la température et de la pression atmosphérique, les secousses et les vibrations de toute sorte, causent de faibles, mais nombreuses déformations permanentes, toutes de même sens, qui produisent l'effet d'un allongement régulier et progressif, d'autant plus rapide, que les conditions dans lesquelles se trouve le fil sont moins bien réglées.

Il était important de soumettre ces idées théoriques à l'épreuve de l'expérience et de savoir si nous pouvions constater directement l'action de ces déformations permanentes, comme M. Marchis a pu le faire avec succès, à propos du déplacement du zéro des thermomètres, pour l'hypothèse de M. Marcel Brillouin [2].

Nos espérances se sont complètement réalisées, comme le

---

(1) P. Duhem, *Procès-verbaux de la Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux*, séance du 18 mai 1899.

(2) Deux hypothèses principales ont été proposées pour expliquer le déplacement du zéro des thermomètres :

1° Hypothèse de M. Marcel Brillouin (1888);

2° Hypothèse de M. Sydney Young (1890).

M. Marcel Brillouin (*Journal de Physique* [2], t. VII, 1888) explique ce déplacement *par les déformations dues à la répétition quotidienne de cycles très peu différents dus aux variations diurnes des éléments météorologiques, principalement de la température.*

Cette idée fut adoptée par MM. Herbert Tomlinson (*Nature*, XLI, p. 198, 1890), et Cantone (*Atti della Reale Accademia dei Lincei, Rendiconti* [5], III, p. 68, 1894).

M. Sydney Young (*Nature*, XLI, p. 152, 271, 488, 1890) admet *que le déplacement du zéro d'un thermomètre est le résultat d'une déformation permanente qui se produirait avec une certaine vitesse à une température rigoureusement*

prouvent les expériences suivantes dans lesquelles nous nous sommes efforcé de superposer aux causes accidentelles de déréglage, un déréglage systématique.

Un déréglage systématique détermine un allongement plus rapide.

Un fil de *cuivre* est soumis lentement et graduellement à l'action de charges croissantes; nous arrêtons le chargement à 900 grammes et nous observons la longueur du fil, d'abord toutes les trente secondes, ensuite toutes les minutes. A partir de la vingtième minute, c'est-à-dire lorsque l'allongement varie très lentement, nous enlevons un poids de 20 grammes pendant trente secondes, puis nous le replaçons, en prenant des précautions pour éviter tout choc et nous lisons immédiatement la longueur du fil; les lectures continuent ainsi à se faire toutes les minutes, comme précédemment.

La figure 2 de la Planche II donne les courbes α, β et γ obtenues dans trois expériences semblables; la courbe δ réunit les points figuratifs d'une expérience du même genre faite en enlevant chaque fois un poids de 50 grammes. Les parties marquées *c* sont obtenues en prolongeant la première portion de la courbe.

A titre documentaire, nous donnons ici les résultats numériques pour l'une des trois premières expériences (courbe γ) et pour la dernière (courbe δ).

Expérience du 18 avril 1899.

Fil de *cuivre* de 3 dixièmes de millimètre de diamètre. Nous chargeons le fil à l'aide d'un plateau pesant, avec ses accessoires, 600 grammes.

---

fixe. Ce phénomène se rapprocherait ainsi des phénomènes d'*éthérification* par exemple.

M. Marchis a montré, par une série d'expériences systématiques (*Les modifications permanentes du verre et le déplacement du zéro des thermomètres*, p. 81), que le déplacement du zéro des thermomètres dépendait essentiellement du réglage de l'étuve, dans laquelle le thermomètre était maintenu.

Nous portons ensuite la charge totale à 700 grammes que nous maintenons quelques minutes; puis, nous passons à 800 grammes que nous laissons agir pendant vingt minutes.

La charge est enfin portée à 900 grammes et, immédiatement, nous observons la longueur du fil. A partir de la vingtième minute, nous enlevons à la demi-minute un poids de 20 grammes, que nous replaçons à la minute, pour permettre la lecture sous la charge de 900 grammes toutes les minutes, comme précédemment.

4e Tableau.

TEMPS	LONGUEURS LUES AU CATHÉTOMÈTRE	TEMPS	LONGUEURS LUES AU CATHÉTOMÈTRE
0'	34,257	19'	36,631
0' 30"	34,726	20'	36,691
1'	34,914	21'	36,708
1' 30"	35,147	22'	36,747
2'	35,272	23'	36,785
2' 30"	35,448	24'	36,784
3'	35,497	25'	36,839
4'	35,684	26'	36,897
5'	35,781	27'	36,917
6'	35,932	28'	36,933
7'	35,991	29'	36,973
8'	36,082	30'	36,974
9'	36,143	31'	36,976
10'	36,171	32'	37,013
11'	36,238	33'	37,028
12'	36,337	34'	37,071
13'	36,362	35'	37,122
14'	36,405	36'	37,132
15'	36,463	37'	37,142
16'	36,483	38'	37,167
17'	36,543	39'	37,188
18'	36,592	40'	37,171

Expérience du 24 avril 1899.

Cette expérience a été faite dans les mêmes conditions que

la précédente, sauf que le poids enlevé était de 50 grammes au lieu de 20 grammes.

5e Tableau.

TEMPS	LONGUEURS LUES AU CATHÉTOMÈTRE	TEMPS	LONGUEURS LUES AU CATHÉTOMÈTRE
0'	15,133	19'	16,913
0' 30"	15,554	20'	16,940
1'	15,733	21'	16,963
1' 30"	15,906	22'	17,007
2'	16,009	23'	17,026
2' 30"	16,091	24'	17,071
3'	16,159	25'	17,118
3' 30"	16,202	26'	17,119
4'	16,257	27'	17,084
5'	16,333	28'	17,163
6'	16,389	29'	17,148
7'	16,442	30'	17,168
8'	16,492	31'	17,153
9'	16,577	32'	17,188
10'	16,629	33'	17,211
11'	16,677	34'	17,237
12'	16,692	35'	17,267
13'	16,754	36'	17,253
14'	16,772	37'	17,255
15'	16,801	38'	17,259
16'	16,819	39'	17,276
17'	16,844	40'	17,288
18'	16,866	»	»

Ces expériences nous montrent qu'à partir du moment où nous produisons le déréglage systématique, le fil s'allonge plus fortement que si ce déréglage n'avait pas été effectué ; ce qui se traduit par un relèvement de la courbe (Voir *Pl.* II, *fig.* 2). Il est tout à fait remarquable que des oscillations entre une charge déterminée et une charge moindre produisent un allongement plus rapide du fil. Ce résultat confirme, dans ses conséquences générales, celui d'un essai du même genre

réalisé par M. Marchis (1) au sujet de la contraction du verre par le recuit. M. Marchis a observé que le zéro d'un thermomètre monte plus vite lorsqu'on produit des oscillations de température que sans oscillation.

De ces essais et des précédents, nous retiendrons particulièrement que la longueur du fil sera différente selon que nous l'observerons plus ou moins vite après l'application des charges.

Nous tiendrons compte de cette remarque dans la suite de nos expériences et dans la plupart des cas nous lirons la longueur du fil, le plus tôt possible après l'application des charges. Mais, quoi que nous fassions, il s'écoulera toujours un temps appréciable entre la charge et la lecture, car il faut prendre le temps de la mise au point du repère, d'où, dans certains cas, une erreur inévitable. Dans presque tous nos essais, il fallait compter, en moyenne, dix secondes entre la charge et la fin de la visée du repère.

---

(1) L. Marchis, *Les Modifications permanentes du verre et le déplacement du zéro des thermomètres*, p. 78 et suivantes.

TROISIÈME PARTIE

Variation cyclique de la charge.

CHAPITRE Ier

Cas où l'on obtient un cycle.

§ 1. — Forme du chemin par lequel on tend vers un cycle.

Prenons un fil fixé par la partie supérieure et portant un trait de repère à la partie inférieure. Suspendons à ce fil un plateau dans lequel nous placerons des poids variables et lisons, avec le cathétomètre, la longueur du fil immédiatement après l'application de chaque charge. (Pendant toute la durée des essais, le fil est maintenu à une température constante.)

Appelons :

ω_0, la section initiale du fil,

P, le poids qu'il porte,

l_0, la longueur initiale, depuis le point de suspension jusqu'au trait de repère,

l, la longueur du fil à un instant quelconque.

Posons :

$\varpi = \frac{P}{\omega_0}$, c'est la charge par millimètre carré de section,

$\lambda = \frac{l - l_0}{l_0}$, c'est la dilatation linéaire.

Sur un papier quadrillé, portons les charges en abscisses.

les longueurs ou les dilatations linéaires en ordonnées ; nous pourrons ainsi suivre le mouvement du point figuratif.

Partons d'une charge initiale P, et appliquons successivement des poids supplémentaires : p, p', p'',... jusqu'à p^n. Enlevons ensuite ces divers poids additionnels et revenons au poids initial P. Nous aurons ainsi produit une *variation cyclique de la charge.*

Dans ces conditions, nous observons, dans la plupart des cas, que nous ne retrouvons pas la longueur initiale l_0 : le fil a subi une déformation permanente, sa longueur est devenue $l_0 + \varepsilon$.

Tandis que la charge varie, comme nous l'avons dit, le point figuratif parcourt un double chemin compliqué dont nous allons essayer de déterminer la forme.

a) Forme de la première courbe ascendante.

LE POINT FIGURATIF DÉCRIT UNE COURBE MONTANT RAPIDEMENT DE GAUCHE A DROITE ; AVEC DES CHARGES TRÈS FAIBLES ET AGISSANT PEU DE TEMPS, LES TRACÉS OBTENUS SONT PRESQUE DES LIGNES DROITES.

Si le nombre des charges supplémentaires pouvait être infini, et si la durée d'action de chacune d'elles devenait nulle, la première courbe ascendante AB aurait vraisemblablement la forme très régulière indiquée dans la figure 1 de la Planche III.

Ce serait une courbe tournant sa convexité vers l'axe des x et montant de gauche à droite, d'autant plus que la valeur de la charge serait plus considérable.

Mais, dans la pratique, ces deux conditions sont irréalisables ; le nombre des charges supplémentaires est forcément limité et leur durée d'action a une valeur appréciable : car il faut prendre le temps nécessaire pour viser le point de repère et effectuer la lecture sur le vernier du cathétomètre. Dans ces conditions, pendant toute la durée de l'observation, le fil conti-

nue à s'allonger sous l'influence de la charge constante, ce qui détermine un relèvement vertical du point figuratif; de telle sorte que la courbe, au lieu d'être régulière, prend la forme d'un *tracé à échelons*. (*Pl.* III, *fig.* 2.)

Le phénomène acquiert une netteté plus grande si, au lieu de faire agir les charges pendant un instant très court, on prolonge notablement leur action, comme nous l'avons fait dans l'exemple suivant :

Expérience du 26 avril 1899.

Fil de *cuivre* de 3 dixièmes de millimètre de diamètre.

Charge initiale : 600 grammes.

Nous produisons 200 oscillations de 0 gramme à 600 grammes et nous observons au cathétomètre le niveau du point de repère = 21^{d}, 760.

Nous chargeons ensuite de poids supplémentaires et, pour chacun d'eux, nous effectuons trois lectures: l'une, *immédiatement* après l'application de la charge; la deuxième, au bout de *cinq minutes*, et la troisième, après *neuf minutes et demie*.

Les observations sont les suivantes :

6e Tableau.

CHARGES	LONGUEURS LUES		
	IMMÉDIATEMENT	APRÈS 5'	APRÈS 9'1/2
grammes. 700	23,059	23,649	23,696
750	25,006	25,708	25,773
800	27,809	28,651	28,859
850	31,553	32,652	32,983
870	33,488	34,579	34,954
890	35,493	36,697	37,023
900	37,147	37,913	38,181

La courbe de la Planche III, figure 3, a été obtenue à l'aide des résultats précédents.

La forme du tracé est caractéristique et le relèvement vertical, sous l'action des charges constantes, est manifeste.

On peut observer que ce relèvement, peu notable d'ailleurs pour les faibles charges, devient très important pour les charges relativement fortes.

Recherchons maintenant l'influence de la valeur des charges lorsque celles-ci agissent pendant un temps aussi court que possible.

Dans ce cas, lorsque toutes les charges avec lesquelles nous opérons sont faibles, nous obtenons un tracé à échelons sensiblement nuls : nous avons presque la courbe théorique.

Exemple :

Expérience du 20 juillet 1898.

Fil de *platine* de 3 dixièmes de millimètre se rompant vers 3.800 grammes.

7e Tableau.

CHARGES	LONGUEURS LUES AU CATHÉTOMÈTRE immédiatement après l'application des charges
grammes	
600	14,7895
700	14,949
800	15,055
900	15,218

Ces résultats fournissent la courbe de la figure 4, Planche III.

Si les charges deviennent plus fortes, le tracé se relève et la courbure commence à se manifester.

Exemple :

Expérience du 26 octobre 1898.

Fil d'*argent* se rompant vers 1.500 grammes.

8e Tableau.

CHARGES	LONGUEURS LUES AU CATHÉTOMÈTRE immédiatement après l'application des charges
grammes	
200	11,863
300	12,384
400	13,106
500	14,001
600	15,393

Voir la courbe de la figure 5, Planche III.

Enfin, avec les charges très fortes, la courbure est plus accentuée et le relèvement se produit rapidement.

Exemple :

Expérience du 12 septembre 1898.

Fil de *platine recuit n° 1.*

9e Tableau.

CHARGES	LONGUEURS LUES AU CATHÉTOMÈTRE immédiatement après l'application des charges.
grammes.	
600	14,487
700	15,081
800	18,091
900	24,464

Voir la courbe de la Planche IV, figure 1.

Non seulement la forme de cette première courbe dépend de la valeur relative des charges, mais elle varie également avec la durée d'action de ces charges.

Les expériences suivantes nous démontrent nettement ce fait :

Nous avons pris trois fils de *cuivre* dans des états initiaux aussi semblables que possible. Pour cela, chacun des fils étant prêt pour l'expérience, nous le soumettons à l'action de la charge inférieure qu'il aura à subir pendant l'essai ; puis, en prenant toutes les précautions nécessaires pour éviter les secousses, nous soulevons et nous abaissons successivement le plateau, faisant ainsi passer la charge de la valeur zéro à la valeur de la charge inférieure. En répétant un grand nombre de fois cette opération, nous amenons le fil à un premier état *limite* sensiblement le même pour tous les fils soumis au même traitement. Il va sans dire que tous les échantillons sont prélevés sur le même fil métallique.

Nous avons fait subir à nos trois fils, suivant ce procédé, 200 oscillations de 0 gramme à 600 grammes, puis nous les avons soumis à l'action de charges croissant de 600 grammes à 900 grammes. Mais tandis que, pour le premier fil, le passage de la charge inférieure à la charge supérieure a été effectué en *10 minutes*, nous avons mis *15 minutes* pour produire la même transformation sur le deuxième fil, et *30 minutes* pour le troisième.

Pour chacun des fils, la durée d'action des charges a varié en sens inverse de leur valeur. C'est ainsi, par exemple, que pour le premier fil, tandis que la charge de 600 grammes agissait pendant 200 secondes, nous n'avons laissé agir la charge de 700 grammes que 100 secondes, celle de 750 grammes également 100 secondes, celle de 800 grammes 100 secondes, celle de 850 grammes 40 secondes, etc., de façon à mettre le même temps pour passer de 600 grammes à 700 grammes, de 700 grammes à 800 grammes, et de 800 grammes à 900 grammes.

Les résultats de ces trois expériences sont donnés ci-après, et ils ont fourni les tracés de la figure 2, Planche IV. Les longueurs des fils ont été rapportées à la longueur initiale du premier fil.

1° *Expérience du 7 avril 1899.*

Fil de *cuivre* de 3 dixièmes de millimètre de diamètre.

200 oscillations de 0 gramme à 600 grammes.
Durée totale du chargement : *10 minutes.*
Résultats :

10e Tableau.

TEMPS	CHARGES	LONGUEURS DU FIL	DIFFÉRENCES
	grammes.		
0'	600	601,4389	
			0,4528
3'20"	700	601,8917	
			0,6155
5'	750	602,5072	
			0,9842
6'40"	800	603,4914	
			1,5353
8'20"	850	605,0267	
			0,5385
9'	870	605,5652	
			0,7837
9'40"	890	606,3489	
			0,3101
10'	900	606,6590	
		Différence totale.....	5,2201

2° Expérience du 5 avril 1899.

Fil de *cuivre* de 3 dixièmes de millimètre de diamètre.
200 oscillations de 0 gramme à 600 grammes.
Durée totale du chargement : *15 minutes.*
Résultats :

11e Tableau.

TEMPS	CHARGES	LONGUEURS DU FIL	DIFFÉRENCES
	grammes		
0'	600	601,4389	
			0,5486
5'	700	601,9875	
			0,7267
7' 30"	750	602,7142	
			1,0000
10'	800	603,7142	
			1,4858
12' 30"	850	605,2000	
			0,6285
13' 30"	870	605,8285	
			0,8429
14' 30"	890	606,6714	
			0,4143
15'	900	607,0857	
		Différence totale.....	5,6468

3° *Expérience du 6 avril 1899.*

Fil de *cuivre* de 3 dixièmes de millimètre de diamètre.
200 oscillations de 0 gramme à 600 grammes.
Durée totale du chargement : *30 minutes.*
Résultats :

12e Tableau.

TEMPS	CHARGES	LONGUEURS DU FIL	DIFFÉRENCES
	grammes		
0'	600	601,4389	
			0,6181
10'	700	602,0570	
			0,8305
15'	750	602,8875	
			1,1553
20'	800	604,0428	
			1,7857
25'	850	605,8285	
			0,7572
27'	870	606,5857	
			0,8143
29'	890	607,4000	
			0,4285
30'	900	607,8285	
	Différence totale......		6,3896

Par conséquent, le point figuratif se relève d'autant plus que la durée d'application des charges est plus longue, conformément à ce que nous avons vu au chapitre préliminaire.

b) Forme de la première courbe descendante.

PENDANT LA PÉRIODE DESCENDANTE LA FORME DE LA COURBE EST D'AUTANT PLUS COMPLIQUÉE QUE LES CHARGES SONT PLUS FORTES ET LEUR DURÉE D'ACTION PLUS PROLONGÉE.

Après que le fil a subi l'action de la charge supérieure, nous enlevons successivement les charges supplémentaires, de façon à revenir à la charge inférieure initiale.

Dans presque tous les cas, le chemin parcouru par le point

figuratif est différent de celui de la période ascendante et on ne revient pas au point de départ.

Si les charges sont toutes relativement faibles, le point figuratif parcourt un chemin régulier dont la courbe de la figure 3, Planche IV, nous donne une idée exacte.

Expérience du 26 octobre 1898.

Fil d'*argent* de 3 dixièmes de millimètre de diamètre.

13e Tableau.

CHARGES	OBSERVATIONS
600	15,393
500	15,282
400	15,087
300	14,866
200	14,551

Mais si la valeur relative des charges augmente, ou si leur durée d'action devient notable, la forme de la courbe descendante se complique.

D'abord, on observe fréquemment que le point figuratif continue à monter après l'enlèvement de la charge supérieure, de telle sorte que le raccordement des points M et N (*Pl.* IV, *fig.* 3) s'effectue par un tracé compliqué.

En outre, on peut constater, comme dans le cas de la première courbe ascendante, que si la durée d'application des charges est longue, il se produit des relèvements verticaux du point figuratif pour chacune des charges invariables.

Afin d'éclaircir le premier point et de déterminer autant que possible la forme du chemin parcouru par le point figuratif au voisinage du *maximum*, après la suppression de la charge

supérieure, nous avons effectué une série d'expériences que nous allons détailler.

Pous cela, nous avons multiplié les observations au voisinage de la charge supérieure, et nous avons fait varier la durée d'action des charges.

Tous les essais ont été effectués sur des fils rendus aussi semblables que possible, par une série de 200 oscillations réalisées comme nous l'avons dit précédemment.

Cette anomalie, que nous signalons plus haut, c'est-à-dire le relèvement du point figuratif sous l'influence d'une charge de moindre valeur que la charge supérieure, cette anomalie, disons-nous, est prouvée par un grand nombre d'observations.

En voici quelques-unes :

14e Tableau.

DATE DE L'EXPÉRIENCE :	12 Septembre 1898.	20 Septembre 1898.	24 Mars 1899.
NATURE DU FIL :	Platine recuit n° 1.	Platine recuit n° 2.	Cuivre de 3/10 de millimètre
CHARGE SUPÉRIEURE :	900 grammes.	900 grammes	900 grammes.
OBSERVATION pour la charge supérieure :	24,464	24,626	22,758
CHARGE suivant immédiatement la charge supérieure :	750 grammes.	750 grammes.	800 grammes.
OBSERVATION pour cette dernière charge :	24,543	24,733	23,124

L'influence de la durée d'action des charges se manifeste nettement dans les expériences exécutées sur les trois fils des

essais des 5, 6 et 7 avril 1899. (Voir page 295 et suivantes.)

Voici, d'ailleurs, les résultats pour les premières courbes descendantes :

15e Tableau.

Longueurs lues au cathétomètre immédiatement après l'application des charges.

CHARGES	DURÉE TOTALE DU CHARGEMENT		
	10 MINUTES	15 MINUTES	30 MINUTES
grammes			
900	22,312	21,034	25,193
890	22,834	21,336	25,680
870	22,923	21,337	25,714
850	22,847	21,332	25,739
800	22,761	21,286	25,688
750	22,703	21,183	25,557
700	22,644	21,127	25,498
600	22,517	20,967	25,380

Ces résultats, qui fournissent les courbes de la figure 4, Planche IV, montrent que la régularité de ces dernières augmente avec la durée d'application des charges; ce fait peut s'expliquer en admettant que, dans ce cas, la plus grande partie de l'allongement spontané s'est manifestée.

Cet allongement spontané, sous l'influence d'une charge invariable, est mis hors de doute par l'allure du tracé obtenu dans l'expérience suivante :

Expérience du 26 avril 1899.

Fil de *cuivre* de 3 dixièmes de millimètre de diamètre.

200 oscillations de 0 gramme à 600 grammes.

16e Tableau.

Résultats pour la première courbe descendante :

CHARGES	LONGUEURS LUES AU CATHÉTOMÈTRE		
	IMMÉDIATEMENT	APRÈS 5 MINUTES	APRÈS 9 MINUTES 1/2
grammes.			
900	37,147	37,913	38,181
890	38,193	38,294	38,304
870	38,262	38,267	38,268
850	38,233	38,267	38,263
800	38,209	38,187	38,206
750	38,133	38,117	38,132
700	38,058	38,041	38,052
600	37,887		

Le tracé correspondant est donné par la figure 1 de la Planche V.

Le relèvement n'est véritablement marqué que pour les charges de 900 grammes et de 890 grammes ; dès la charge de 870 grammes, et pour les suivantes, les petites différences observées peuvent être attribuées, soit à des erreurs d'observation, soit, peut-être, à un phénomène plus compliqué qui serait provoqué par des oscillations longitudinales du fil. Quoi qu'il en soit, les différences étant minimes, nous pouvons prendre pour résultat la moyenne des observations et, conséquemment, faire passer la courbe par le point ainsi obtenu.

Quant à la position du point figuratif pour la nouvelle charge inférieure, elle varie naturellement avec la valeur des charges employées et leur durée d'application. Nous reviendrons un peu plus loin sur cette question.

Si, étant revenu à l'ordonnée initiale, nous replaçons de nouveau et dans le même ordre les différentes charges supplémentaires, le point figuratif parcourra une courbe ascendante analogue à la première, mais dont les courbures seront moins accentuées.

Il en sera de même pour la deuxième courbe descendante, qu'on produira en enlevant successivement les différentes charges supplémentaires, et ainsi de suite.

On réalisera donc une double série de lignes ascendantes et de lignes descendantes, toutes analogues aux premières, mais dont les courbures compliquées s'atténueront peu à peu, de telle sorte que ces courbes prendront une forme régulière et tendront vers des lignes droites, comme nous le verrons dans ce qui suit.

c) Croisement des courbes ascendantes et des courbes descendantes.

LES ASCENDANTES ET LES DESCENDANTES SE COUPENT EN PRODUISANT UNE OU PLUSIEURS BOUCLES.

Voyons maintenant les relations qui peuvent exister entre les courbes descendantes et les courbes ascendantes.

La deuxième ascendante peut, en montant, couper la première descendante en un ou plusieurs points, formant ainsi des boucles plus ou moins nombreuses. La multiplicité des boucles dépend de la durée d'action des charges et de la valeur relative de ces charges.

Lorsque les charges supérieures sont fortes et qu'on les laisse agir assez longtemps pour que l'allongement spontané rapide ait pu se produire, on obtient des courbes se rapprochant davantage de lignes droites et telles que la deuxième ascendante ne coupe plus la première descendante qu'en un seul point.

Le même phénomène peut se produire entre la deuxième descendante et la troisième ascendante, et ainsi de suite.

Ce phénomène est mis nettement en lumière par les expériences suivantes, qui ont été faites dans des conditions variées et sur des fils de nature différente : cuivre, platine, argent.

Dans tout ce qui suivra, nous marquerons d'un *astérisque* les valeurs observées pendant les périodes de décharge.

Expérience du 24 mars 1899.

Fil de *cuivre* de 3 dixièmes de millimètre de diamètre.

Charge initiale : 600 grammes.

Charges oscillatoires : 600 grammes, 700 grammes, 800 grammes, 900 grammes, 800 grammes, 700 grammes et 600 grammes.

17e Tableau.

Résultats en divisions du cathétomètre.

CHARGES	ORDRE DES OSCILLATIONS				
	1	2	3	4	5
grammes 600	2,6225	22,781	23,237	23,544	23,684
700	5,661	22,973	23,412	23,667	23,799
800	12,903	23,143	23,568	23,809	23,997
900	22,758	23,568	23,839	24,084	24,249
800	23,124*	23,576*	23,864*	23,994*	24,227*
700	22,941*	23,403*	23,658*	23,833*	24,072*

La courbe de la figure 2, Planche V, montre que l'on obtient d'abord des doubles boucles, puis qu'à partir de la cinquième ascendante les boucles deviennent simples.

Expérience du 26 octobre 1898.

Fil d'*argent* de 3 dixièmes de millimètre de diamètre.

Charge initiale : 200 grammes.

Charges supplémentaires : 0 gramme, 100 grammes, 200 grammes, 300 grammes, 400 grammes, 300 grammes, 200 grammes et 100 grammes.

Résultats :

18e Tableau

CHARGES	ORDRE DES OSCILLATIONS			
	1	2	3	4
grammes.				
200	11,863	14,551	14,783	14,885
300	12,384	14,761	15,000	15,092
400	13,106	15,019	15,221	15,338
500	14,001	15,333	15,497	15,600
600	15,393	15,654	15,760	15,846
500	15,282*	15,500*	15,600*	15,660*
400	15,087*	15,253*	15,360*	15,431*
300	14,866*	15,023*	15,100*	15,159*

Voir Planche V, figure 3.

Expérience du 13 septembre 1898.

Platine recuit n° 1 de 3 dixièmes de millimètre de diamètre.

Charge initiale : 600 grammes.

Charges supplémentaires : 0 gramme, 100 grammes, 200 grammes, 300 grammes et 150 grammes.

Voir Planche V, figure 4.

19e Tableau.

Valeurs des quatre premières oscillations :

CHARGES TOTALES	DIVISIONS du CATHÉTOMÈTRE	CHARGES TOTALES	DIVISIONS du CATHÉTOMÈTRE
grammes.		grammes.	
600	14,487	600	24,547
700	15,081	700	24,679
800	18,091	800	24,835
900	24,464	900	25,052
750	24,543*	750	24,923*
600	24,355	600	24,733
700	24,472	700	24,858
800	24,620	800	24,963
900	24,861	900	25,155
750	24,766*	750	25,018*

Expérience du 20 septembre 1898.

Fil de ***platine recuit n° 2*** de 3 dixièmes de millimètre de diamètre.

Charge initiale : 600 grammes.

Charges supplémentaires : 0 gramme, 100 grammes, 200 grammes, 300 grammes et 150 grammes.

Les valeurs suivantes ont servi à construire la courbe de la figure 5, Planche V.

20e Tableau

CHARGES TOTALES	ORDRE DES OSCILLATIONS				
	1	2	3	4	5
grammes.					
600	14,0845	24,511	24,822	24,986	25,129
700	15,218	24,637	24,955	25,116	25,233
800	18,115	24,739	25,057	25,211	25,376
900	24,626	25,046	25,273	25,431	25,525
750	24,733*	25,043*	25,183*	25,299*	25,418*

Ici, nous voyons nettement la transformation des descendantes; en effet, il suffit pour cela de suivre l'orientation de la droite (900 gr.-750 gr.) : d'abord inclinée vers la droite pour la première descendante, cette ligne devient horizontale dans la deuxième descendante; puis, à partir de la troisième, elle va s'inclinant de plus en plus vers la gauche.

Les coefficients angulaires de cette ligne sont successivement égaux à

$$-\ 0{,}3566$$
$$+\ 0{,}01$$
$$+\ 0{,}30$$
$$+\ 0{,}44, \text{ etc.}$$

De même, dans les exemples précédents nous observons que l'épaisseur des boucles (le diamètre vertical) va en décroissant

au fur et à mesure qu'on poursuit les oscillations, tandis que leur longueur va en croissant.

Forme des courbes et des boucles.

Pour connaître d'une manière plus certaine la forme des courbes et des boucles, nous avons réalisé les expériences suivantes :

Quatre fils aussi semblables que possible ont été soumis à des variations cycliques de la charge identiques, mais la durée d'action des charges a été successivement pour chacune des expériences de 30 secondes, 1 minute, 2 minutes et 10 minutes.

Nous donnons ci-après les observations et les courbes pour les lectures faites immédiatement après l'application des charges.

Expériences du 13 avril au 26 avril 1899.

Fils de *cuivre* de 3 dixièmes de millimètre de diamètre.

Pour chacun d'eux nous effectuons 200 oscillations de 0 gramme à 600 grammes.

21e Tableau.

CHARGES	DURÉE DE L'ACTION DE CHAQUE CHARGE			
	30″	1′	2′	10′
grammes.				
600	10,981	9,659	10,940	21,760
700	12,413	10,529	12,498	23,059
750	13,143	11,499	14,323	25,006
800	16,642	12,974	16,812	27,809
850	20,364	15,444	20,517	31,553
870	21,948	16,633	22,217	33,488
890	23,671	17,952	24,276	35,493
900	24,769	18,671	25,450	37,147
890	25,268 *	19,157 *	26,164 *	38,193 *
870	25,292 *	19,154 *	26,216 *	38,262 *
850	25,328 *	19,163 *	26,218 *	38,233 *
800	25,154 *	19,071 *	26,104 *	38,209 *
750	25,114 *	18,992 *	26,077 *	38,133 *
700	25,025 *	18,957 *	26,025 *	38,058 *
600	24,858	18,817	25,857	37,887
700	25,056	18,943	25,999	—
750	25,117	19,018	26,088	—
800	25,169	19,097	26,171	38,207
850	25,273	19,207	26,259	—
870	25,331	19,239	26,337	38,354
890	25,517	19,397	26,444	38,462
900	25,667	19,554	26,681	38,624
890	25,783 *	19,743 *	26,881 *	38,947 *
870	25,823 *	19,694 *	26,914 *	38,954 *
850	25,768 *	19,642 *	26,909 *	38,932 *
800	25,749 *	19,614 *	26,808 *	
750	25,582 *	19,557 *	26,746 *	
700	25,542 *	19,449 *	26,677 *	
600	25,391	19,376	26,513	
700	25,555	19,462	26,593	
750	25,619	19,519	26,751	
800	25,683	19,637	26,852	
850	25,774	19,689	26,924	
870	25,833	19,736	26,977	
890	25,934	19,883	27,074	
909	26,083	19,977	27,189	
890	26,132 *	20,047 *	27,289 *	
870	26,112 *	20,009 *	27,279 *	
850	26,086 *	20,013 *	27,248 *	
800	26,003 *	19,894 *	27,172 *	
750	25,913 *	19,847 *	27,104 *	
700	25,863 *	19,798 *	27,027 *	
600	25,692	19,703	26,919	
700	25,829	19,811	27,032	
750	25,994	19,868	27,093	
800	26,101	19,963	27,159	
850	26,137	20,053	27,274	
870	26,157	20,079	27,349	
890	26,209	20,181	27,394	
900	26,296	20,239	27,460	

Par l'examen de la Planche VI nous constatons que les courbes se simplifient lorsque la durée d'action des charges va en augmentant; de même, cette simplicité des courbes se manifeste quand on poursuit les oscillations sur un même fil, comme le montrent les résultats de l'expérience précédente

et ceux de toutes les expériences analogues. (Voir notamment l'essai du 24 mars 1899, *Pl.* V, *fig.* 2.)

Observons, en outre, que même dans l'expérience où les charges ont agi pendant 10 minutes, le fil continue à s'allonger sous l'influence des charges décroissantes, immédiatement après la charge supérieure.

Conséquemment, dans toutes nos expériences, nous arrondirons la courbe au voisinage de la charge supérieure.

En résumé, les boucles simples et les doubles boucles s'observent principalement avec les métaux mous soumis à l'action de charges *relativement* faibles.

Avec les métaux écrouis, les boucles s'observent plus difficilement. Ces métaux donnent des spires très rapprochées qui empiètent rapidement les unes sur les autres et qui se confondent bientôt; souvent même, les boucles ne se produisent pas et les courbes, même la première ascendante, peuvent se réduire à des lignes droites, comme le prouve l'expérience suivante :

Expérience du 21 juillet 1898.

Fil de *platine écroui.*

200 oscillations de 0 gramme à 600 grammes.

Charges oscillatoires : 600 grammes, 1.200 grammes, 1.800 grammes, 2.400 grammes et 1.500 grammes.

Résultats :

22e Tableau.

CHARGES	OBSERVATIONS
grammes.	
600	16,752
1200	17,488
1800	18,203
2400	19,028
1500	18,155*
600	17,222
1200	17,868
1800	18,462
2400	19,037

Voir Planche VII, figure 1.

d) *Écartement des spires.*

LES SPIRES SONT D'AUTANT PLUS RAPPROCHÉES QUE LES MÉTAUX SONT PLUS ÉCROUIS, LES CHARGES PLUS FAIBLES ET LEUR DURÉE D'ACTION MOINS CONSIDÉRABLE, LES OSCILLATIONS PLUS NOMBREUSES.

Nous avons vu que les spires, très rapprochées pour les métaux écrouis, s'écartaient notablement avec les métaux mous, et se resserraient au fur et à mesure qu'on poursuivait les oscillations.

Cet écartement dépend également de la valeur *relative* des charges : presque nul quand celles-ci sont faibles, il peut acquérir une valeur considérable avec de fortes charges. Enfin, il dépend aussi de l'état initial du fil.

Nous aurons une idée de la valeur de l'écartement des spires en comparant entre eux les divers allongements permanents : AC, CE, EG, etc. (*Pl.* VII, *fig.* 2).

Dans tous les cas, le premier allongement permanent AC est de beaucoup le plus fort.

Voici quelques valeurs du rapport $\frac{AC}{CE}$:

23e Tableau.

DATES des EXPÉRIENCES	NATURE DES FILS ET DES OSCILLATIONS	RAPPORT $\frac{AC}{CE}$
12 sept. 1898.	Platine recuit, nº 1. — Oscillations entre 600 gr. et 900 gr.	51,4
20 id.	Platine recuit, nº 2. — Oscillations entre 600 gr. et 900 gr.	33,5
26 oct. 1898.	Argent de 3/10mm. — Oscillations entre 200 gr. et 600 gr.	11,58
13 avril 1899.	Cuivre 3/10. — Toutes les charges de 600 gr. à 900 gr. : 30 secondes.	26
14 id.	Cuivre 3/10. — Toutes les charges de 600 gr. à 900 gr. : 2 minutes.	22.7
26 id.	Cuivre 3/10. — Toutes les charges de 600 gr. à 900 gr. : 10 minutes.	21,7
7 id.	Cuivre 3/10. — (600 gr. à 900 gr.) Durée totale d'une oscillation : 20'.	19,5
5 id.	Cuivre 3/10. — (600 gr. à 900 gr.) Durée totale d'une oscillation : 30'.	19,59
6 id.	Cuivre 3/10. — (600 gr. à 900 gr.) Durée totale d'une oscillation : 60'.	19,30

§ 2. — **Forme du cycle. — Position du cycle. — Influence de la charge.**

A LA SUITE D'UN NOMBRE CONSIDÉRABLE DE VARIATIONS CYCLIQUES DE LA CHARGE, LE POINT FIGURATIF PARCOURT UN CYCLE FERMÉ GÉNÉRALEMENT **sinistrorsum.**

Lorsque nous continuons pendant quelque temps la manœuvre précédemment décrite, nous observons que les spires vont en se rapprochant peu à peu et que, après un nombre souvent considérable d'oscillations de la charge, nous arrivons à une sorte de parcours fixe. Les longueurs ne se modifient plus sensiblement quand nous renouvelons l'oscillation : nous avons atteint *un cycle fermé.*

Ce cycle peut être parcouru par le point figuratif dans deux sens différents. Nous l'appellerons *dextrorsum* quand ce sens sera celui du mouvement des aiguilles d'une montre et ***sinistrorsum*** dans le cas contraire.

L'existence de cet état limite et la forme du cycle nous sont nettement indiquées par les expériences suivantes :

Expérience du 13 septembre 1898.

Platine recuit n° 1 de 3 dixièmes de millimètre de diamètre.

Charge initiale : 600 grammes.

Charges oscillatoires : 600 grammes, 700 grammes, 800 grammes, 900 grammes et 750 grammes.

24e Tableau.

Longueurs observées au cathétomètre immédiatement après l'application de chaque charge :

24e Tableau.

CHARGES TOTALES	RANG DES OSCILLATIONS				
	1	5	250	510	520
grammes					
600	14,487	24,835	25,669	26,378	26,380
700	15,081	24,945	25,739	26,486	26,484
800	18,091	25,072	25,893	26,592	26,612
900	24,464	25,237	25,970	26,711	26,719
750	24,513*	25,132*	25,852*	26,545*	26,535*

L'état limite est certainement réalisé.

Expérience du 20 septembre 1898.

Platine recuit n° 2.
Diamètre : 0mm,3.
Charge initiale : 600 grammes.
Charges oscillatoires : 600 grammes, 700 grammes, 800 grammes, 900 grammes et 750 grammes.

25e Tableau.

Longueurs observées au cathétomètre :

CHARGES TOTALES	RANG DES OSCILLATIONS				
	1	4	500	976	1000
grammes					
600	14,0845	24,986	26,591	27,137	27,134
700	15,218	25,116	26,697	27,287	27,279
800	18,115	25,211	26,822	27,417	27,429
900	24,626	25,431	26,943	27,519	27,517
750	24,733*	25,290*	26,763*	27,341*	27,336*

L'état limite est évidemment atteint.

L'expérience suivante nous donne la forme du cycle. Elle a



été effectuée sur un fil d'*argent* de 3 dixièmes de millimètre de diamètre, *le 27 août 1897*.

L'état limite est obtenu après 74 oscillations.

Les longueurs moyennes des cinq dernières oscillations sont indiquées dans le tableau ci-dessous; elles ont servi à obtenir le graphique de la figure 3, Planche VII, qui représente un cycle *sinistrorsum*.

26e Tableau.

CHARGES TOTALES	MOYENNES en divisions DU CATHÉTOMÈTRE
grammes.	
400	17,925
500	18,125
600	18,325
700	18,550
600	18,375*
500	18,175*

Avec les métaux écrouis, les cycles sont beaucoup plus aplatis; presque toujours, ils se réduisent à une double ligne droite.

Expérience du 21 juillet 1898.

Fil de *platine* de 3 dixièmes de millimètre de diamètre.

200 oscillations de 0 gramme à 600 grammes.

Charges oscillatoires : 600 grammes, 1.200 grammes, 1.800 grammes, 2.400 grammes et 1.500 grammes.

Il faut 72 oscillations doubles pour réaliser l'état limite.

27e Tableau.

Résultats pour les 71e et 72e oscillations :

CHARGES	71me OSCILLATION	72me OSCILLATION	MOYENNES EN λ
grammes			
600	17,408	17,410	0,00051
1200	18,013	18,002	0,00097
1800	18,595	18,605	0,00143
2400	19,191	19,187	0,00189
1500	18,300*	18,290*	0,00120*

Ces résultats sont portés sur la Planche VII, figure 4.
Le cycle est constitué par une double ligne droite.

La position du cycle dépend évidemment de la nature du fil; elle varie également avec la valeur des charges.

Exemples :

Acier trempé.

Fil de 3 dixièmes de millimètre de diamètre.

1° *Expérience du 16 septembre 1897.*

Charge initiale: 1 kilogramme.
Longueur initiale: 526^{mm},023.
Charges oscillatoires: 1 kilogramme, 2 kilogrammes, 4 kilogrammes, 5 kilogrammes et 3 kilogrammes.
Le cycle est obtenu après 30 oscillations doubles.

28e Tableau.

Valeurs des λ :

CHARGES	λ
grammes.	
1000	0,00183
2000	0,00253
4000	0,00378
5000	0,00440
3000	0,00316*

2° *Expérience du 8 octobre 1897.*

Charge initiale : 1 kilogramme.
Longueur initiale : 596^{mm},497.
Charges oscillatoires: 1.000 grammes, 1.600 grammes, 2.400 grammes, 3.000 grammes et 2.000 grammes.
Il faut 107 oscillations pour réaliser le cycle fermé.

Résultats :

29e Tableau.

CHARGES	λ
grammes.	
1000	0,00024
1600	0,00096
2400	0,00194
3000	0,00268
2000	0,00143*

La figure 5 de la Planche VII montre que les cycles sont à la fois très différents en position et en direction.

Coefficient angulaire moyen de A = 1,292.
id. id de B = 2,438.

Les mêmes faits s'observent dans les expériences suivantes faites avec du *platine* de 3 dixièmes de millimètre de diamètre.

1° *Expérience du 22 septembre 1897.*

Charge initiale: 500 grammes.
Longueur initiale : $595^{mm},409$.
Charges oscillatoires: 500 grammes, 1.000 grammes, 2.000 grammes, 2.500 grammes et 1.500 grammes.

30e Tableau.

Valeurs des λ :

CHARGES	λ
grammes.	
500	0,00044
1000	0,00083
2000	0,00157
2500	0,00194
1500	0,00117*

2° Expérience du 29 septembre 1897.

Charge initiale : 500 grammes.

Longueur initiale : 598mm,618.

Charges oscillatoires : 500 grammes, 750 grammes, 1.250 grammes, 1.500 grammes et 1.000 grammes.

31e Tableau.

Valeurs des λ :

CHARGES	λ
grammes.	
500	0,00019
750	0,00038
1250	0,00080
1500	0,00100
1000	0,00058*

Les deux cycles (*Pl.* VIII, *fig.* 1) diffèrent entre eux de la même manière que précédemment, mais les différences sont moins marquées.

Coefficient angulaire moyen de A = 0,75.
id. id. de B = 0,80.

Dans les essais précédents, les oscillations ont été réalisées, dans chacun des groupes, à partir d'une même charge inférieure.

Dans ceux qui vont suivre, nous avons fait varier également la charge inférieure et, afin que les expériences soient absolument comparables entre elles, nous avons opéré sur des fils amenés préalablement au même état initial, par le procédé des oscillations que nous avons décrit antérieurement. (Voir page 295.)

1° Expérience du 20 juillet 1898.

Platine écroui de 3 dixièmes de millimètre de diamètre.

200 oscillations de 0 gramme à 600 grammes.

Longueur du fil sous la charge initiale de 600 grammes: 598^{mm},377.

Charges oscillatoires: 600 grammes, 700 grammes, 800 grammes, 900 grammes et 750 grammes.

Le cycle est réalisé au bout de 52 oscillations.

Résultats :

32e Tableau.

CHARGES TOTALES	MOYENNES des 3 dernières oscillations en divisions du cathétomètre.	λ
grammes.		
600	14,8613	0,00006
700	15,016	0,00018
800	15,162	0,00029
900	15,239	0,00035
750	15,069*	0,00022*

2° *Expérience du 21 juillet 1898.*

Platine écroui.

Diamètre: 0^{mm},3.

200 oscillations de 0 gramme à 600 grammes.

Longueur initiale sous la charge de 600 grammes: 599^{mm},290.

Charges oscillatoires: 600 grammes, 1.200 grammes, 1.800 grammes, 2.400 grammes et 1.500 grammes.

Il faut produire 72 oscillations pour obtenir le cycle.

Résultats:

33e Tableau.

CHARGES TOTALES	MOYENNES des 2 dernières oscillations en divisions du cathétomètre	λ
grammes.		
600	17,409	0,00051
1200	18,0075	0,00097
1800	18,600	0,00143
2400	19,189	0,00189
1500	18,295*	0,00120*

3° *Expérience du 10 septembre 1898.*

Platine écroui.

Diamètre : $0^{mm},3$.

200 oscillations de 0 gramme à 600 grammes.

Longueur initiale sous la charge de 600 grammes : $601^{mm},517$.

Charges oscillatoires : 3.300 grammes, 3.400 grammes, 3.500 grammes, 3.600 grammes et 3.450 grammes.

Le cycle est atteint après 120 oscillations.

Résultats :

34e Tableau.

CHARGES TOTALES	MOYENNES DES 120e ET 121e OSCILLATIONS en divisions du cathétomètre	λ
grammes.		
3300	24,9855	0,00348
3400	25,094	0,00356
3500	25,2005	0,00364
3600	25,2645	0,00369
3450	25,133*	0,00359*

Les cycles obtenus dans les expériences précédentes sont représentés dans la Planche VIII, figure 2 ; ils se réduisent très sensiblement à des lignes droites.

La position et la grandeur de ces cycles dépendent, dans le sens horizontal, des valeurs des charges oscillatoires inférieure et supérieure ; dans le sens vertical, elles varient surtout avec la valeur de la charge supérieure.

Ces cycles étant constitués par des lignes droites, nous pouvons déterminer leur direction.

C'est ainsi que nous trouvons pour les coefficients angulaires moyens :

Cycle du 20 juillet	(charges de 600 à 900 gr.) . . .	0,48
id. 21 id.	(id. de 600 à 2400 gr.) . . .	0,38
id. 10 sept.	(id. de 3300 à 3600 gr.) . . .	0,35

Ces deux derniers cycles sont donc à peu près également inclinés sur l'axe des x.

§ 3. — Variation lente du cycle.

LE CYCLE OBTENU PRÉCÉDEMMENT EST UN CYCLE **pseudo-limite.**

L'état réalisé dans les expériences précédentes n'est pas rigoureusement fixe et le cycle ainsi obtenu est un cycle *pseudo-limite* qui se déplace et se déforme lentement quand nous poursuivons très longtemps les oscillations, comme le prouve l'expérience suivante :

Expérience du 10 septembre 1898.

Fil de *platine écroui.*
Diamètre en millimètres : 0,3.
Charge initiale : 600 grammes.
Longueur initiale : 601^{mm},517.
Charges oscillatoires : 3.300 grammes, 3.400 grammes, 3.500 grammes, 3.600 grammes, et 3.450 grammes.
L'état limite est réalisé après 120 oscillations doubles.

35e Tableau.

Valeurs des deux dernières oscillations :

CHARGES	RANG DES OSCILLATIONS		MOYENNES
	120	121	
grammes.			
3300	24,979	24,992	24,9855
3400	25,105	25,083	25,094
3500	25,200	25,201	25,2005
3600	25,268	25,261	25,2645
3450	25,138*	25,128*	25,133*

Ces valeurs moyennes donnent pour les λ les nombres suivants :

36e Tableau.

CHARGES	λ
grammes	
3300	0,00348
3400	0,00356
3500	0,00364
3600	0,00369
3450	0,00359*

Nous continuons les oscillations et le point figuratif se déplace très lentement.

Voici les valeurs moyennes pour les 150e et 151e oscillations :

37e Tableau.

CHARGES	OBSERVATIONS	λ
grammes		
3300	24,996	0,00349
3400	25,0865	0,00356
3500	25,192	0,00364
3600	25,2675	0,00370
3450	25,143*	0,00360*

Les oscillations furent continuées; nous trouvâmes, pour la *cinq centième* oscillation, les valeurs suivantes :

38e Tableau.

CHARGES	DIVISIONS DU CATHÉTOMÈTRE	λ
grammes		
3300	25,125	0,00358
3400	25,222	0,00366
3500	25,328	0,00374
3600	25,403	0,00380
3450	25,302*	0,00372*

Sous l'influence prolongée des oscillations, le cycle s'est donc déplacé lentement; de plus, il a changé de forme. D'abord figuré par une boucle *sinistrorsum*, il s'est réduit à un cycle sans boucle, quoique encore formé de lignes courbes. Il est devenu ensuite *dextrorsum*, puis il a passé par une forme en 8 pour se réduire de nouveau à une seule boucle, mais *sinistrorsum*.

Nous représentons dans la Planche VIII, figure 3, les différents cycles observés.

§ 4. — Déplacement du cycle par une charge perturbatrice. Cycle limite-des-limites.

LE CYCLE LIMITE SE DÉPLACE SOUS L'INFLUENCE D'UNE CHARGE SUPPLÉMENTAIRE.

Le cycle limite étant réalisé, le chemin parcouru par le point figuratif reste le même quand nous continuons les oscillations.

Supposons qu'au cours de ces oscillations, et après avoir opéré avec la charge *maximum*, nous fassions agir un poids supplémentaire, il se produira une dilatation du fil d'autant plus forte que la valeur de la surcharge sera plus considérable; et si alors, après avoir déterminé la longueur du fil, nous revenons à l'ancienne charge *maximum* et si nous poursuivons les oscillations comme précédemment, nous observons que le point figuratif décrit des courbes formant des boucles et aboutissant finalement, après un petit nombre d'oscillations, à un nouveau cycle limite.

Toutes les ordonnées de ce cycle sont un peu plus grandes que celles du premier et jamais il n'a été possible de reproduire le cycle initial : toujours le nouveau cycle est situé un peu plus haut que le précédent.

Exemple :

Expérience du 8 septembre 1897.

Fil d'*acier trempé*.
Diamètre : 4 dixièmes de millimètre.
Charge initiale : 1.000 grammes.
Longueur initiale : $529^{mm},622$.

Charges oscillatoires : 1.000 grammes, 1.500 grammes, 2.000 grammes, 2.500 grammes, 2.000 grammes et 1.500 grammes.

Avec l'acier trempé, l'état limite se réalise promptement, néanmoins nous avons produit 28 oscillations.

Les dimensions du cycle sont les suivantes, en prenant les moyennes des sept dernières oscillations :

39e Tableau.

Cycle AVANT *la surcharge :*

CHARGES TOTALES	MOYENNES en divisions DU CATHÉTOMÈTRE	λ
grammes.		
1000	9,695	0.00018
1500	10,100	0,00056
2000	10,465	0,00092
2500	10,855	0,00127
2000	10,490*	0,00094*
1500	10,115*	0,00059*

Ce cycle est *sinistrorsum.*

Après la vingt-neuvième charge de 2.500 grammes, nous appliquons 3.000 grammes, puis nous continuons les oscillations entre 2.500 grammes et 1.000 grammes comme précédemment.

La Planche IX, figure 1, donne la première oscillation après la surcharge.

Les valeurs observées ont été les suivantes :

40e Tableau.

CHARGES TOTALES	DIVISIONS DU CATHÉTOMÈTRE
grammes.	
3000	11,299
2500	11,033*
2000	10,717*
1500	10,195*
1000	9,801
1500	10,233
2000	10,573
2500	10,948

L'équilibre se produit immédiatement et les autres spires se superposent toutes; il est donc impossible de les représenter graphiquement.

Nous produisons 39 oscillations.

Le sept dernières donnent les moyennes suivantes :

41e Tableau.

Cycle APRÈS *la surcharge :*

CHARGES TOTALES	MOYENNES en divisions du cathétomètre.	λ
grammes. 1000	9,800	0,00028
1500	10,2143	0,00067
2000	10,5857	0,00103
2500	10,9625	0,00138
2000	10,6125*	0,00105*
1500	10,2125*	0,00067*

Ce cycle est *sinistrorsum*.

La différence entre les valeurs des deux cycles est, en moyenne, de 0,0001.

Les positions relatives de ces cycles sont indiquées sur la Planche IX, figure 2.

Il arrive même fréquemment qu'après la surcharge, la longueur du fil, sous l'action de la deuxième charge inférieure, est plus grande que sous l'action de la première charge inférieure.

Exemples :

1° *Expérience du 8 septembre 1898.*

Fil de *platine* de 3 dixièmes de millimètre de diamètre.

200 oscillations de 0 gramme à 600 grammes.

Oscillations entre 600 grammes et 2.400 grammes.

Surcharge : 3.000 grammes.

Le cycle α est atteint après 40 oscillations doubles. Nous chargeons à 3.000 grammes et nous observons au cathétomètre :

42e Tableau.

CHARGES	DIVISIONS DU CATHÉTOMÈTRE	
grammes		
3000	15,908	
2400	15,378*	15,358
1800	14,819*	14,761*
600	13,468	13,522
1500	14,451	14,473 etc.

2° Expérience du 13 septembre 1898.

Fil de ***platine recuit*** de 3 dixièmes de millimètre de diamètre.

520 oscillations entre 600 grammes et 900 grammes pour obtenir le cycle α.

Surcharge : 1.000 grammes.

Nous observons :

43e Tableau.

CHARGES	DIVISIONS DU CATHÉTOMÈTRE		
grammes			
1000	35,269		
900	35,225*	35,246	55,289
800	35,131*	35,133*	35,132*
700	35,058*	35,026*	38,009*
600	34,887	34,862	34,900
750	35,073	35,103	35,080 etc.

Ces expériences montrent qu'après la surcharge l'état limite se réalise presque immédiatement et que, par conséquent, la trajectoire intermédiaire se réduit sensiblement à une seule spire.

Des expériences semblables ont été faites en variant la nature des métaux ainsi que les valeurs des charges et des surcharges.

Voici quelques résultats :

Expérience du 16 septembre 1897.

Fil d'*acier ordinaire* de $0^{mm},3$.
Charge initiale : 1.000 grammes.
Longueur initiale : $526^{mm},023$.
Valeur totale de la surcharge : 6.000 grammes.

44e Tableau.

CHARGES TOTALES	CYCLES avant la surcharge λ		CYCLES après la surcharge λ		DIFFÉRENCES
grammes.					
1000	0,00183	Dextrorsum	0,00236	Dextrorsum	0,00053
2000	0,00253		0,00309		0,00056
4000	0,00378		0,00432		0,00054
5000	0,00439		0,00499		0,00060
3000	0,00316*		0,00368*		0,00052

Voir Planche IX, figure 3, A.

Expérience du 22 septembre 1897.

Fil de *platine* de $0^{mm},3$.
Charge initiale : 500 grammes.
Longueur initiale : $595^{mm},409$.
Valeur totale de la surcharge : 3.000 grammes.

45e Tableau.

CHARGES TOTALES	CYCLES avant la surcharge λ		CYCLES après la surcharge λ		DIFFÉRENCES
Grammes.					
500	0,00044	Dextrorsum	0,00059	Dextrorsum	0,00015
1000	0,00083		0,00099		0,00016
2000	0,00157		0,00171		0,00014
2500	0,00194		0,00208		0,00014
1500	0,00117*		0,00132*		0,00015

Voir Planche IX, figure 3, B.

Expérience du 25 septembre 1897.

Fil de ***cuivre*** de 3 dixièmes de millimètre de diamètre.
Charge initiale : 1.000 grammes.
Longueur initiale : 599^{mm},889.
Valeur totale de la surcharge : 3.500 grammes.

46e Tableau.

CHARGES TOTALES	CYCLES avant la surcharge λ	après la surcharge λ	DIFFÉRENCES
grammes			
1000	0,00089	0,00105	0,00016
1500	0,00123	0,00141*	0,00018
2000	0,00159*	0,00174	0,00015
2500	0,00194	0,00206*	0,00012
3000	0,00228	0,00244	0,00016
Coefficients angulaires moyens	0,346	0,352	

Voir Planche IX, figure 3, C.

Expérience du 5 octobre 1897.

Fil de ***platine recuit*** de 3 dixièmes de millimètre de diamètre.
Charge initiale : 170 grammes.
Longueur initiale : 602^{mm},412.
Valeur totale de la surcharge : 680 grammes.

47e Tableau.

CHARGES TOTALES	CYCLES avant la surcharge λ	après la surcharge λ	DIFFÉRENCES
grammes			
170	0,00036	0,00050	0,00014
280	0,00048	0,00062*	0,00014
340	0,00053*	0,00065	0,00012
400	0,00058	0,00072*	0,00014
510	0,00071	0,00082	0,00011
Coefficients angulaires moyens	0,088	0,880	

Voir Planche IX, figure 3, D.

Expérience du 8 octobre 1897.

Fil d'*acier trempé Smith.*
Diamètre : 2 dixièmes de millimètre.
Charge initiale : 1.000 grammes.
Longueur initiale : 596^{mm},497.
Valeur totale de la surcharge : 4.000 grammes.

48me Tableau.

CHARGES TOTALES	CYCLES avant la surcharge λ	après la surcharge λ	DIFFÉRENCES
grammes.			
1000	0,00024	0,00039	0,00015
1600	0,00096	0,00114*	0,00018
2000	0,00143*	0,00161	0,00018
2400	0,00194	0,00212*	0,00018
3000	0,00268	0,00287	0,00019
Coefficients angulaires moyens	0,61	0,62	

Voir Planche IX, figure 3, E.

Toutes ces expériences nous montrent que les cycles, après et avant la surcharge, sont très sensiblement parallèles.

Cycle limite-des-limites.

LES CYCLES LIMITES EN SE DÉPLAÇANT TENDENT VERS UN CYCLE **limite-des-limites.**

En renouvelant à plusieurs reprises l'action de la surcharge et en la faisant suivre chaque fois d'une série d'oscillations, nous avons obtenu des cycles limites allant en se déplaçant lentement et en se resserrant; de telle sorte qu'ils tendent vers un cycle final que nous appelons cycle *limite-des-limites.*

La réalisation du cycle limite-des-limites est mise hors de doute par les expériences qui suivent :

1° *Expérience du 23 septembre 1897.*

Fil de *platine* de 3 dixièmes de millimètre.

Charge initiale : 500 grammes.

Longueur initiale : $595^{mm},409$.

Charges oscillatoires : 500 grammes, 1.000 grammes, 2.000 grammes, 2.500 grammes et 1.500 grammes.

Surcharge : 3.000 grammes.

Nous désignerons par la lettre α le cycle avant la première surcharge et par des chiffres romains les différents cycles obtenus après l'application de la surcharge.

49e Tableau.

Valeurs des λ :

CHARGES TOTALES	CYCLES			
	α 20 oscillations	I 5 oscillations	II 5 oscillations	III 5 oscillations
grammes.				
500	0,00044	0,00059	0,00056	0,00060
1000	0,00083	0,00099	0,00100	0,00102
2000	0,00157	0,00171	0,00170	0,00176
3000	0,00194	0,00208	0,00210	0,00216
1500	0,00117*	0,00132*	0,00134*	0,00136*

Cette expérience montre le déplacement lent du cycle limite.

2° *Expérience du 18 septembre 1897.*

Fil d'*acier* de $0^{mm},3$.

Charge initiale : 1.000 grammes.

Longueur initiale : $526^{mm},023$.

Charges oscillatoires : 1.000 grammes, 2.000 grammes, 4.000 grammes, 5.000 grammes et 3.000 grammes.

Surcharge : 6.000 grammes.

50e Tableau.

Valeurs des λ :

CHARGES TOTALES	CYCLES					
	α 30 oscillat.	I 20 oscillat.	II 24 oscillat.	III 24 oscillat.	IV 30 oscillat.	V 24 oscillat.
grammes.						
1000	0,00183	0,00236	0,00262	0,00264	0,00261	0,00261
2000	0,00253	0.00309	0,00315	0,00324	0,00324	0,00328
4000	0,00378	0,00432	0,00438	0,00456	0,00456	0,00451
5000	0.00439	0,00499	0,00506	0,00513	0,00511	0,00515
3000*	0,00316*	0,00368*	0,00381*	0,00386*	0,00386*	0,00387*

Le cycle III représente certainement le cycle limite-des-limites.

3° *Expérience du 25 septembre 1897.*

Fil de *cuivre*.

Diamètre : $0^{mm},3$.

Charge initiale : 1.000 grammes.

Longueur initiale : $599^{mm},889$.

Charges oscillatoires, 1° avant la surcharge : 1.000 grammes, 1.500 grammes, 2.500 grammes, 3.000 grammes et 2.000 grammes.

2° Après la surcharge : 1.000 grammes, 2.000 grammes, 3.000 grammes, 2.500 grammes et 1.500 grammes.

Surcharge : 3.500 grammes.

Nous avons observé qu'avant la surcharge les lignes descendantes sont sensiblement droites; il en est de même après la surcharge pour les lignes montantes. Deux observations suffisent donc pour déterminer ces lignes; c'est pourquoi, après la surcharge, nous changeons l'ordre des charges oscillatoires.

51e Tableau.

Valeurs des λ :

CHARGES TOTALES	CYCLES				
	α 32 oscillations	I 31 oscillations	II 32 oscillations	III 31 oscillations	IV 17 oscillations
grammes 1000	0,00089	0,00105	0,00113	0,00115	0,00117
1500	0,00123	0,00141*	0,00147*	0,00149*	0,00149*
2000	0,00159*	0,00174	0,00180	0,00184	0,00182
2500	0,00194	0,00206*	0,00214*	0,00220*	0,00218*
3000	0,00228	0,00244	0,00250	0,00256	0,00254

Le cycle III représente évidemment le cycle limite-des-limites.

4° Expérience du 22 juillet 1898.

Fil de ***platine*** de 3 dixièmes de millimètre de diamètre.

Charge initiale : 600 grammes.

Longueur initiale : $599^{mm},290$.

Charges oscillatoires : 600 grammes, 1.200 grammes, 1.800 grammes, 2.400 grammes et 1.500 grammes; puis, 2.400 grammes, 1.800 grammes, 1.200 grammes, 600 grammes et 1.500 grammes.

Surcharge : 3.000 grammes.

52e Tableau.

Valeurs des λ :

CHARGES TOTALES	CYCLES					
	α	I	II	III	IV	V
grammes						
600	0,00051	0,00067	0,00071	0,00073	0,00077	0,00076
1200	0,00097	0,00114*	0,00119*	0,00121*	0,00124*	0,00123*
1500	0,00120*	0,00137	0,00140	0,00141	0,00146	0,00147
1000	0,00143	0,00160*	0,00162*	0,00166*	0,00169*	0,00170*
2400	0,00189	0,00202	0,00207	0,00210	0,00214	0,00214

Avec le cycle V nous avons certainement atteint le cycle limite-des-limites. La figure 4 de la Planche IX donne les trois cycles α, I et V.

Avec les métaux mous, le cycle limite-des-limites s'obtient moins facilement; il faut appliquer la surcharge un plus grand nombre de fois.

Expérience du 13 au 19 septembre 1898.

Fil de *platine recuit n° 1* de $0^{mm},3$.

Charge initiale : 600 grammes.

Longueur initiale : $593^{mm},372$.

Charges oscillatoires : d'abord 600 grammes, 700 grammes, 800 grammes, 900 grammes et 750 grammes; puis, après la surcharge, 900 grammes, 800 grammes, 700 grammes, 600 grammes et 750 grammes.

Surcharge : 1.000 grammes.

53e Tableau.

Valeurs des λ :

CHARGES TOTALES	CYCLES						
	α 520 oscill.	I 40 oscill.	II 40 oscill.	III 25 oscill.	IV 25 oscill.	V 25 oscill.	VI 25 oscill.
grammes							
600	0,00933	0,01606	0,01639	0,01696	0,01711	0,01757	0,01772
700	0,00943	0,01616*	0,01647*	0,01706*	0,01723*	0,01765*	0,01781*
750	0,00948*	0,01622	0,01652	0,01712	0,01726	0,01769	0,01784
800	0,00954	0,01626*	0,01657*	0,01717*	0,01732*	0,01775*	0,01789*
900	0,00962	0,01637	0,01666	0,01727	0,01741	0,01784	0,01800

CHARGES TOTALES	CYCLES						
	VII 25 oscill.	VIII 25 oscill.	IX 10 oscill.	X 16 oscill.	XI 20 oscill.	XII 20 oscill.	XIII 15 oscill.
grammes							
600	0,01783	0,01793	0,01802	0,01811	0,01818	0,01956	0,01981
700	0,01792*	0,01802*	0,01813*	0,01820*	0,01828*	0,01967*	0,01993*
750	0,01797	0,01806	0,01816	0,01825	0,01832	0,01971	0,01996
800	0,01801*	0,01811*	0,01823*	0,01830*	0,01837*	0,01975*	0,02001*
900	0,01811	0,01822	0,01830	0,01839	0,01846	0,01985	0,02012

CHARGES TOTALES	CYCLES						
	XIV 26 oscill.	XV 20 oscill.	XVI 15 oscill.	XVII 15 oscill.	XVIII 15 oscill.	XIX 15 oscill.	XX 15 oscill.
grammes							
600	0,01997	Non déterminé	0,02240	0,02255	0,02259	0,02261	0,02263
700	0,02008*		0,02248*	0,02265*	0,02269*	0,02271*	0,02275*
750	0,02011		0,02251	0,02269	0,02273	0,02276	0,02278
800	0,02017*		0,02258*	0,02274*	0,02280*	0,02281*	0,02285*
900	0,02026		0,02267	0,02285	0,02289	0,02291	0,02293

CHARGES TOTALES	CYCLES						
	XXI 15 oscill.	XXII 15 oscill.	XXIII 15 oscill.	XXIV 15 oscill.	XXV 15 oscill.	XXVI 50 oscill.	XXVII 15 oscill.
grammes.							
600	0,02266	0,02267	0,02267	0,02271	0,02270	0,02271	0,02284
700	0,02276*	0,02277*	0,02279*	0,02280*	0,02280*	0,02281*	0,02294*
750	0,02281	0,02284	0,02284	0,02284	0,02286	0,02287	0,02296
800	0,02287*	0,02287*	0,02289*	0,02290*	0,02289*	0,02292*	0,02302*
900	0,02295	0,02297	0,02298	0,02297	0,02300	0,02302	0,02312

53ᵉ Tableau (*suite*).

CHARGES TOTALES	CYCLES					
	XXVIII 15 oscill.	XXIX 15 oscill.	XXX 15 oscill.	XXXI 16 oscill.	XXXII 15 oscill.	XXXIII 15 oscill.
grammes.						
600	0,02287	0,02288	0,02290	0,02292	0,02355	0,02370
700	0,02297*	0,02299*	0,02300*	0,02302*	0,02363*	0,02382*
750	0,02302	0,02302	0,02305	0,02306	0,02369	0,02384
800	0,02307*	0,02308*	0,02311*	0,02312*	0,02374*	0,02391*
900	0,02316	0,02317	0,02320	0,02321	0,02383	0,02400

Les cycles XXXIV, XXXV, XXXVI, XXXVII, XXXVIII et XXXIX n'ont pas été mesurés.

Nous suivions la marche du phénomène en observant la longueur du fil sous l'action de la surcharge. Nous avons continué ainsi jusqu'à ce que nous ayons obtenu une valeur constante : ce qui s'est réalisé à partir du cycle XXXIX.

Nous donnons les valeurs des λ pour les cycles XL et XLI.

54ᵉ Tableau.

CHARGES TOTALES	CYCLES	
	XL 17 oscillations	XLI 15 oscillations
grammes.		
600	0,02640	0,02640
700	0,02650*	0,02650*
750	0,02653	0,02654
800	0,02661*	0,02659*
900	0,02671	0,02670

Voir Planche X, figure 1.

Par conséquent, en multipliant l'action de la surcharge et et en la faisant suivre chaque fois d'une série d'oscillations, nous observons que le cycle limite se déplace, et qu'il tend vers un cycle *limite-des-limites*.

§ 5. — Effet du repos.

LES FILS QUE L'ON A FAIT TRAVAILLER SE RACCOURCISSENT PAR LE REPOS.

La figure 1 Planche X montre les positions respectives des cycles *α*, I, XI, XXI, XXXI et XLI.

Ces cycles sont irrégulièrement distribués puisqu'il y a neuf cycles répartis entre les cycles XXI et XXXI aussi bien qu'entre les cycles I et XI, XI et XXI, XXXI et XLI.

A quoi tient cette irrégularité?

A plusieurs causes évidemment; mais, notamment, à l'action spéciale produite par l'*effet du repos* (Elastische Nachwirkung) sur des fils ayant subi déjà un certain travail. Cette action est mise en évidence par les observations suivantes.

A maintes reprises, nous avons remarqué qu'un fil, abandonné à lui-même après avoir subi des oscillations, se raccourcissait pendant le repos.

Voici quelques résultats :

Le *12 octobre 1897*, un fil d'*acier*, ayant subi l'action de plusieurs centaines d'oscillations et de deux surcharges, est abandonné à lui-même sous l'action d'une charge très faible, pendant quelques heures; puis, nous recommençons les oscillations et nous observons :

55e Tableau.

Longueurs en divisions du cathétomètre :

CHARGES	AVANT LE REPOS	APRÈS LE REPOS
grammes		
3000	18.126	17.925
2400	17.208*	17.005*
1600	16.945*	15.807*
1000	15.088	14.867
2000	16.013	16.385

Le *10 septembre 1898,* un fil de *platine* est laissé au repos après avoir supporté 151 oscillations. Quelques heures après nous reprenons les observations, et nous constatons un raccourcissement du fil, comme l'indiquent les chiffres suivants :

56e Tableau.

Longueurs en divisions du cathétomètre :

CHARGES	151e oscillation AVANT LE REPOS	152e oscillation APRÈS LE REPOS
grammes.		
3300	24,975	24,944
3400	25,087	25,045
3500	25,200	25,153
3600	25,259	25,251
3450	25,153*	25,092*

Expérience du 5 novembre 1898.

Un fil d'*acier trempé* est soumis à l'action de charges dont la valeur varie de 600 grammes à 3.600 grammes. L'état fixe est immédiatement réalisé ; nous trouvons après cinq oscillations pour les λ :

57e Tableau.

Valeurs des λ (avant le repos) :

CHARGES	λ
grammes.	
600	0,00012
1600	0,00129
2600	0,00249
3600	0,00370
2100	0,00190*

Le fil reste soumis à l'action de la charge inférieure de 600 grammes pendant 48 heures. La longueur sous cette

charge, avant le repos, était représentée par $10^d,891$; après le repos elle devient égale à $10^d,8625$. Nous produisons de nouveau des oscillations et nous obtenons pour les λ :

58e Tableau.

Valeurs des λ (après le repos) :

CHARGES	λ
grammes.	
600	0,00011
1600	0,00128
2600	0,00247
3600	0,00369
2100	0,00189*

Le fil s'est donc raccourci et le cycle a été abaissé.

Mais, lorsque le fil était soumis à l'action de surcharges destinées à réaliser le cycle limite-des-limites, nous avons observé qu'après le repos, le fil se raccourcissait comme précédemment et que l'action de la surcharge suivante avait pour effet de produire une dilatation plus considérable, qui se traduisait par un relèvement du cycle. Le même phénomène s'observe lorsque le fil est l'objet de quelques secousses un peu importantes.

Cela explique la distribution irrégulière des cycles dans l'expérience du *19 septembre 1898* (p. 330), car, pendant un essai d'une aussi longue durée (une semaine entière) il faut nécessairement interrompre les observations plusieurs fois par vingt-quatre heures.

Nous nous rendrons parfaitement compte des mouvements de dilatation du fil en suivant les variations de longueur de ce fil sous l'influence des surcharges.

Le tableau suivant donne les résultats obtenus et l'indication des repos; ils ont servi à tracer la courbe de la Planche X, figure 2.

59e Tableau.

ORDRE des SURCHARGES	LONGUEURS DU FIL	DIFFÉRENCES	OBSERVATIONS
	millim.		
1	603,06866		
2	603,27666	0,20800	
3	603,60706	0,33040	Repos de la nuit.
4	603,72906	0,12200	
5	603,96506	0,23600	Repos du jour.
6	604,07606	0,11100	
7	604,14946	0,07340	
8	604,21266	0,06320	
9	604,27306	0,06040	
10	604,32906	0,05600	
11	604,39746	0,06840	
12	605,04206	0,64460	Repos de la nuit.
13	605,28466	0,24260	
14	605,41206	0,12740	
15	605,47756	0,06550	
16	606,88176	1,40420	Secousse.
17	606,96256	0,08080	Repos du jour.
18	606,99351	0,03095	
19	607,02556	0,03205	
20	607,04076	0,01520	
21	607,04516	0,00440	
22	607,06126	0,01610	
23	607,06576	0,00450	
24	607,07016	0,00440	
25	607,07756	0,00740	
26	607,08926	0,01170	
27	607,12576	0,03650	Repos de la nuit.
28	607,16501	0,03925	
29	607,17276	0,00775	
30	607,18456	0,01180	
31	607,20701	0,02245	
32	607,47501	0,26800	Repos de la nuit.
33	607,63351	0,15850	
34	609,20576	1,57225	Petite secousse et repos de 48 heures.
35	609,23266	0,02690	
36	609,23736	0,00470	
37	609,24176	0,00440	
38	609,26876	0,02700	

§ 6. — Influence des charges et des surcharges sur la position du cycle limite-des-limites.

Pour déterminer l'influence de la valeur des charges ou des surcharges sur la position du cycle limite-des-limites, nous avons réalisé plusieurs séries d'expériences dont nous allons donner les résultats.

(Les résultats d'expériences semblables exécutées en 1897 ont été communiqués à la Société des Sciences de Bordeaux, le 3 février 1898) (1).

1° *Influence des surcharges.*

DANS LE PLAN DE FIGURATION, LE CYCLE LIMITE-DES-LIMITES EST PLACÉ D'AUTANT PLUS HAUT QUE LA VALEUR DE LA SURCHARGE EST PLUS CONSIDÉRABLE.

Les essais ont porté sur des fils de *platine écroui* de 3 dixièmes de millimètre de diamètre.

Afin de rendre les résultats comparables, tous les fils étaient soumis, avant les observations, à une série de deux cents oscillations entre 0 gramme et le poids initial de 600 grammes.

Pour connaître l'influence de la surcharge, nous avons fait osciller les charges entre 600 grammes et 900 grammes et nous avons donné aux surcharges les valeurs successives de 1.000, 1.050, 1.100 et 3.000 grammes; les trois premières surcharges étant très voisines l'une de l'autre et la dernière surcharge étant de beaucoup plus forte que les premières.

Expérience I du 19 juillet 1898.

Charge initiale : 600 grammes.
Longueur initiale : 600^{mm},321.

---

(1) *Procès-verbaux des séances de la Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux*, année 1897-1898, p. 74.

Charges oscillatoires ; 600 grammes, 700 grammes, 750 grammes, 800 grammes et 900 grammes.

Surcharge : 1.000 grammes.

Le premier cycle α est réalisé après 51 oscillations doubles ; pour les cycles I et II, il faut 52 oscillations.

60e Tableau.

Valeurs des λ :

CHARGES TOTALES	CYCLES		
	α	I	II
grammes.			
600	0,00004	0,00006	0,00007
700	0,00013	0,00014*	0,00016*
750	0,00019*	0,00019	0,00018
800	0,00021	0,00022*	0,00023*
900	0,00028	0,00031	0,00030

L'équilibre est obtenu immédiatement.

Expérience II du 24 juillet 1898.

Charge initiale : 600 grammes.

Longueur initiale : 598^{mm},156.

Charges oscillatoires : 600 grammes, 700 grammes, 750 grammes, 800 grammes et 900 grammes.

Surcharge : 1.050 grammes.

Le premier cycle α est obtenu après 77 oscillations; le cycle I en exige 40 et le cycle II, 41.

61e Tableau.

Valeurs des λ :

CHARGES TOTALES	CYCLES		
	α	I	II
grammes.			
600	0,00005	0,00011	0,00010
700	0,00016	0,00019*	0,00015*
750	0,00019*	0,00025	0,00022
800	0,00027	0,00028*	0,00026*
900	0,00033	0,00036	0,00035

Comme précédemment, le cycle limite-des-limites est réalisé de suite.

Expérience III du 19 juillet 1898.

Charge initiale : 600 grammes.

Longueur initiale : 598^{mm},993.

Charges oscillatoires : 600 grammes, 700 grammes, 750 grammes, 800 grammes et 900 grammes.

Surcharge : 1.100 grammes.

Il faut 52 oscillations doubles pour obtenir chacun des cycles α, I et II, 51 pour le cycle III.

62e Tableau.

Valeurs des λ :

CHARGES TOTALES	CYCLES			
	α	I	II	III
grammes.				
600	0,00004	0,00007	0,00011	0,00001
700	0,00013	0,00018*	0,00020*	0,00009*
750	0,00018*	0,00022	0,00025	0,00013
800	0,00021	0,00027*	0,00029*	0,00017*
900	0,00029	0,00034	0,00038	0,00028

Entre la réalisation du cycle II et celle du cycle III, il y a eu une nuit d'intervalle pendant laquelle le fil est resté soumis à l'action de la charge initiale de 600 grammes. Le fil s'est raccourci notablement ; ce fait n'est pas unique, nous l'avons observé plusieurs fois.

Nous considérons le cycle II comme représentant le cycle limite-des-limites.

Expérience IV du 20 juillet 1898.

Charge initiale : 600 grammes.

Longueur initiale : 598^{mm},377.

Charges oscillatoires : 600 grammes, 700 grammes, 750 grammes, 800 grammes et 900 grammes.

Surcharge : 3.000 grammes.

52 oscillations pour chacun des cycles α, I et II, 51 pour le cycle III.

63e Tableau.

Valeurs des λ :

CHARGES TOTALES	CYCLES			
	α	I	II	III
grammes.				
600	0,00006	0,00072	0,00074	0,00077
700	0,00018	0,00081*	0,00083*	0,00084*
750	0,00022*	0,00080	0,00088	0,00088
800	0,00029·	0,00087*	0,00090*	0,00089*
900	0,00035	0,00094	0,00098	0,00098

Le cycle III représente le cycle limite-des-limites.

64e Tableau.

Cycles limite-des-limites des quatre expériences :

CHARGES TOTALES	SURCHARGES			
	1000 grammes	1050 grammes	1100 grammes	3000 grammes
grammes.				
600	0,00007	0,000105	0,00011	0,00077
700	0,00016*	0,000170*	0,00020*	0,00084*
750	0,00018	0,000235	0,00025	0,00088
800	0,00023*	0,000270*	0,00029*	0,00089*
900	0,00030	0,000355	0,00038	0,00098

CONCLUSIONS : Pour des surcharges voisines, les cycles limite-des-limites sont presque identiques. Néanmoins, on peut constater une légère différence dans le même sens que la variation de la surcharge.

Pour une surcharge notablement différente, le cycle limite-des-limites est situé beaucoup plus haut.

La figure 3 de la Planche X donne les cycles limite-des-limites des quatre expériences. Ils sont superposés suivant

l'ordre des surcharges et ils ont à peu près tous la même direction. Exemple :

Coefficient angulaire moyen pour le cycle III = 0,38.
id. id. IV = 0,34.

Le cycle I est *sinistrorsum*, le cycle II est *dextrorsum*, le cycle III est formé par une double ligne droite et le cycle IV est en forme de 8 avec une grande boucle *dextrorsum*.

2° *Influence des charges entre lesquelles se font les oscillations.*

LA VALEUR DES CHARGES ENTRE LESQUELLES SE FONT LES OSCILLATIONS NE CHANGE NI LA POSITION NI LA DIRECTION DES CYCLES LIMITE-DES-LIMITES.

Pour connaître cette influence, nous prendrons l'expérience IV précédente et nous la comparerons à la suivante :

Expérience V du 21 juillet 1898.

Charge initiale : 600 grammes.
Longueur initiale : 599^{mm},290.
Charges oscillatoires : 600 grammes, 1.200 grammes, 1.500 grammes, 1.800 grammes et 2.400 grammes.
Surcharge : 3.000 grammes.
Il faut produire 85 oscillations doubles pour obtenir le cycle α, 46 pour le cycle I, 31 pour le cycle II, 26 pour le cycle III, 41 pour le cycle IV et 21 pour le dernier cycle V.

65e Tableau.

Valeurs des λ :

CHARGES TOTALES	CYCLES					
	α	I	II	III	IV	V
grammes.						
600	0,00051	0,00067	0,00071	0,00073	0,00077	0,00076
1200	0,00097	0,00114*	0,00119*	0,00121*	0,00124*	0,00123*
1500	0,00120*	0,00137	0,00140	0,00141	0,00146	0,00147
1800	0,00143	0,00160*	0,00162*	0,00166*	0,00169*	0,00170*
2400	0,00189	0,00202	0,00207	0,00210	0,00214	0,00214

66e Tableau.

Cycles limite-des-limites des deux expériences.

CHARGES TOTALES	EXPÉRIENCE IV		CHARGES TOTALES	EXPÉRIENCE V
grammes.			grammes.	
900	0,00098	Dextrorsum.	2400	0,00214
800	0,00089*		1800	0,00170*
700	0,00084*		1200	0,00123*
600	0,00077		600	0,00076
750	0,00088		1500	0,00147

Quand l'amplitude des oscillations va en croissant, le cycle limite-des-limites se développe naturellement en longueur; mais il est remarquable qu'il conserve sensiblement la même direction, comme le montre la figure 1 de la Planche XI et comme le prouvent les coefficients angulaires moyens qui sont :

Pour l'expérience IV de 0,34
et pour l'expérience V de 0,38.

En outre, il faut encore remarquer que dans nos deux expériences, les cycles limite-des-limites ont même origine, et cela correspond à l'identité des charges oscillatoires inférieures.

En résumé, il semble résulter de ces expériences :

1° Que la position des cycles limite-des-limites ne dépend que de la valeur des surcharges.

2° Que pour les oscillations de grande amplitude le cycle limite-des-limites est une ligne droite.

3° Que pour les oscillations moins étendues, et avec la même surcharge, le cycle limite-des-limites se confond sensiblement avec le précédent; il semble n'en être qu'une partie.

§ 7. — Variation lente du cycle limite-des-limites.

LE CYCLE LIMITE-DES-LIMITES SE DÉPLACE QUAND ON POURSUIT LES VARIATIONS CYCLIQUES DE LA CHARGE.

Le cycle limite-des-limites obtenu dans les expériences précédentes ne représente pas non plus un ***état limite stable***. Ce

cycle peut se déplacer lentement quand on poursuit les oscillations; les expériences suivantes sont absolument démonstratives :

1°) *Expérience des 8 et 9 septembre 1898.*

Fil de ***platine écroui.***
Diamètre : $0^{mm},3$
Charge initiale : 600 grammes.
Longueur initiale : $597^{mm},523$.
Charges oscillatoires : 600 grammes, 1.200 grammes, 1.500 grammes, 1.800 grammes et 2.400 grammes.
Surcharge : 3.000 grammes.

Il faut produire 40 oscillations avant de réaliser le cycle α. Pour le cycle I, il en faut 26, pour le cycle II, 35, pour le cycle III, 22 et 23 pour le cycle IV. Pour les cycles V et VI, qui sont identiques, nous nous sommes contenté de deux oscillations qui étaient concordantes.

67e Tableau.

Valeurs des λ :

CHARGES	CYCLES						
TOTALES	α	I	II	III	IV	V	VI
grammes.							
600	0,00079	0,00110	0,00114	0,00115	0,00116	0,00118	0,00117
1200	0,00136	0,00163*	0,00167*	0,00169*	0,00168*	0,00168*	0,00168*
1500	0,00156*	0,00184	0,00190	0,00191	0,00190	0,00193	0,00194
1800	0,00181	0,00209*	0,00214*	0,00214*	0,00214*	0,00216*	0,00216*
2400	0,00227	0,00257	0,00258	0,00260	0,00261	0,00262	0,00262

Le cycle VI représente certainement le cycle limite-des-limites.

A partir de cet instant, nous continuons à produire des oscillations entre 600 grammes et 2.400 grammes, et nous observons un déplacement lent, progressif, du cycle limite-des-limites.

Le plateau étant chargé à 600 grammes, nous réalisions les oscillations en plaçant sur le plateau et en enlevant successi-

vement un poids de 1.800 grammes; de temps en temps, afin de pouvoir suivre la marche du phénomène, nous produisions des oscillations complètes avec toutes les charges intermédiaires.

Les résultats suivants représentent les moyennes de deux oscillations consécutives :

68e Tableau.

Moyennes des longueurs lues au cathétomètre :

CHARGES TOTALES	OSCILLATIONS					
	1-2	101-102	201-202	301-302	301-402	501-502
grammes.						
2400	15,468	15,4795	15,455	15,458	15,4860	15,502
1800	14,873*	14,8735*	14,835*	14,907*	14,9320*	14,948*
1200	14,2555*	14,3025*	14,273*	14,3125*	14,3225*	14,2905*
600	13,6105	13,6155	13,6545	13,652	13,6285	13,656
1500	14,5935	14,5805	14,5635	14,6065	14,6470	14,609

CHARGES TOTALES	OSCILLATIONS				
	601-602	701-702	801-802	901-902	1001-1002 1003
grammes.					
2400	15,488	15,5125	15,497	15,5045	15,490
1800	14,924*	14,901*	14,949*	14,895*	14,906*
1200	14,355*	14,3085*	14,311*	14,328*	14,336*
600	13,673	13,662	13,6385	13,6605	13,664
1500	14,575	14,620	14,621	14,650	14,641

Ces moyennes fournissent les cycles suivants :

69e Tableau.

Valeurs des λ :

CHARGES TOTALES	OSCILLATIONS					
	1-2	101-102	201-202	301-302	401-402	501-502
grammes						
2400	0,00262	0,00263	0,00261	0,00261	0,00263	0,00265
1800	0,00216*	0,00216*	0,00213*	0,00218*	0,00220*	0,00222*
1200	0,00168*	0,00171*	0,00169*	0,00172*	0,00173*	0,00171*
600	0,00117	0,00118	0,00121	0,00120	0,00119	0,00121
1500	0,00194	0,00193	0,00192	0,00195	0,00198	0,00195

69e Tableau *(suite)*.

CHARGES TOTALES	OSCILLATIONS					
	601-602	701-702	801-802	901-902	1001-1002 1003	
grammes						
2400	0,00264	0,00266	0,00264	0,00265	0,00264	
1800	0,00220*	0,00218*	0,00222*	0,00217*	0,00218*	
1200	0,00175*	0,00172*	0,00172*	0,00173*	0,00174*	
600	0,00122	0,00121	0,00119	0,00121	0,00121	
1500	0,00192	0,00196	0,00196	0,00198	0,00198	

Le déplacement du cycle limite-des-limites se fait très lentement; en comparant les valeurs du dernier cycle à celles du premier, nous voyons que la moyenne des différences est de 0,000036.

2°) *Expérience du 13 au 19 septembre 1898.*

Cette expérience a été effectuée sur un fil de ***platine recuit n° 1***.

Tous les détails pour l'obtention du cycle limite-des-limites ont été donnés antérieurement (Voir p. 330).

Le cycle limite-des-limites, une fois réalisé, nous avons continué les oscillations entre les charges extrêmes 600 grammes et 900 grammes. De temps en temps, nous produisions des oscillations complètes en employant les charges intermédiaires et en relevant chaque fois la longueur du fil.

Les résultats obtenus sont consignés dans les tableaux qui suivent.

70e Tableau.

Longueurs lues au cathétomètre :

CHARGES TOTALES	MOYENNES DES OSCILLATIONS					
	1-15	51-52	151-152	301-302	501-502	1001-1002
grammes.						
900	25,8575	25,8595	25,861	25,8675	25,871	25,8975
800	25,719*	25,7515*	25,761*	25,767*	25,730*	25,781*
700	25,600*	25,6495*	25,630*	25,6325*	25,622*	25,7105*
600	25,4825	25,508	25,5025	25,5115	25,515	25,5655
750	25,6535	25,667	25,684	25,6695	25,665	25,7335

71e Tableau.

Valeurs des λ :

CHARGES TOTALES	OSCILLATIONS					
	1-15	51-52	151-152	301-302	501-502	1001-1002
grammes.						
900	0,02670	0,02670	0,02670	0,02670	0,02671	0,02673
800	0,02659*	0,02661*	0,02662*	0,02663*	0,02660*	0,02664*
700	0,02650*	0,02653*	0,02652*	0,02652*	0,02651*	0,02658*
600	0,02640	0,02642	0,02642	0,02643	0,02643	0,02647
750	0,02654	0,02655	0,02656	0,02655	0,02655	0,02660

La moyenne des différences entre les valeurs des oscillations 1-15 et celles des oscillations 1001-1002 est de 0,000058.

§ 8. — **Effet du recuit.**

LA RÉALISATION DES DIVERS CYCLES EST D'AUTANT PLUS DIFFICILE QUE LE MÉTAL EST PLUS RECUIT.

Pour étudier cette action, nous avons choisi le platine, qui se prêtait mieux que tout autre métal à l'opération du recuit. En effet, il suffit de soumettre les fils de ce métal à l'action d'un courant électrique intense pour obtenir un recuit dont on fera varier la valeur, à volonté, en modifiant convenablement l'intensité et la durée du courant.

Nous nous sommes servi, pour cette opération, d'une série d'accumulateurs Tudor n° 3, mis gracieusement à notre disposition par MM. Ph. Vrau et Cie, de Lille.

Appareil.

L'appareil se compose d'une planchette AB (*fig.* 4) sur laquelle sont fixées deux tiges cylindriques en cuivre CC, maintenues rigoureusement parallèles à l'aide d'une traverse en bois DE, et mises en communication avec le courant par leur partie supérieure.

Les fils de platine *p* sont tendus horizontalement et enroulés à chacune de leurs extrémités sur les tiges de cuivre; le

contact parfait avec les tiges de cuivre est assuré à l'aide de plaquettes cylindriques en cuivre *f* solidement fixées.

Enfin, pour éviter les déperditions de chaleur, tout l'appareil est enfermé dans une caisse formée par une double enveloppe de carton. Dans ces conditions, tous les fils étant semblables et de même longueur, le courant possède partout la même intensité et il faut admettre que la température est la même en tous les points.

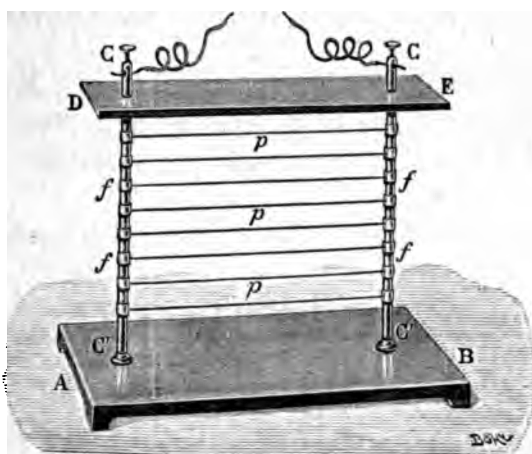


FIG. 4.

Pour obtenir un recuit intense, il fallait produire un refroidissement lent et aussi régulier que possible ; c'est ce que nous avons réalisé en opérant de la manière suivante :

L'une des bornes porte deux fils, ce qui permet d'augmenter ou de diminuer graduellement l'intensité du courant en transportant ces fils d'un accumulateur à l'autre.

Tout d'abord, nous avons fait passer dans les huit fils de platine montés sur l'appareil, le courant d'un accumulateur, puis celui de deux accumulateurs, ensuite trois et ainsi de suite jusqu'à dix. Par une petite fenêtre pratiquée dans le double carton, nous observions la couleur du fil ; nous sommes allés jusqu'au rouge blanc. Après avoir maintenu cette tempé-

rature pendant trois minutes, nous avons diminué peu à peu le courant en supprimant, de la série, un accumulateur toutes les trois minutes.

Dans ces conditions, le platine est parfaitement recuit: un fil de $0^{mm},3$ qui se rompait avant l'opération sous une charge de 4 kilogrammes, se brisait après le recuit sous l'influence d'un effort de 1.350 grammes environ.

Influence du recuit sur la formation des différents cycles.

Des essais aussi semblables que possible ont été effectués sur deux fils de platine de 3 dixièmes de millimètre de diamètre, l'un écroui, l'autre recuit par le procédé que nous venons de décrire.

Les résultats sont consignés dans les tableaux suivants :

72e Tableau.

Expérience du 19 juillet 1898 FIL DE PLATINE ÉCROUI	*Expérience du 18 septembre 1898* FIL DE PLATINE RECUIT

Nous produisons 200 oscillations de 0 gramme à 600 grammes.

LONGUEUR INITIALE : $600^{mm},321$	LONGUEUR INITIALE : $593^{mm},372$

CHARGES OSCILLATOIRES : 600 grammes, 700 grammes, 800 grammes, 900 grammes et 750 grammes.

CYCLE α

Obtenu après 51 oscillations.	Obtenu après 521 oscillations.

VALEURS DES λ

CHARGES	λ	CHARGES	λ
grammes.		grammes.	
600	0,00004	600	0,00933
700	0,00013	700	0,00943
800	0,00021	800	0,00954
900	0,00028	900	0,00962
750	0,00019 *	750	0,00948

La réalisation du cycle limite-des-limites est obtenue à l'aide d'une surcharge d'une valeur totale de 1.000 grammes et de nombreuses oscillations.

Voici les valeurs des λ pour les différents cycles·

73e Tableau.

PLATINE ÉCROUI		PLATINE RECUIT	
CYCLES I			
CHARGES	λ 52 oscillations	CHARGES	λ 40 oscillations
grammes		grammes	
900	0,00031	900	0,01637
800	0,00022*	800	0,01626*
700	0,00014*	700	0,01616*
600	0,00006	600	0,01606
750	0,00019	750	0,01622
CYCLES II			
CHARGES	λ 52 oscillations	CHARGES	λ 40 oscillations
grammes		grammes	
900	0,00030	900	0,01666
800	0,00023*	800	0,01657*
700	0,00016*	700	0,01647*
600	0,00007	600	0,01639
750	0,00018	750	0,01652
CYCLES III			
CHARGES	λ	CHARGES	λ 25 oscillations
grammes		grammes	
900	Le cycle limite-des-limites est réalisé.	900	0,01727
800		800	0,01717*
700		700	0,01706*
600		600	0,01696
750		750	0,01712

Pour le platine *recuit*, il a fallu poursuivre les opérations jusqu'à la quarantième surcharge pour obtenir le cycle limite-

des-limites. Tous les résultats ont été donnés antérieurement. (Voir page 330.)

Nous concluons que le fil *recuit* exige beaucoup plus de travail que le fil *écroui*, pour parvenir au cycle limite lorsque les charges sont égales; en effet, il a fallu réaliser avec le platine *recuit* 521 oscillations pour obtenir le cycle α, tandis que 51 oscillations avaient été suffisantes avec la platine *écroui*. En outre, le cycle limite-des-limites, qui est obtenu immédiatement avec le fil *écroui*, n'est réalisé pour le fil *recuit* qu'après avoir produit 40 surcharges.

Par conséquent, dans les expériences précédentes, les charges oscillatoires, qui étaient *relativement* faibles pour le platine *écroui*, devenaient *relativement* fortes pour le platine *recuit*.

Le cycle limite-des-limites est moins incliné vers la gauche pour le platine *recuit* que pour le platine *écroui*.

Les coefficients angulaires moyens sont:

Pour le platine *écroui*	0,77
Pour le platine *recuit*	1,00

Voici d'autres résultats obtenus en employant des charges sensiblement équivalentes relativement à la charge de rupture des fils.

Pour le platine *écroui*, se rompant entre 3.900 grammes et 4.000 grammes, nous avons employé comme charges oscillatoires: 500 grammes, 750 grammes, 1.000 grammes, 1.250 grammes et 1.500 grammes, et comme surcharge: 2.000 grammes.

Avec le platine *recuit* se rompant entre 1.300 grammes et 1.400 grammes, les charges ont été de 170 grammes, 280 grammes, 340 grammes, 400 grammes et 510 grammes, avec 680 grammes pour la surcharge.

Chacun des cycles se réduit sensiblement à une double ligne droite. (*Pl.* XI, *fig.* 2.)

Voici les résultats numériques :

74e Tableau.

Expérience du 29 septembre 1897	*Expérience du 5 octobre 1897*
PLATINE ÉCROUI.	PLATINE RECUIT.
LONGUEUR INITIALE : 598mm,618	LONGUEUR INITIALE : 602mm,412
Les différents cycles s'obtiennent après 5 ou 6 oscillations.	Il faut une douzaine d'oscillations pour réaliser les cycles.

CYCLES α

CHARGES	λ	CHARGES	λ
grammes		grammes	
500	0,00019	170	0,00036
750	0,00038	280	0,00018
1250	0,00080	400	0,00058
1500	0,00100	510	0,00071
1000	0,00058*	340	0,00053*
Coefficient angulaire moyen : 0,80		Coefficient angulaire moyen : 1,03	

CYCLES I

CHARGES	λ	CHARGES	λ
grammes		grammes	
1500	0,00108	510	0,00082
1250	0,00088*	400	0,00072*
750	0,00048*	280	0,00062*
500	0,00026	170	0,00050
1000	0,00068	340	0,00065
Coefficient angulaire moyen : 0,82		Coefficient angulaire moyen : 0,94	

CYCLES II

CHARGES	λ	CHARGES	λ
grammes		grammes	
1500	0,00110	510	0,00076
1250	0,00089*	400	0,00064*
750	0,00050*	280	0,00053*
500	0,00026	170	0,00044
1000	0,00068	340	0,00060
Coefficient angulaire moyen : 0,852		Coefficient angulaire moyen : 0,94	

La distance qui sépare les deux cycles α et I est un peu plus grande pour le platine *recuit* que pour le platine *écroui;* en

outre, les cycles du platine *recuit* sont un peu plus inclinés vers la gauche que les cycles du platine *écroui :* leurs coefficients angulaires sont plus grands.

Influence de l'intensité du recuit.

Deux fils de platine ont été recuits à des degrés différents. Le premier fil a subi l'action du courant de dix accumulateurs Tudor n° 3, et a été soumis à un refroidissement lent dans les conditions précédemment décrites ; le courant avait à traverser huit fils de platine semblables, tendus parallèlement sur les deux tiges de cuivre.

Le deuxième fil de platine a été soumis à l'action du même courant, mais ne traversant que quatre fils semblables ; l'intensité du courant, dans ce cas, est sensiblement double de l'intensité du premier courant : le recuit est donc plus considérable; mais ce dernier fil a été refroidi brusquement par l'interruption spontanée du passage du courant.

Résultats :

75e Tableau.

RECUIT **MODÉRÉ** *Expérience du 13 septembre 1898*		RECUIT **PLUS INTENSE** *Expérience du 20 septembre 1898*	
Nous produisons 200 oscillations de 0 gramme à 600 grammes.			
CHARGE INITIALE : 600 grammes.			
CHARGES OSCILLATOIRES : 600 gr., 700 gr., 800 gr., 900 gr., et 750 gr.			
SURCHARGE : 1000 grammes.			
LONGUEUR INITIALE : 593mm,372		LONGUEUR INITIALE : 608mm,262	
CYCLE α			
Obtenu après 521 oscillations doubles		Il faut 1000 oscillations doubles pour le réaliser	
CHARGES	λ	CHARGES	λ
grammes		grammes	
600	0,00962	600	0,01030
700	0,00954	700	0,01022
800	0,00943	800	0,01011
900	0,00933	900	0,01001
750	0,00948*	750	0,01016*
Coefficient angulaire moyen : 0,97		Coefficient angulaire moyen : 0,97	

75e Tableau *(suite)*.

CYCLE LIMITE-DES-LIMITES

atteint après l'application de 40 surcharges.		n'est pas encore réalisé après 114 surcharges.	
CHARGES	λ APRÈS 40 SURCHARGES	CHARGES	λ APRÈS 113 SURCHARGES
grammes		grammes	
900	0,02670	900	0,02520
800	0,02659*	800	0,02507*
700	0,02650*	700	0,02499*
600	0,02640	600	0,02488
750	0,02654	750	0,02501
Coefficient angulaire moyen : 1,00		Coefficient angulaire moyen : 1,06	
		CHARGES	λ APRÈS 114 SURCHARGES
		grammes	
		900	0,02521
		800	0,02512*
		700	0,02503*
		600	0,02493
		750	0,02509
		Coefficient angulaire moyen : 0,932	

En conséquence, plus le recuit est intense, plus il faut d'oscillations pour réaliser le premier cycle fermé : le cycle x. De même, pour obtenir le cycle limite-des-limites, le nombre des surcharges suivies d'oscillations est d'autant plus considérable que le fil a été plus recuit.

CHAPITRE II

Cas où l'on n'obtient plus de cycle.

Quand les charges avec lesquelles on opère sont voisines de celle qui détermine la rupture du fil, dans l'essai classique de traction, le phénomène prend une autre allure.

Il y a deux cas à considérer, selon que l'on emploie des charges très voisines ou des charges un peu éloignées de celle qui produit la rupture.

§ 1. — Charges peu voisines de la rupture.

AVEC DES CHARGES PEU VOISINES DE LA RUPTURE, LE POINT FIGURATIF PARCOURT, JUSQU'A LA RUPTURE DU FIL, DES COURBES FORMANT, VERS LA GAUCHE, DES BOUCLES **sinistrorsum.**

Dans ce cas, le point figuratif parcourt des courbes qui se coupent vers la gauche, de façon à former des boucles *sinistrorsum.* Les spires vont en se resserrant peu à peu au fur et à mesure qu'on produit des variations cycliques de la charge; puis, l'écartement de deux spires successives et la dimension de chaque boule demeurent très peu variables pendant un grand nombre d'oscillations au bout desquelles, en général, se produit la rupture.

Expérience du 27 octobre 1898.

Fil d'*argent* de 3 dixièmes de millimètre de diamètre.
La rupture directe se produit vers 1.500 grammes.
Charge initiale : 200 grammes.
Longueur initiale : $599^{mm},943$.

Charges oscillatoires : 600 grammes, 800 grammes, 1.000 grammes, 1.200 grammes et 900 grammes.

La durée d'action de chaque charge est de 30 secondes.

Nous produisons ainsi 229 oscillations doubles pendant une durée totale de 9 heures 32 minutes 30 secondes.

Voici quelques résultats numériques et graphiques (voir Planche XII) :

76e Tableau.

RANG des OSCILLATIONS	CHARGES TOTALES				
	600 grammes	800 grammes	900 grammes	1000 grammes	1200 grammes
2	7,123	7,603	10,432*	8,254	10,351
3	9,587	10,103	12,068*	10,687	12,293
4	11,259	11,800	13,272*	12,326	13,612
5	12,456	12,903	14,191*	13,527	14,557
6	13,442	13,893	15,074*	14,497	15,543
..	.....	......	....	......	......
40	26,107	26,627	27,182*	27,197	27,904
41	26,313	26,877	27,433*	24,427	28,206
42	26,587	27,143	27,653*	27,666	28,443
43	26,801	27,384	27,862*	27,901	28,632
44	27,041	27,594	28,064*	28,103	28,832
..	.....	......	....	......	......
85	34,013	34.553	34,972*	35,124	35.739
86	34,103	34.662	35,062*	35,229	35,864
87	34,249	34,772	35,182*	35,353	35,997
88	34,352	34,854	35,291*	35,449	36,131
89	34,449	34,997	35,399*	35,542	36,180
...	......	......	....	......	......
133	38,803	39,319	39,683*	39,877	40,497
134	38,842	39,395	39,807*	39,956	40,599
135	38,957	39,449	39,823*	40,026	40,699
136	39,023	39,562	39,949*	40,131	40,762
137	39,093	39,653	40,047*	40,223	40,827
...	......	......	....	......	......
184	6,442 (1)	7,084	7,373*	7,612	8,227
185	6,559	7,112	7,444*	7,647	8,223
186	6,577	7,107	7,479*	7,682	8,303
187	6,612	7,187	7,553*	7,744	8,373
188	6,704	7,261	7,598*	7,800	8,397
...	.....	......	....	.....	......
225	9,293	9,816	10,152*	10,353	10,941
226	9,324	9,835	10,229*	10,387	11,036
227	9,344	9,883	10,283*	10,473	11,058
228	9,438	10,003	10,353*	10,584	11,103
229	9,518	10,032	10,443*	10,588	11,187

(1) La lunette du cathétomètre a été déplacée.

On constate aisément que même dans les dernières oscillations, les boucles sont nettement accusées.

Nous arrêtons les observations après la 229e oscillation parce que le phénomène semble destiné à se reproduire longtemps encore, sans changement d'allure, comme le montre la courbe de la figure 1, Planche XIII.

Cette courbe représente les différences moyennes qui existent entre toutes les valeurs observées de deux oscillations consécutives.

Nous obtenons ces différences moyennes en prenant la moyenne des différences entre les longueurs observées sous l'influence des cinq charges des deux oscillations.

C'est ainsi que nous avons obtenu les différences moyennes suivantes :

77e Tableau.

ORDRE DES OSCILLATIONS	DIFFÉRENCES MOYENNES
Entre 2 et 3	2,195
» 9 » 10	0,5552
» 26 » 27	0,2374
» 44 » 45	0,2044
» 88 » 89	0,1016
» 136 » 137	0,0812
» 187 » 188	0,0656
» 228 » 229	0,0566

La courbe montre que la différence moyenne semble tendre vers une limite peu supérieure à zéro, de sorte que les spires successives tendent à devenir équidistantes, leur distance étant d'ailleurs fort petite.

Expérience du 23 octobre 1898.

Fil de *platine recuit* de 3 dixièmes de millimètre de diamètre.

Charge initiale : 600 grammes.

Longueur initiale : $602^{mm},319$.

Charges oscillatoires : 600 grammes, 800 grammes, 1.000 grammes, 1.200 grammes et 900 grammes.

Résultats :

78e Tableau.

RANG des OSCILLATIONS	CHARGES TOTALES				
	600 grammes	800 grammes	1000 grammes	1200 grammes	900 grammes
2	10,946	11,202	11,513	13,519	15,519*
3	15,034	15,346	15,629	18,098	18,899*
4	18,427	18,667	18,984	21,042	21,796*
5	21,355	21,652	21,914	23,263	24,707*
6	24,231	24,523	24,809	26,789	27,283*
..	......	......	......	......	....
76	11,908(1)	12,187	12,474	13,301	13,063*
77	12,579	12,879	13,177	13,779	13,682*
78	13,207	13,473	13,789	14,437	14,234*
79	13,764	14,065	14,383	15,006	14,827*
80	14,353	14,671	14,944	15,535	15,411*
...	......	......	......	......	....
138	34,689	34,997	35,311	35,801	35,549*
139	35,084	35,412	35,678	36,221	35,966*
140	35,482	35,797	36,103	36,678	36,443*
141	35,953	36,263	36,552	37,193	36,931*
142	36,447	36,736	37,076	37,593	37,357*
...	......	......	......	......	......
179	6,017(1)	6,299	6,678	7,382	7,028*
180	6,504	6,821	7,139	7,778	7,439*
181	6,892	7,314	7,608	8,083	7,857*
182	7,364	7,686	7,998	8,495	8,307*
183	7,811	8,133	8,463	8,954	8,693*
184	8,226	8,541	8,881	9,497	9,147*
185	8,656	8,973	9,295	9,812	9,556*
186	9,088	9,399	9,698	10,231	9,982*
187	9,494	9,784	10,118	10,608	10,382*
188	9,903	10,168	10,538	10,991	10,776*

(1) La lunette du cathétomètre a été déplacée.

Le chemin parcouru par le point figuratif est constamment le même, comme le montre la figure 2 de la Planche XIII.

Nous cessons les observations après la cent quatre-vingt-huitième oscillation, car les différences moyennes ne décroissent plus qu'avec une extrême lenteur (*Pl.* XIV, *fig.*1); le

phénomène peut donc se reproduire très longtemps sans changement d'allure.

79e tableau.

Différences moyennes calculées :

ORDRE DES OSCILLATIONS	DIFFÉRENCES
2 et 3	4,0614
14 et 15	1,0876
79 et 80	0,5738
142 et 143	0,438
179 et 180	0,455
187 et 188	0,390

Dans les expériences qui suivent, les opérations ont été poursuivies jusqu'à la rupture.

Expérience du 10 octobre 1898.

Fil d'*argent* de 3 dixièmes de millimètre de diamètre.

Longueur initiale sous la charge de 600 grammes : $599^{mm},260$.

Charges oscillatoires : 1.000 grammes, 1.200 grammes, 1.350 grammes et 1.150 grammes.

80e tableau.

Résultats en divisions du cathétomètre :

ORDRE des OSCILLATIONS	CHARGES TOTALES			
	1000 grammes	1200 grammes	1350 grammes	1150 grammes
2	13,058	13,634	24,713	24,499*
3	24,027	24,622	30,553	30,352*
4	29,901	30,483	33,151	32,843*
5	32,348	33,018	35,212	35,033*
6	34,616	35,229	37,422	37,082*
7	36,595	37,232	38,722	38,251*
8	37,823	38,454	39,732	39,335*
9	38,873	39,460	40,797	40,316*
...	......	......	......	......
125	24,803[1]	25,407	26,522	26,289*
126	25,896	26,455	27,513	27,323*
127	62,895	27,509	28,737	28,415*
128	27,937	28,579	29,478	29,505*
...	......	......	......	......
149	37,152	37,813	38,782	38,437*
150	39,782	38,611	39,652	39,267*
151	38,689	39,389	40,273	40,021*
152	39,518	40,174	41,121	40,846*
...	......	......	......	......
211	13,816[1]	14,483	15,533	15,237*
212	14,703	15,386	16,265	16,011*
213	15,563	16,195	17,123	16,893*
214	16,373	17,023	18,037	17,821*
...	......	......	......	......
249	26,598	27,399	28,249	27,743*
250	27,202	27,861	28,771	28,398*
251	27,853	28,613	29,476	29,058*
252	28,503	29,155	30,238	29,805*

[1] La lunette du cathétomètre a été déplacée.

Nous continuons les oscillations et nous observons pour la 253e oscillation :

1.000 grammes ..... 29^{d},242.
1.200 id. ..... 29^{d},913.
1.350 id. le fil se rompt.

(Voir *Pl.* XIV, *fig.* 2.)

Par la comparaison des longueurs du fil sous l'action des précédentes charges supérieures de 1.350 grammes, nous pouvons calculer *approximativement* quelle aurait été la longueur du fil sous la dernière charge de 1.350 grammes si le fil ne s'était pas rompu ; cette valeur représente la longueur *minimum* du fil au moment de la rupture.

C'est ainsi que nous avons trouvé pour l'observation au cathétomètre : $30^{d},5668$; ce qui correspond à une longueur totale de $744^{mm},980$.

L'allongement est donc de $145^{mm}720$, soit : 24,31 0/0.

Expérience du 31 octobre au 3 novembre 1898.

Fil d'*argent*.

Diamètre : $0^{mm}3$.

Longueur initiale sous la charge de 600 grammes : $600^{mm},167$.

Charges oscillatoires : 1.100 grammes, 1.250 grammes, 1.350 grammes et 1.200 grammes.

Toutes les charges agissent pendant 30 secondes.

81e tableau.

Résultats en divisions du cathétomètre :

ORDRE des OSCILLATIONS	CHARGES TOTALES			
	1100 grammes	1250 grammes	1350 grammes	1200 grammes
2	11,977	»	15,739	»
3	19,302	19,787	22,241	24,377*
4	24,143	24,656	26,671	27,953*
5	27,657	28,223	30,117	30,783*
6	30,480	30,971	32,243	33,196*
7	32,892	33,431	34,943	35,409*
8	35,084	35,557	36,934	37,351*
9	37,071	37,549	38,841	39,327*
10	39,027	39,526	40,507	40,814*
...	......	......	......	......
25	10,861(1)	11,339	12,253	12,199*
26	11,879	12,373	13,149	13,181*
27	12,879	13,354	14,251	14,270*
28	13,948	14,419	15,269	15,364*
29	15,065	15,571	16,534	16,637*
30	16,294	16,821	17,865	17,846*
31	17,571	18,031	19,333	19,276*
32	18,901	19,467	20,654	20,677*
33	20,371	20,842	21,963	21,992*
34	21,705	22,217	23,444	23,339*
35	23,043	23,543	24,653	24,594*
36	24,259	24,791	25,798	25,787*
37	25,506	25,998	27,048	26,857*
38	26,537	27,029	27,953	27,909*
...	......	......	......	......
49	35,889	36,339	37,056	36,919*
50	36,563	37,069	37,827	37,661*
51	37,339	37,789	38,532	38,364*
52	38,043	38,533	39,203	39,033*
53	38,709	39,202	39,989	39,721*
54	39,443	39,943	40,624	40,417*
...	......	......	......	......
65	15,382(1)	15,837	16,477	16,299*
66	15,902	16,510	17,202	16,917*
67	16,613	17,053	17,831	17,516*
68	17,204	17,682	18,452	18,117*
69	17,923	18,317	19,029	18,749*
70	18,431	18,971	19,727	19,459*
...	......	......	......	......
90	34,001	34,565	35,396	35,278*
91	34,973	35,446	36,338	36,206*
92	35,902	36,406	37,175	37,101*
93	36,734	37,296	38,079	38,014*
94	37,647	38,207	38,974	38,876*
95	38,527	39,043	39,817	39,717*
...	......	......	......	......
105	11,978(1)	12,530	13,287	13,088*
106	12,754	13,259	14,082	13,893*
107	13,559	14,057	14,823	14,709*
108	14,376	14,893	15,652	15,567*
109	15,226	15,739	16,441	16,351*
110	16,023	16,510	17,374	17,156*
...	......	......	......	......
119	23,071	23,582	24,331	24,077*
120	23,794	24,223	25,021	24,771*
121	24,487	25,054	25,862	25,620*
122	25,225	25,727	26,284	26,032*
123	25,909	26,381	27,095	26,861*
124	26,542	27,101	28,813	

(1) La lunette du cathétomètre a été déplacée.

Le fil se brise sous la charge de 1.350 grammes (voir *Pl.* XV).
Longueur du fil à cet instant : $743^{mm},588$.
Allongement : $143^{mm},421$, soit 23,89 0/0.

Dans les expériences précédentes qui, en somme, aboutissent toutes à la rupture du fil, nous voyons le point figuratif parcourir des courbes formant des boucles jusqu'à l'instant même de la rupture. Les spires, d'abord très écartées, se rapprochent ensuite peu à peu, et d'autant plus que les charges sont relativement plus faibles.

L'influence de la valeur des charges se manifeste également sur la forme des lignes descendantes ; ces lignes continuent à monter en s'inclinant vers la droite au début de la période de décharge quand les valeurs de ces charges sont relativement fortes.

Pour suivre le phénomène, il suffit d'examiner l'orientation de la ligne joignant le point figuratif sous la charge la plus forte et sous celle qui la suit immédiatement.

Dans l'expérience du *10 octobre 1898,* cette ligne descend constamment de droite à gauche.

Une fois seulement elle s'incline vers la droite, dans l'expérience du *27 octobre 1898,* ensuite elle descend rapidement de droite à gauche.

Dans l'expérience du *23 octobre 1898,* nous observons que cette ligne monte fortement de droite à gauche pendant un assez grand nombre d'oscillations.

Enfin, l'expérience du *31 octobre au 3 novembre 1898,* faite avec les charges relatives les plus fortes, est tout à fait caractéristique.

La ligne en question est tout d'abord fortement inclinée vers la droite jusqu'à la 25e oscillation ; à partir de cet instant jusqu'à la 35e oscillation, cette droite est sensiblement horizontale avec des alternatives de légère inclinaison vers la droite ou vers la gauche ; enfin, à partir de la 35e oscillation, l'inclinaison vers la gauche se maintient jusqu'à la rupture.

§ 2. — Charges très voisines de la rupture.

AVEC DES CHARGES TRÈS VOISINES DE LA RUPTURE, IL NE SE FORME PLUS DE BOUCLES. LES COURBES DESCENDANTES SE RELÈVENT PEU A PEU ET FINISSENT PAR S'INCLINER DE GAUCHE A DROITE.

Lorsque les charges deviennent très voisines de la rupture, le point figuratif parcourt des courbes qui se coupent à peine. Plus on s'approche de la rupture, plus les lignes s'écartent, et il arrive un moment, surtout avec les métaux très mous, comme le plomb, où il ne se forme plus aucune boucle; en même temps, le fil continue à s'allonger d'une manière permanente sous l'action des charges décroissantes.

Voici quelques exemples :

Expérience du 31 octobre 1898.

Fil d'*argent* de 3 dixièmes de millimètre de diamètre.

Charges oscillatoires: 1.200 grammes, 1.300 grammes, 1.350 grammes et 1.250 grammes.

Nous laissons agir les charges pendant 30 secondes.

82e Tableau.

Résultats en divisions du cathétomètre :

ORDRE des OSCILLATIONS	CHARGES TOTALES			
	1200 grammes	1300 grammes	1350 grammes	1250 grammes
2	9,188	9,679	13,819	15,707*
3	15,586	16,037	17,788	20,062*
4	19,899	20,338	22,069	23,500*
5	23,428	23,809	25,393	26,591*
6	26,437	26,879	28,229	29,126*
7	28,990	29,364	30,218	31,343*
8	31,200	31,571	32,671	33,383*
9	33,276	33,673	34,697	35,322*
10	35,211	35,587	36,662	37,225*
11	37,052	37,451	38,429	38,839*
12	38,683	39,087	39,899	40,120*

Puis, il a fallu déplacer la lunette du cathétomètre; nous avons profité de cette circonstance pour continuer à faire agir les charges oscillatoires sans effectuer les mesures. Nous étions à la charge supérieure de la seizième oscillation lorsque le fil s'est rompu. (Voir *Pl.* XVI, *fig.* 1.)

Expérience du 1er juillet 1899.

Fil d'*argent* de 3 dixièmes de millimètre de diamètre.

Ce fil a subi de nombreuses oscillations entre les charges 1.300 grammes et 1.350 grammes. Nous prenons alors comme charges oscillatoires : 1.300 grammes, 1.300 grammes, 1.370 grammes et 1.300 grammes.

Toutes les charges ont agi pendant 30 secondes.

83e Tableau.

Résultats en divisions du cathétomètre :

ORDRE des OSCILLATIONS	CHARGES TOTALES			
	1.300 grammes	1.300 grammes	1.370 grammes	1.300 grammes
2	4.448	4.883	7.305	8,563*
3	8,324	8,663	10,264	11,466*
4	11,152	11,471	12,577	13,881*
5	13.504	13.873	15,702	16,027*
6	15.718	16,062	17,331	18,046*
7	17,751	18,161	19,214	20,114*
8	19,844	20.202	21,258	21,957*
9	21,677	22.047	23.077	23,816*
10	23,491	23,854	24,623	25,473*
11	25,168	25.580	26,213	27,224*
12	26,884	27.229	28,148	28,961*
13	28,653	28,979	29,922	30,680*
14	30,329	30,737	31,763	

Nous allions réduire la charge à 1.300 grammes lorsque le fil s'est rompu.

A l'aide de ces résultats, nous avons tracé les courbes de la figure 2, Planche XVI.

Toutes les lignes (1.370 grammes — 1.300 grammes) montent de droite à gauche. Nous remarquons que cette ligne, pour la cinquième oscillation, est moins inclinée que les autres; d'autre part, nous avons noté que, pour la cinquième charge de 1.370 grammes, l'observation avait duré beaucoup plus longtemps que les autres; ce qui nous montre que la durée d'action des charges exerce une influence sur la forme des courbes.

Expérience du 1er au 3 octobre 1898.

Fil d'*argent* de 3 dixièmes de millimètre de diamètre.

Charges oscillatoires: 1.250 grammes, 1.300 grammes, 1.350 grammes et 1.300 grammes.

84e Tableau.

Résultats en divisions du cathétomètre :

ORDRE des OSCILLATIONS	CHARGES TOTALES			
	1250 grammes	1300 grammes	1350 grammes	1300 grammes
3	19,103	19,436	24,003	24,348*
4	24,157	24,483	26,721	27,029*
5	26,887	27,196	29,447	29,619*
6	29,453	29,691	30,935	31,138*
7	31,007	31,500	32,847	33,003*
8	32,905	33,128	34,513	34,826*
9	34,742	34,939	36,214	36,273*
10	36,163	36,372	37,509	37,748*
11	37,618	37,745	38,577	38,653*
12	38,529	38,668	39,385	39,536*
13	39,463	39,617	40,283	40,387*
14	40,177	40,462	41,152	41,486* (1)
15	8,481	8,838	10,227	10,253*
16	10,123	10,283	11,372	11,271*
17	11,178	11,354	12,055	12,155*
18	12,089	12,192	13,304	13,382*
19	13,231	13,379		

(1) Nous déplaçons la lunette du cathétomètre et nous continuons les observations.

Nous plaçons la charge de 1.350 grammes et le fil se rompt. (Voir *Pl.* XVI, *fig.* 3.)

Expérience du 3 octobre 1898.

Fil de *plomb* de 1 millimètre de diamètre.

Avec le fil de plomb, notre installation ordinaire ne pouvait convenir, car l'allongement est si rapide qu'il devient impossible de suivre le trait de repère avec la lunette du cathétomètre, qu'il faut déplacer constamment. En outre, la partie supérieure du fil s'écrase et la rupture se produit chaque fois au niveau de l'étau.

Nous nous sommes servi du support d'une balance de Joly. Le fil de plomb était placé verticalement devant le miroir et portait deux traits de repère; la partie supérieure du fil s'enroulait sur une tige horizontale et la partie inférieure soutenait un petit plateau.

Un observateur était placé devant chaque point de repère et s'efforçait de lire, aussi rapidement que possible, après l'application de chaque charge, la hauteur correspondante, en appréciant le dixième de millimètre. Un troisième observateur plaçait les poids dans le plateau.

Voici les longueurs observées :

85e Tableau.

CHARGES	LONGUEURS EN MILLIMÈTRES		
	1er OBSERVATEUR	2e OBSERVATEUR	DIFFÉRENCES
grammes			
600	459,2	7,0	452,2
1100	469,0	10,0	459,0
1200	473,0	10,9	462,1
1300	481,0	12,1	468,9
1400	485,0	15,0	470,0
1450	497,0	16,0	481,0
1500	504,0	18,0	486,0
1450	506,0*	18,4*	487,6*
1400	506,0	18,8	487,2
1450	507,5	19,1	488,4
1500	510,8	19,8	491,0
1450	512,0*	19,9*	492,1*
1400	512,25	20,0	492,25
1450	513,0	20,0	493,0
1500	515,25	20,7	494,55
1450	516,25*	21,0*	495,25*
1400	516,5	21,0	495,5
1450	517,25	21,0	496,25
1500	519,25	21,6	497,65
1450	520,25*	22,0*	498,25*
1400	520,25	21,9	498,35
1450	521,0	21,9	499,1
1500	522,5	22,2	500,3
1450	523,25*	22,5*	500,75*
1400	523,25	22,5	500,75
1450	524,25	22,8	501,45
1500	525,50	23,5	502,0
1450	525,75*	23,0*	502,75*
1400	527,0	24,0	503,0
1450	527,75	24,0	503,75
1500	529,25	24,0	505,25
1450	530,0*	24,1*	505,9*
1400	530,25	23,9	506,35
1450	530,50	24,1	506,40
1500	532,50	24,7	507,8
1450	533,25*	24,9*	508,35*
1400	533,5	25,0	508,5
1450	534,0	25,2	508,8
1500	535,25	25,6	509,65
1450	Le fil se rompt.		

Comme le montre nettement la figure 1 de la Planche XVII, il ne s'est formé aucune boucle et la longueur du fil n'a cessé de croître, même sous l'influence des charges décroissantes.

§ 3. — Influence de la durée du séjour des charges voisines de la rupture.

LES SPIRES SE RESSERRENT QUAND LE NOMBRE DES OSCILLATIONS AUGMENTE ET QUE LA DURÉE D'ACTION DES CHARGES DIMINUE.

Lorsqu'on produit des oscillations avec des charges voisines de la rupture, le point figuratif parcourt des courbes formant des spires qui vont en se resserrant au fur et à mesure qu'on s'approche du terme de l'opération. La durée du séjour des charges exerce une influence appréciable sur l'écartement de ces spires; c'est pour nous rendre compte de la valeur de cette influence que nous avons installé les expériences systématiques qui suivent :

1° Expérience du 4 janvier 1899.

Fil de *platine recuit n° 2.*
Diamètre : $0^{mm},3$.
Charge initiale : 600 grammes.
Nous oscillons avec les charges de 600 grammes, 800 grammes, 1.000 grammes, 1.200 grammes et 900 grammes, en faisant varier la durée d'action de ces charges, comme l'indique le tableau suivant :

86e Tableau.

Durée d'action des charges :

Pour les oscillations 1 à 4	30 secondes
5 à 7	1 minute
8 à 10	30 secondes
11 à 13	2 minutes
14 à 16	30 secondes
17 à 19	3 minutes

Avec les résultats numériques qui suivent, nous avons pu tracer les courbes de la figure 2, Planche XVII.

87e Tableau.

ORDRE des OSCILLATIONS	DURÉE d'action DES CHARGES	CHARGES					
		600 gr.	Différ.	800 gr.	1000 gr.	1200 gr.	900 gr.
1						11,013	11,717*
2		11,313	1,979	11,558	11,841	13,733	13,703*
3	30 secondes	13,292	1,450	13,577	13,808	14,784	15,103*
4		14,742	1,245	14,950	15,245	16,276	16,433*
5		15,987	2.710	16,252	16,583	17,913	19,283*
6	1 minute	18,697	2,460	19,053	19,266	20,822	21,622*
7		21,157	1,890	21,443	21,688	22,932	23,483*
8		23,047	0,887	23,301	23,613	24,018	24,458*
9	30 secondes	23,934	0,793	24,207	24,472	25,024	25,122*
10		24,727	0,665	24,937	25,357	25,831	25,899*
11		25,392	2,881	25,707	25,978	26,499	28,577*
12	2 minutes	28,273	2,466	28,511	28,892	29,554	31,079*
13		30,739	1,709	30,978	31,301	31,919	32,911*
14		32,448	0,495	32,713	32,989	33,599	33,318*
15	30 secondes	32,943	0,401	33,242	33,482	33,994	33,737*
16		33,344	0,318	33,632	33,897	34,378	34,189*
17		33,662	1,641	34,007	34,285	34,895	35,722*
18		35,303	2,183	35,622	35,787	36,493	37,903*
19	3 minutes	37,486	2,007	37,780	38,053	39,632	39,967*
20		39,493					

L'examen des résultats obtenus nous fournit les conclusions suivantes :

1° Dans chaque groupe d'oscillations, les spires vont en se resserrant de plus en plus, comme le montrent les différences qui existent entre les longueurs successives du fil sous l'action de la plus petite charge.

2° Quand la durée d'action des charges augmente, les

spires s'écartent et d'autant plus que le séjour des charges est plus prolongé. Cet écartement est parfois égal au rapprochement qui se produirait si la durée d'action des charges était constamment la même, comme nous l'avons vu antérieurement; dans ce cas, les spires deviennent équidistantes.

3° Dans chacun des groupes pris isolément nous observons que l'inclinaison vers la droite de la ligne (1.200 grammes-900 grammes) va en diminuant, comme le prouvent les coefficients angulaires moyens suivants :

88e Tableau.

COURBES		COEFFICIENTS ANGULAIRES MOYENS
1° Groupe de 1 minute	1re ligne.	0,457
	2e ligne.	0,267
	3e ligne.	0,184
2° Deuxième groupe de 30 sec.	1re ligne.	0,137
	2e ligne.	0,033
	3e ligne.	0,023
3° Groupe de 2 minutes	1re ligne.	0,693
	2e ligne.	0,508
	3e ligne.	0,333

4° L'inclinaison de cette ligne change d'un groupe à l'autre, et nous remarquons que lorsque la durée d'action des charges augmente, cette ligne a une tendance à s'incliner de plus en plus vers la droite.

Nous avons vu, au contraire, qu'en poursuivant des oscillations isochrones, cette ligne allait, de plus en plus, en s'inclinant vers la gauche. C'est d'ailleurs ce que nous observons dans notre expérience quand nous ne considérons que les groupes de 30 secondes.

1er Groupe de 30 secondes. — La ligne descend de gauche à droite.

2e Groupe de 30 secondes. — La ligne descend encore de gauche à droite.

3e Groupe de 30 secondes. — La ligne descend de droite à gauche.

2° Expérience du 6 janvier 1899.

Le fil précédent est soumis à l'action de charges plus fortes : 1.200 grammes, 1.250 grammes, 1.300 grammes et 1.250 grammes, en faisant varier la durée d'action des charges comme précédemment.

La Planche XVIII donne les courbes tracées à l'aide des résultats suivants :

89e Tableau.

ORDRE des OSCILLATIONS	DURÉE D'ACTION DES CHARGES	CHARGES				
		1200 gr.	Différences	1250 gr.	1300 gr.	1250 gr.
1		»		»	10,308	13,710*
2		13,599	6,863	13,702	18,379	20,528*
3	30 secondes.....	20,462	5,839	20,514	22,977	26,417*
4		26,301	4,620	26,402	28,558	31,027*
5		30,921	7,006	31,053	32,432	37,987*
6	1 minute.......	37,927		1,011(1)	2,061	7,759*
7		7,696	5,811	7,812	8,749	13,587*
8	30 secondes.....	13,567	2,363	13,633	14,330	16,051*
9		15,930	2,293	16,028	17,219	18,299*
10		18,223	2,324	18,226	20,306	20,568*
11	2 minutes......	20,547	8,119	20,591	21,759	28,703*
12		28,666	7,071	28,749	29,916	35,764*
13		35,737	1,422	35,809	36,993	37,413*
14	30 secondes.....	37,349	1,415	37,412	38,032	38,843*
15		38,764	1,545	38,872	39,743	40,384*
16		40,309(1)				10,252*
17	3 minutes......	10,144	8,405	10,249	11,657	18,589*
18		18,549	7,444	18,612	19,562	26,009*
19		25,993	1,268	26,052	26,883	27,325*
20	30 secondes.....	27,261	1,185	27,314	28,038	28,521*
21		28,446	1,135	28,516	29,407	29,666*
22		29,581		»	»	»

(1) Déplacement de la lunette du cathétomètre.

Ces résultats nous conduisent aux mêmes conclusions que précédemment.

1° Dans chacun des groupes, les spires vont en se resserrant.

2° Les spires s'écartent quand la durée d'action des charges augmente ; elles se resserrent dans le cas contraire.

Dans cette expérience, où les charges employées sont *relativement* plus fortes, ce phénomène est plus nettement accusé que dans l'expérience précédente.

3° L'inclinaison de la ligne (1.300 grammes-1.250 grammes) varie d'un groupe à l'autre. Cette ligne s'incline d'autant plus vers la gauche que la durée d'action des charges est moindre.

4° La même variation dans l'inclinaison de cette ligne s'observe dans chacun des groupes pris séparément.

Voici quelques exemples :

90e Tableau.

COURBES		COEFFICIENTS ANGULAIRES MOYENS
Deuxième groupe de 30 secondes.	1re ligne.	0,287
	2e ligne.	0,180
	3e ligne.	0,043
Groupe de 2 minutes	1re ligne.	1,157
	2e ligne.	0,974
Groupe de 3 minutes	1re ligne.	»
	2e ligne.	1,155
	3e ligne.	1,074

RÉSUMÉ ET CONCLUSIONS

Le travail précédent, qui est purement expérimental, nous a permis d'établir les faits suivants :

1° Dans des essais préliminaires, nous avons montré qu'un fil métallique soumis à l'action d'une charge constante, s'allonge très rapidement, et que cet allongement peut se prolonger longtemps si la charge est relativement forte. La vitesse d'allongement du fil diminue peu à peu et tend vers une limite qui n'est pas nulle (1).

Ce fait s'explique si l'on admet que le fil est affecté d'*hystérèsis* ou, en d'autres termes, éprouve des modifications permanentes; une foule de conditions interviennent qui, par leurs variations, déterminent des déformations permanentes dont l'effet est de produire sur le fil un allongement lent et progressif; c'est ce que nous avons démontré en produisant un déréglage systématique d'une de ces conditions : la valeur de la charge (2).

2° En faisant varier les charges entre deux limites, l'une supérieure et l'autre inférieure, nous avons produit ce que nous appelons des *variations cycliques* de la charge.

Ces variations déterminent des effets différents, suivant que les valeurs des charges sont éloignées ou voisines de celle qui produit la rupture du fil.

PREMIER CAS. — *Charges éloignées de la charge de rupture.*

Dans ce cas, les variations cycliques de la charge conduisent, au bout d'un certain nombre d'opérations, à la formation d'un

(1) V. p. 20 et Pl. I, fig. 3; Pl. II, fig. 1.
(2) V. p. 26 et Pl. II, fig. 2.

cycle fermé, c'est-à-dire que le point figuratif, qui a les charges pour abscisses et les longueurs pour ordonnées, décrit alors une courbe fermée.

Avant d'en arriver là, le point figuratif a parcouru une double série de courbes; les unes montent de gauche à droite, ce sont les lignes *ascendantes :* elles correspondent au passage de la charge de la valeur initiale à la valeur *maximum;* les autres descendent habituellement de droite à gauche : ce sont les lignes *descendantes,* qui s'obtiennent quand la charge passe de la valeur supérieure à la valeur inférieure.

Nous avons déterminé dans tous ses détails la forme du chemin parcouru par le point figuratif pendant qu'il trace les lignes ascendantes et descendantes.

Les ascendantes montent d'autant plus rapidement que la valeur des charges est plus forte et que leur durée d'action est plus considérable (1).

Les descendantes se relèvent d'abord sous l'influence des charges moindres que la charge supérieure, mais qui lui sont voisines, puis, au fur et à mesure que la valeur des charges diminue, ces courbes s'infléchissent et elles descendent ensuite régulièrement (2).

Ces lignes ascendantes et descendantes, en se croisant, forment des boucles d'abord multiples, ensuite simples, et le plus souvent *sinistrorsum* (3).

Les différentes spires ainsi formées sont d'abord très écartées; elles se resserrent ensuite de plus en plus, jusqu'à ce qu'on arrive à un premier état limite représenté par un cycle fermé qui est presque toujours *sinistrorsum.* La position et la forme de ce cycle varient avec la nature du fil et avec la valeur des charges; dans certains cas, il se réduit à une double ligne droite (4).

---

(1) V. p. 31 et Pl. III, fig. 3, 4 et 5; Pl. IV, fig. 1 et 2.
(2) V. p. 37 et Pl. IV, fig. 3 et 4; Pl. V, fig. 1.
(3) V. p. 42 et Pl. V, fig. 2, 3, 4 et 5; Pl. VI; Pl. VII, fig. 1.
(4) V. p. 50 et Pl. VII, fig. 3, 4 et 5; Pl. VIII, fig. 1 et 2.

L'état limite ainsi réalisé n'est pas rigoureusement fixe : ce cycle est plutôt un cycle *pseudo-limite*, car, en répétant un grand nombre de fois la variation cyclique de la charge, nous l'avons vu changer de forme et se déplacer très lentement (1).

De même si, après avoir réalisé le cycle limite, nous faisons agir une seule fois sur le fil une charge perturbatrice supérieure à la charge *maximum* et si nous recommençons, comme précédemment, les variations cycliques de la charge, nous produisons un nouvel état limite représenté par un cycle fermé différent du précédent et toujours situé plus haut que le premier (2).

En répétant l'action de ces surcharges perturbatrices, nous avons vu les cycles limites se déplacer peu à peu et tendre vers un état fixe que nous avons appelé cycle *limite-des-limites* (3).

Tout en se déplaçant, les cycles limites peuvent se déformer. Nous en avons vu qui, formés d'abord d'une seule boucle *sinistrorsum*, se sont transformés en des cycles à deux ou plusieurs boucles; ces boucles s'aplatissaient ensuite et disparaissaient en totalité ou en partie, de telle sorte que les cycles devenaient *dextrorsum* ou se réduisaient à une double droite.

La position des cycles limite-des-limites dépend de la nature des métaux, des valeurs relatives des charges et de celles des surcharges.

Nous avons constaté, d'une part, que pour des charges oscillatoires identiques, l'action de surcharges voisines produisait des cycles limite-des-limites presque identiques, mais que, si la surcharge augmentait de valeur, le cycle limite-des-limites se relevait et montait d'autant plus que la valeur de la surcharge était plus considérable (4).

D'autre part, les surcharges étant égales, nous avons cons-

---

(1) V. p. 58 et Pl. VIII, fig. 3.
(2) V. p. 60 et Pl. IX, fig. 1, 2 et 3.
(3) V. p. 67 et Pl. IX, fig. 4; Pl. X, fig. 1.
(4) V. p. 77 et Pl. X, fig. 3.

tathé que les valeurs des charges oscillatoires modifiaient naturellement la longueur des cycles limite-des-limites, mais qu'elles n'influaient pas sur leur position et leur direction. En outre, les variations cycliques très étendues de la charge produisaient toujours des cycles limite-des-limites se réduisant à une double ligne droite [1].

Enfin, nous avons montré que le cycle limite-des-limites ne représente pas non plus un état absolument définitif; en poursuivant longtemps les oscillations, nous l'avons vu se modifier et se déplacer très lentement [2].

3° Nous avons ensuite recherché l'influence que pouvait exercer, sur la position des cycles, le degré d'écrouissage ou de recuit des fils métalliques.

Il résulte de nos expériences que, toutes choses égales d'ailleurs, il faut un plus grand nombre de variations cycliques de la charge pour réaliser le cycle limite-des-limites avec un fil recuit qu'avec le même fil écroui, et que, de deux fils inégalement recuits, c'est celui qui a subi le recuit le plus intense qui exige le plus d'oscillations pour atteindre le cycle limite-des-limites [3].

Il est intéressant de comparer les résultats précédents à ceux qui ont été obtenus dans de semblables conditions par M. Marchis en soumettant le verre d'un thermomètre à mercure à des variations cycliques de la température [4].

Dans ses nombreuses recherches, M. Marchis a fait voir qu'en produisant des variations cycliques de la température d'un thermomètre entre des limites T_0 et T_1, par exemple $T_1 > T_0$, il obtenait un cycle limite qui n'était pas rigoureusement inva-

---

(1) V. p. 81 et Pl. XI, fig. 1.
(2) V. p. 82.
(3) V. p. 86 et Pl. XI, fig. 2.
(4) L. Marchis, *les Modifications permanentes du verre et le déplacement du zéro des thermomètres* (*Mémoires de la Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux*, 5e série, t. IV).

riable et que ce cycle pouvait se modifier et se déplacer très lentement quand on poursuivait les oscillations; ce qui se traduisait par l'ascension continue du point zéro du thermomètre (1).

Le cycle limite étant réalisé, M. Marchis a produit des perturbations en portant la température à un degré plus élevé, $T_2 > T_1$, puis il a de nouveau oscillé entre T_0 et T_1. Dans ces conditions, il a obtenu un nouvel état limite souvent différent du précédent (2).

Puis, en répétant les perturbations, les nouveaux cycles obtenus se sont superposés et se sont accumulés vers une limite désignée, par M. Marchis, sous le nom de *limite-des-limites* (3).

Enfin, M. Marchis a montré que cette limite-des-limites elle-même n'était pas absolument fixe et qu'elle pouvait se déplacer lorsqu'on multipliait les variations cycliques de la température (4).

DEUXIÈME CAS. — *Charges voisines de la charge de rupture.*

4° Lorsque toutes les charges oscillatoires sont relativement fortes, c'est-à-dire lorsqu'elles s'approchent de la charge capable de déterminer la rupture du fil, les variations cycliques de la charge ne produisent plus de cycle. Il y a deux cas à considérer, selon que les charges sont peu voisines ou très voisines de la charge de rupture.

A. Dans le premier cas, avec les charges peu voisines de la rupture, les courbes ascendantes et descendantes se coupent en formant, vers la gauche, des boucles *sinistrorsum*. Les spires, d'abord très écartées, vont en se resserrant de plus en plus jusqu'à ce que l'écartement, étant à peu près constant et les dimensions des boucles restant à peu près invariables, la

(1) L. Marchis, *loc. cit.*, p. 179 et suiv.
(2) L. Marchis, *loc. cit.*, p. 224 et suiv.
(3) L. Marchis, *loc. cit.*, p. 258 et suiv.
(4) L. Marchis, *loc. cit.*, p. 272 et suiv.

rupture se produise. Dans ce cas, nous pouvons suivre aisément la transformation des lignes descendantes en examinant l'orientation de la droite qui joint les points figuratifs sous la charge *maximum* et sous la charge qui la suit immédiatement. D'abord fortement inclinée vers la droite, cette ligne se relève peu à peu; elle devient ensuite horizontale pendant plusieurs oscillations et finalement elle s'incline de plus en plus vers la gauche [1].

B. 5° Avec des charges oscillatoires très voisines de la rupture, les courbes ascendantes et descendantes se coupent à peine, et les spires s'écartent de plus en plus à mesure que l'on se rapproche de la rupture. Il peut même arriver, avec les métaux très mous, comme le plomb, par exemple, que le fil s'allonge d'une manière permanente, même pendant les périodes de décharge [2].

6° Enfin, nous avons montré que la durée d'action des charges exerce également dans ce dernier cas une action notable sur l'écartement des spires; cet écartement est d'autant plus grand que la durée d'action des charges est plus considérable [3].

Les faits observés peuvent se résumer comme suit:

Essais préliminaires.

1° Sous l'influence d'une charge constante et à une température physiquement invariable, un fil peut s'allonger indéfiniment.

2° Le fil s'allonge plus rapidement quand on produit des oscillations entre une charge donnée et une charge moindre que sans oscillation.

---

(1) Voir p. 94 et Pl. XII; Pl. XIII; Pl. XIV; Pl. XV.
(2) Voir p. 103 et Pl. XVI; Pl. XVII, fig. 1.
(3) Voir p. 108 et Pl. XVII, fig. 2; Pl. XVIII.

Variations cycliques de la charge.

1° *Cas où l'on obtient un cycle.*

Le point figuratif parcourt des lignes ascendantes et des lignes descendantes qui se coupent en un ou plusieurs points.

Les boucles formées sont le plus souvent *sinistrorsum.*

Les spires se resserrent de plus en plus et les boucles s'allongent jusqu'à ce que l'on arrive à un état limite: le *cycle fermé* généralement *sinistrorsum.*

Ce cycle n'est pas fixe. Il peut se déplacer, notamment sous l'influence d'une surcharge.

Les cycles limites tendent vers un nouvel état limite: le *cycle limite-des-limites.*

La position des cycles limite-des-limites dépend surtout de la valeur des surcharges.

Les cycles limite-des-limites peuvent également se déplacer.

Ces divers cycles se réalisent plus rapidement avec les métaux *écrouis* qu'avec les métaux *recuits.*

2° *Cas où l'on n'obtient pas de cycle.*

Les variations cycliques de la charge conduisent à la rupture du fil.

A. *Charges peu voisines de la rupture.*

Les courbes forment des boucles *sinistrorsum* et les spires tendent à devenir équidistantes.

B. *Charges très voisines de la rupture.*

Plus de boucles.

Les lignes descendantes s'inclinent de plus en plus vers la droite.

Tels sont les résultats auxquels nous sommes arrivé dans le cours de notre travail.

Pouvons-nous, par une étude expérimentale de ce genre, parvenir à des lois simples pour les déformations que subissent les fils métalliques sous l'influence de la traction?

De nombreuses difficultés se présentent pour résoudre cette question ; envisageons les principales.

Une première difficulté provient de l'influence qu'exerce sur les résultats la durée du séjour des charges, influence mise en évidence par diverses expériences de notre thèse. Nous avons vu que le séjour prolongé des charges avait pour effet de relever le point figuratif et que cette action se prolongeait parfois pendant un temps très long.

Cette influence est impossible à éliminer, car on ne peut pas songer à lire la longueur du fil à l'instant même où se fait l'application de la charge; en outre, certaines de nos expériences semblent montrer que cette influence, à un moment donné, est simplement due à l'accumulation des petites déformations permanentes produites par les variations accidentelles des conditions extérieures. Dès lors, nous ne pouvons espérer soumettre cette action du temps à une formule, puisqu'elle dépend d'éléments qui demeurent essentiellement inconnus.

Cette première complication n'est pas la seule. Les tracés obtenus présentent souvent des boucles *dextrorsum*. Or, cela montre que la connaissance de la dilatation longitudinale qu'un fil a subie ne suffit pas à caractériser la modification qu'il a éprouvée, comme l'a démontré M. Duhem dans une communication faite à la Société des Sciences de Bordeaux [1].

Les recherches de M. Marchis sur les déformations permanentes du verre avaient déjà conduit MM. Duhem et Marchis à formuler le principe suivant :

Lorsqu'on se donne le volume spécifique V *et la tempéra-*

---

[1] P. Duhem, *Sur l'écrouissage* (*Procès-verbaux des séances de la Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux*, séance du 29 juin 1899).

ture T *d'une masse de verre, l'état de cette masse n'est pas entièrement défini; à ces variables, il faut en joindre une autre* X, *caractérisant le degré atteint, en cette masse de verre, par une certaine modification allotropique ou chimique.*

Bien que cette proposition concorde avec les vues d'un grand nombre de métallurgistes sur la trempe et l'écrouissage des métaux, elle n'est pas accueillie avec faveur par tous les physiciens; quelques-uns même voient dans l'adjonction de cette variable supplémentaire comme un subterfuge destiné à mettre d'accord avec les faits la théorie des déformations permanentes.

Nos essais viennent une fois de plus à l'appui de cette théorie, car l'introduction d'une nouvelle variable est, pour ainsi dire, forcée lorsqu'on veut interpréter nos expériences.

En effet, Clausius et J. Moutier ont montré que le travail externe effectué durant le parcours d'un cycle isothermique et non réversible est toujours positif; nous pouvons en conclure que ce cycle est toujours *sinistrorsum*, si l'état du fil ne dépend que de la température et de l'allongement qu'il a subi, sans qu'il y ait lieu de faire entrer en ligne de compte aucun changement allotropique ou chimique (1).

Or, dans nos expériences, quand nous soumettons les fils à des variations cycliques de la charge, nous observons parfois la formation de cycles *dextrorsum*. Dans l'une d'elles, pour laquelle nous avons poursuivi longtemps les oscillations, nous avons vu le cycle se modifier à la fois dans sa forme et dans sa position :

D'abord constitué par une seule boucle *sinistrorsum*, le

---

(1) Supposons :

1° Qu'à une température T, l'état d'un fil soit fixé, sans ambiguïté, par la connaissance de sa longueur L et de la valeur du poids tenseur P;

2° Qu'après une modification accomplie à la température constante, le point figuratif revienne à la même position dans le plan P O L.

Nous concluons que le fil reprend son état initial, de sorte qu'une courbe fermée, décrite à température constante, représente assurément un *cycle fermé* et isothermique.

Or, lorsqu'un système décrit un cycle fermé et non réversible et que dQ représente la quantité de chaleur dégagée pendant une modification élémentaire,

cycle s'est aplati et s'est réduit à une double droite, puis les branches se sont de nouveau écartées pour former une seule boucle *dextrorsum;* le cycle a pris ensuite la forme d'une double boucle dont l'une, *sinistrorsum,* correspondait aux faibles valeurs du poids tenseur; enfin, la boucle *dextrorsum* s'est aplatie et a disparu complètement tandis que la boucle

---

accomplie à la température absolue T, nous savons, en appliquant l'axiome de Clausius, que nous avons pour le cycle entier :

$$\int \frac{dQ}{T} > 0.$$

Si le cycle est isothermique, T est une constante, et nous pouvons écrire cette inégalité :

$$\frac{1}{T}\int dQ > 0,$$

ou bien, puisque la température absolue T est essentiellement positive,

(1) $$\int dQ > 0 \text{ ou } Q > 0,$$

Q, étant la quantité totale de chaleur dégagée durant le parcours du cycle.

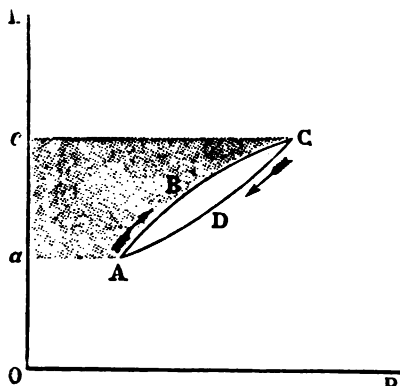


Fig. 5.

Mais le principe de la conservation de l'énergie appliqué à un cycle fermé, donne l'égalité :

$$EQ = \mathfrak{G}.$$

E, étant l'équivalent mécanique de la chaleur et $\mathfrak{G}$ le travail accompli par les forces extérieures.

Donc, puisque E et Q sont positifs, l'inégalité (1) peut s'écrire :

$$\mathfrak{G} > 0,$$

ce qui donne le *théorème de J. Moutier :*

Lorsqu'un système a parcouru un cycle isothermique non réversible, sous l'action de certaines forces, le travail effectué par ces forces est positif.

Dans le cas qui nous occupe :

$$\mathfrak{G} = \int P\,dL,$$

l'intégrale s'étendant au cycle entier.

Supposons que celui-ci soit *dextrorsum* et représenté par la boucle ABCDA (*fig.* 5).

Nous aurons

$$\int P\,dL = \text{aire } aABCc - \text{aire } cCDAa$$

$$= -\text{ aire } ABCDA.$$

Par conséquent, le travail effectué par les actions extérieures serait *négatif* contrairement au théorème de J. Moutier.

sinistrorsum grandissait jusqu'à ce que la courbe fût de nouveau formée d'une seule boucle *sinistrorsum* (1).

L'existence de ces cycles en entier *dextrorsum* ou présentant des boucles, ne peut s'expliquer qu'en adjoignant aux deux variables primitives : la charge et la longueur du fil, une troisième variable représentant une certaine modification allotropique ou chimique subie par le fil pendant le cours du travail ; c'est cette variable que nous nommons *écrouissage*.

Dans ces conditions, on comprend qu'une modification puisse ramener le fil à sa longueur initiale et être représentée dans un plan par une courbe fermée, sans que celle-ci constitue un cycle ; car la valeur de l'*écrouissage* peut n'être pas la même au commencement et à la fin de la modification bien que le poids tenseur et la longueur reprennent leurs valeurs primitives.

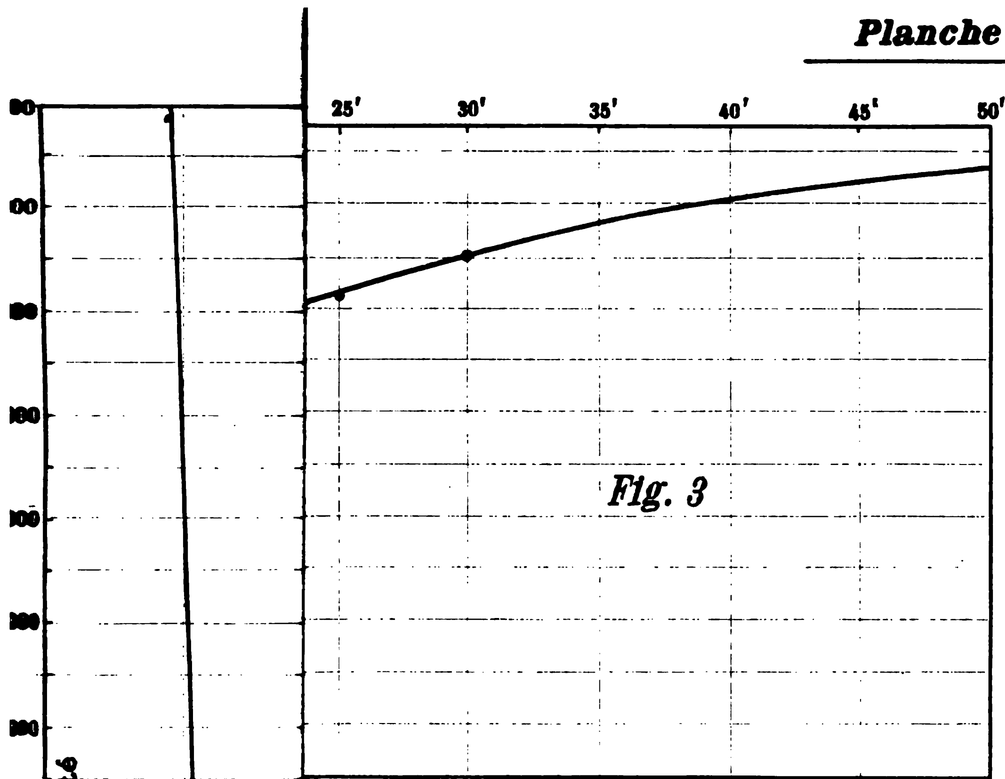
Les faits que nous avons observés ne sont donc pas simples ; ils résultent de la superposition de deux espèces de modifications permanentes, comme M. Marchis l'a déjà montré pour les modifications du verre.

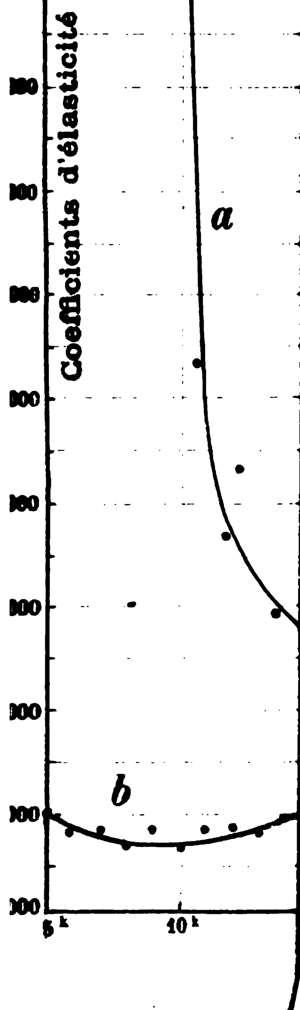
Nous ne pouvons donc, par l'expérience seule, découvrir les lois élémentaires des déformations permanentes des fils métalliques, mais seulement fournir des contrôles aux théories.

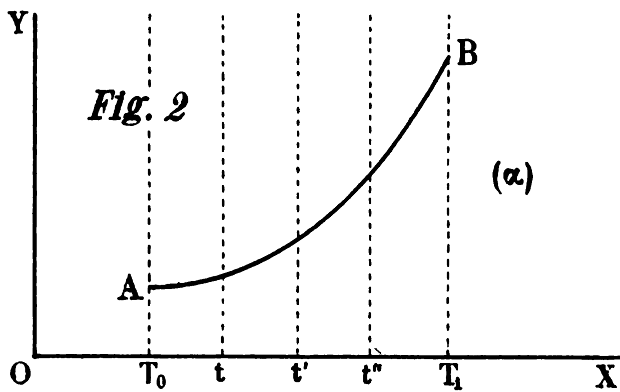
---

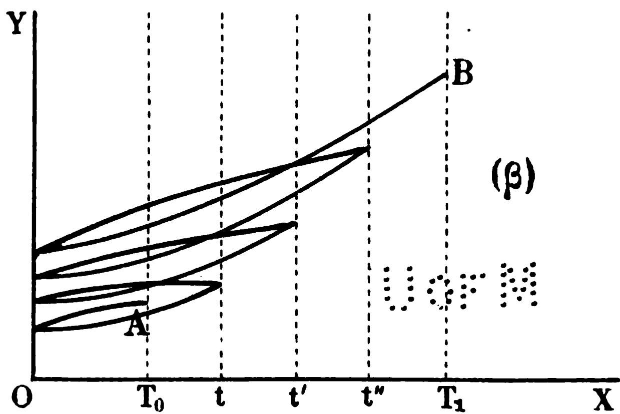
(1) Voir p. 318 et Pl. VIII, fig. 3.

Planche I


25'
30'
35'
40'
45'
50'
Fig. 3


Coefficients d'élasticité
a
b
5k
10k


Fig. 2
Y
B
(α)
A
O
T_0
t
t'
t"
T_1
X


Y
B
(β)
A
O
T_0
t
t'
t"
T_1
X

SUR LES VARIATIONS PERMANENTES

DE

RÉSISTANCE ÉLECTRIQUE

DES

FILS D'ALLIAGE PLATINE-ARGENT

Soumis à des variations de température.

Par M. H. CHEVALLIER

Préparateur de physique à la Faculté des Sciences,
Professeur d'Électricité industrielle à l'École supérieure d'Industrie
et à la Société Philomathique de Bordeaux.

INTRODUCTION

On sait depuis longtemps que l'échauffement des conducteurs métalliques augmente leur résistance électrique.

En représentant par R_0 la résistance d'un conducteur métallique à la température T_0, lorsqu'on élève de T_0 à T_1 la température de ce conducteur sa résistance augmente et devient R_1. Le rapport

$$\alpha = \frac{R_1 - R_0}{R_0(T_1 - T_0)}$$

qui caractérise cette augmentation de résistance est appelé *coefficient moyen de température entre* T_0 *et* T_1. Les valeurs du coefficient α pour les métaux et les alliages usuels ont été déterminés par un grand nombre d'expérimentateurs, notamment par Edmond Becquerel, Matthiessen, Siemens, de la Rive, Lenz, Arndtsen, Benoit, Dewar et Fleming.

Voici quelques nombres empruntés au mémoire de Dewar et Fleming (1).

NATURE DU CONDUCTEUR	RÉSISTANCE A 0° EN MICROHMS-CENTIMÈTRE	COEFFICIENT DE TEMPÉATURE, A 15°
Platine	10,95	0,0035
Argent	1,468	0,0040
Cuivre	1,561	0,0043
Fer	9,065	0,0062
33 platine, 66 argent	31,582	0,00024
90 platine, 10 rhodium	21,142	0,0014
90 platine, 10 iridium	30,896	0,000822

L'augmentation de la résistance électrique des conducteurs métalliques qu'on chauffe et leur diminution de résistance lorsqu'on les laisse refroidir, est un phénomène relativement simple et qui est très nettement observable dans les cas où les conducteurs n'ont subi pendant l'échauffement de T_0 à T_1 et pendant le refroidissement de T_1 à T_0 aucune modification d'état physique.

Il n'en est pas toujours ainsi; le plus souvent la variation de température *trempe* ou *recuit* le métal et fait subir à son état une *modification permanente* qui se traduit par une modification de ses propriétés physiques et en particulier de sa conductibilité électrique.

Considérons un corps capable de subir des modifications permanentes et soit R_0 sa résistance à la température T_0; chauffons-le à la température T_1, sa résistance augmente et devient R_1; ramenons-le à la température T_0, sa résistance diminue et prend une valeur R'_0 différente de R_0; l'expérience montre que la différence $R'_0 - R_0$ est souvent très notable.

Edmond Becquerel (2) a constaté le premier que l'écrouissage

(1) Dewar et Fleming, *Phil. Mag.*, 5e série, t. XXXVI, p. 299 (1893).

(2) R. Benoit, *Recherches expérimentales sur la résistance électrique des métaux et sa variation sous l'influence de la température*, thèse, Paris (1873).

augmente la résistance des métaux et que le recuit la diminue.

Carl Barus (1) a observé qu'on pouvait, par la trempe, tripler la résistance d'un fil d'acier.

De plus, en recuisant le fil à une température peu élevée, on fait subir à sa résistance une variation permanente appréciable.

Un fil d'acier trempé dont la résistance, mesurée à 0°, avait pour valeur

$$R_0 = 0^{\omega},000039.$$

ayant été maintenu pendant trois heures à la température de 100°, sa résistance, mesurée de nouveau à 0°, devint

$$R'_0 = 0^{\omega},000031.$$

La même expérience répétée à 185° donna les résultats suivants :

$$R_0 = 0^{\omega},000039.$$
$$R'_0 = 0^{\omega},000023.$$

A 330°, on obtint

$$R_0 = 0^{\omega},000038$$
$$R'_0 = 0^{\omega},000017.$$

Ces chiffres montrent que le recuit diminue la résistance de l'acier.

M. Le Châtelier (2) a repris les expériences de Barus en faisant varier la température de la trempe du fil d'acier et la composition de ce fil.

Le tableau suivant contient les résultats qu'il a obtenus. Il montre que les aciers au tungstène subissent par la trempe une plus faible variation de résistance que les aciers carburés et les aciers au chrome.

---

(1) Carl Barus, *U. S. Geological Surwey*, t. XIV, p. 20. — *Phil. Mag.* (1888). t. XXVI, p. 397. — Voir aussi : Osmond, *Lumière électrique* (1892), t. XLVI, p. 93

(2) Le Châtelier, *C. R.*, t. CXXVI, p. 1782 (1898).

TEMPÉRATURE de la TREMPE	RÉSISTANCE DES DIVERS ÉCHANTILLONS A 15° APRÈS LA TREMPE								
	ACIERS CARBURÉS		ACIERS AU TUNGSTÈNE				ACIERS AU CHROME		
	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX
710°	1,0	1,0	»	»	»	»	»	»	»
720	»	»	»	»	»	1,0	»	»	»
730	»	»	»	»	1,4	1,3	»	»	1,3
740	1,3	1,3	»	»	»	»	1,0	»	»
750	»	»	»	1,2	»	»	»	»	»
760	»	»	1,0	»	»	»	»	»	»
780	»	»	»	»	1,6	»	»	1,3	»
800	»	»	1,4	1,4	»	»	1,3	»	»
810	2,1	1,6	»	»	»	»	»	»	»
820	»	»	»	»	»	»	1,5	»	»
850	2,2	2,1	1,5	»	1,7	1,4	»	»	1,5
950	»	3,0	»	»	»	»	»	»	»
1000	2,2	»	»	»	»	»	»	»	»
1100	»	»	1,8	1,8	2,0	2,2	2,1	3,1	3,0

Voici la composition de ces divers échantillons :

ÉLÉMENTS CONSTITUANTS	ACIERS CARBURÉS		ACIERS AU TUNGSTÈNE				ACIERS AU CHROME		
	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX
	p.100	p.100	p.100	p.100	p.100	p.100	p.100	p.100	p.100
Carbone..........	0,84	1,13	0,6	0,55	0,76	1,1	0,5	0,82	1,07
Tungstène.........	»	»	5,0	2,9	2,7	2,7	»	»	»
Chrome...........	»	»	»	»	»	»	2,5	2,8	2,4
Silicium...........	»	»	0,02	0,2	0,3	0,32	0,27	0,27	0,36
Manganèse.........	»	»	0,3	0,4	0,44	0,38	0,23	0,21	0,21

Des phénomènes analogues se produisent dans les fils métalliques abandonnés à eux-mêmes. Leur résistance varie avec le temps sans cause apparente.

Les premiers étalons (1) de résistance électrique construits

(1) Armagnat, *Instruments et méthodes de mesures électriques industrielles*, p. 201.

par l'Association britannique avec des fils de platine pur ou avec des alliages de platine et d'argent, de platine et d'iridium, d'or et d'argent, ont présenté entre eux, au bout de quelques années, des variations de plus de 0,1 p. 100.

Des étalons [1] en manganine ou en constantan mis en service en Allemagne en 1891-92 ont présenté en 1894 les variations suivantes :

La résistance de 25 étalons avait varié de 0,01 p. 100
— de 13 — — de 0,02 p. 100
— de 5 — — de 0,05 p. 100
— de 2 — — de 0,25 p. 100

M Armagnat a constaté [2] que la résistance des étalons augmentait toujours avec le temps : l'augmentation de résistance, rapide au début, devenait ensuite de plus en plus lente.

Barus [3], au contraire, a constaté pour les fils d'acier trempé que la résistance diminuait avec le temps. Voici les chiffres qu'il a obtenus :

DATE	RÉSISTANCE DU FIL
Juin 1885.........	ω 0,000046
Juillet 1888.......	0,000042
Septembre 1897...	0,000039

Ces résultats ne sont nullement contradictoires puisqu'ils sont relatifs à des métaux de nature différente, mais ils montrent combien ce phénomène est complexe.

Nous avons entrepris, à la Faculté des sciences de Bordeaux, une série de recherches systématiques en vue d'étudier

(1) Lamotte, *Les étalons de résistance électrique de la Reichsanstalt* (*Eclair. élect.* (1896), t. VII, p. 245).
(2) Armagnat, *loc. cit.*, p. 202, 204.
(3) Barus, *Phil. Mag.* (1897), vol. XLIV, p. 468.

l'influence des variations de température sur les modifications permanentes de la résistance des alliages de platine et d'argent.

Ce travail est purement expérimental et nos expériences ont été instituées sans préoccupations théoriques; toutefois les indications que M. Duhem [1] a bien voulu nous donner, nous ont été d'un très grand secours.

Plusieurs ouvrages signalent l'existence d'un alliage ayant comme composition :

Platine........................	66 p. 100
Argent........................	33 p. 100

et indiquent les valeurs de ses constantes électriques. Ni en France ni à l'étranger nous n'avons pu nous procurer le plus petit échantillon de cet alliage. Un des plus importants affineurs de métaux précieux de Paris [2] a même essayé à plusieurs reprises de l'obtenir pour nous, sans y réussir. Lorsqu'on veut allier le platine et l'argent dans ces proportions, l'argent se volatilise en présence de l'excès de platine fondu et on obtient une masse non homogène. Cet alliage paraît donc irréalisable.

On trouve couramment dans le commerce [3] des alliages plus riches en argent et dont la composition est comprise entre les deux limites suivantes :

1° Platine...	33 p. 100	2° Platine....	25 p. 100
Argent...	66 p. 100	Argent....	75 p. 108

Ces alliages sont inoxydables.

Ils subissent, avec les variations de température, des modifications permanentes tellement grandes qu'on a dû renoncer

(1) Duhem, *Sur les déformations permanentes et l'hystérèsis* (5e mémoire) (*Mémoires de l'Académie de Belgique*, in 4°, t. LVI).

(2) MM. Desmoutis et Lemaire, 56, rue Montmartre, Paris.

(3) MM. Contenau et Godart, 7, rue du Bouloi, Paris. — Comptoir Lyon-Alemand, 13, rue de Montmorency, Paris. — W. C. Heraeus, à Hanau.

à leur usage pour la construction des étalons de résistance; ces variations peuvent atteindre 0,8 p. 100. Cette particularité les désigne tout spécialement pour démêler les lois des variations permanentes de la résistance.

Enfin leur emploi dans la construction des voltmètres à dilatation (genre Cardew) rend leur étude particulièrement intéressante.

Toutes nos expériences ont porté sur un lot de fils très homogène, dont les constantes électriques sont :

Résistance spécifique à 0° en microhms centimètre. $\rho_0 = 28$
Coefficient moyen de température vers 10°........ $\alpha = 0,00024$

et dont voici la composition chimique, d'après une série d'analyses faites par nous, sous la direction de M. Vèzes, dans son laboratoire à la Faculté des sciences, et par M. Biaut, au laboratoire de chimie de l'École de commerce et d'industrie.

Platine....................	32 p. 100
Argent....................	67 p. 100

Impuretés : Traces de fer et de cuivre.

Nos recherches ont été effectuées au laboratoire de physique expérimentale de la Faculté des sciences, où M. Gossart a bien voulu mettre à notre disposition une partie de ses locaux et de ses crédits. Nous le remercions bien sincèrement de tout ce qu'il a fait pour nous.

M. Duhem nous a manifesté, au cours de ce travail, le plus bienveillant intérêt. Nous avons toujours trouvé en lui un conseiller sûr et éclairé. Nous ne saurions trop lui témoigner notre gratitude.

M. Marchis nous a aussi donné de précieuses indications, ce dont nous le remercions.

Au mois de février 1900, la mise en exploitation du réseau de tramways électriques de Bordeaux-Ville est venue troubler et interrompre notre travail. Pour protéger nos appareils de mesures contre l'influence perturbatrice des courants d'alimentation du réseau, nous avons été obligé, non seulement de

les entourer avec des écrans magnétiques (1), mais encore de nous éloigner du laboratoire de physique expérimentale (2) et de transporter nos appareils dans un local moins rapproché des feeders d'alimentation du réseau de tramways électriques.

M. Paris a bien voulu nous donner asile dans une des salles du Musée d'archéologie de la Faculté des lettres, et nous permettre d'installer nos appareils au milieu des statues et des bas-reliefs. Nous lui adressons nos plus vifs remerciements.

(1) H. Chevallier, *Les tramways électriques et les galvanomètres sensibles* (*Proc. verb. Soc. Sc. phys. et nat. de Bordeaux*, mai 1900. — *Bull. Soc. Int. Elect.* novembre 1900).

(2) Une des lignes les plus centrales du réseau passe à une distance d'environ 40 mètres des laboratoires de physique de la Faculté.

PREMIÈRE PARTIE

Méthodes expérimentales.

CHAPITRE Ier

Installation des appareils de mesure.

---

§ 1. — *Montage des fils sur leur support.*

Les fils d'alliage platine-argent, soigneusement calibrés à la filière, étaient étirés jusqu'à ce que leur diamètre fût réduit à :

$$d = 0^{mm},62.$$

Au moyen d'un palmer donnant le $\frac{1}{100}$ de millimètre, on choisissait, sur toute la longueur du fil, une zone de section sensiblement uniforme, et on coupait, dans cette zone, une longueur de fil égale à 115 centimètres, ce qui correspondait à une résistance très peu supérieure à 1 ohm.

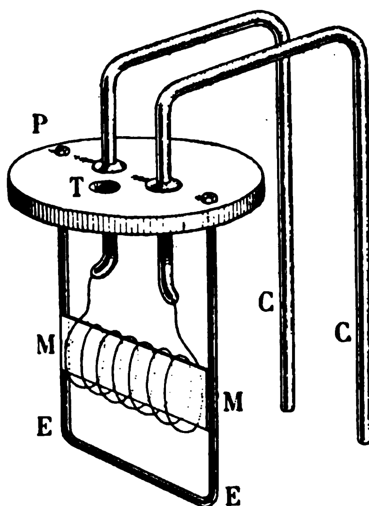


FIG. 1.

Le fil, enroulé en hélice à axe horizontal, était ensuite placé sur un support constitué par une lame de mica MM passant à l'intérieur de l'hélice et l'empêchant de fléchir (*fig.* 1).

Les extrémités du fil métallique étaient soudées, au moyen d'un alliage peu fusible de

plomb et d'étain, à deux gros conducteurs en cuivre rouge CC ayant 11 millimètres de diamètre et 50 centimètres de longueur.

Un plateau P en ébonite, d'environ 1 centimètre d'épaisseur, fixé d'une part aux tiges de cuivre, et d'autre part à la lame de mica par l'intermédiaire d'un étrier E E en laiton, immobilisait les diverses parties de l'appareil, et assurait l'isolement électrique du fil et des conducteurs.

Les mesures de résistance devant être effectuées au pont de Wheatstone par comparaison avec un ohm étalon, il importait, pour se placer dans les conditions de plus grande sensibilité du pont, de rendre la résistance du fil d'alliage aussi voisine que possible de celle de l'étalon. Pour atteindre ce but on a progressivement réduit la longueur du fil, centimètre par centimètre, refaisant chaque fois la soudure, et procédant à un nouvel étalonnage. Après deux ou trois opérations semblables le résultat désiré était sûrement atteint.

§ II. — *Mode de chauffage des fils.*

Pour pouvoir chauffer le fil à des températures pouvant atteindre et dépasser 200° et 250°, il ne fallait pas songer à l'immerger dans un bain liquide, ce qui aurait eu pour effet de détériorer le fil et de faire sauter les soudures.

Le seul moyen commode et pratique était de laisser le fil à l'air libre et de le chauffer en le faisant traverser par un courant électrique d'intensité connue; c'est ce procédé de chauffage qui fut adopté.

La figure 2 représente le schéma du montage de l'appareil. Le courant était fourni par une batterie B d'accumulateurs Tudor, en excellent état, pouvant débiter facilement 12 à 14 ampères sous 30 volts pendant quatre ou cinq heures, sans subir de baisse de voltage appréciable.

Un premier rhéostat R_1 constitué par un groupe de lampes à incandescence, montées en quantité dans le circuit, per-

mettait d'effectuer un réglage approximatif du débit en ligne.

Un rhéostat à curseur R_2, constitué par un fil de platine de longueur variable, servait à parfaire le réglage de l'intensité.

Ce dispositif permettait de faire varier le débit de la batterie suivant les besoins des expériences.

L'ampèremètre était constitué par un gros fil en maillechort MN, dont la résistance, mesurée avec soin, était égale à $0^{\omega},1$; ce fil shuntait un voltmètre de précision V, type

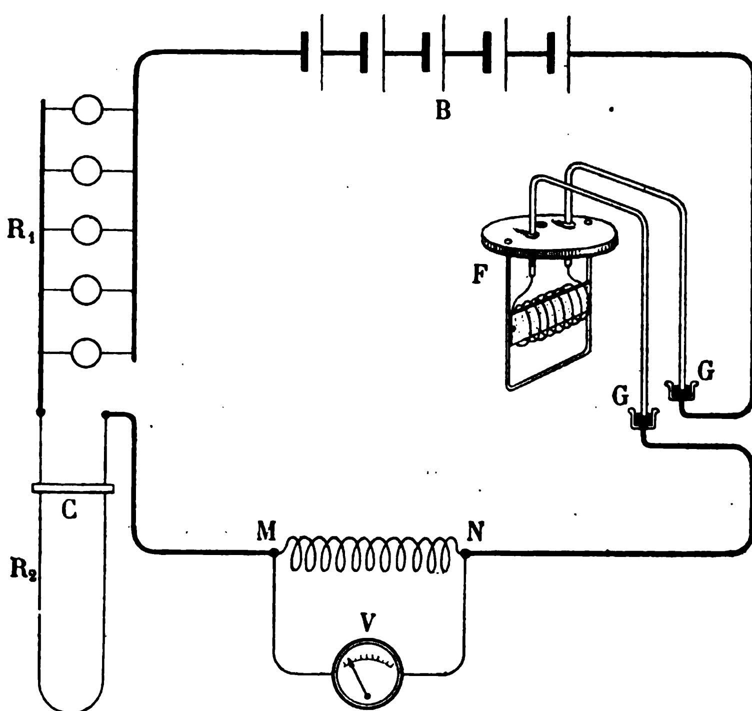


Fig. 2.

Chauvin et Arnoux, gradué de 0 à $1^v,5$ en centièmes de volt, ce qui permettait de connaître très exactement l'intensité du courant de ligne.

Le fil d'alliage F était intercalé en circuit au moyen de deux godets G, G remplis de mercure.

CHAPITRE II

Mesure des températures.

Il était essentiel de connaître la température T à laquelle le fil était porté lorsqu'il était parcouru par un courant d'intensité I.

La méthode suivante nous a semblé particulièrement pratique pour résoudre ce problème (1).

Il est facile de déterminer la loi de variation de la résistance R du fil avec la température T :

$$R = f(T)$$

On peut aussi déterminer la loi de variation de la résistance R du fil en fonction de l'intensité I du courant qui le parcourt :

$$R = f_1(I)$$

De ces deux équations, on déduit la relation cherchée :

$$T = F_2(I)$$

§ I. — *Étude de la relation* R = f(T).

Voici comment nous avons opéré pour établir la première relation.

On plaçait le fil d'alliage dans une capsule en porcelaine contenant deux litres environ d'un bain liquide; un thermomètre Θ indiquait la température du bain, et un tube en verre

(1) La méthode du bolomètre et celle de la pince thermoélectrique ne sont pas d'un emploi commode pour ce genre de recherches.

effilé amenait dans le liquide un courant d'air sous pression, destiné à l'agiter et à uniformiser sa température.

L'appareil était placé sur un fourneau à gaz, et deux longs fils de cuivre reliaient le fil d'alliage avec un pont de Wheatstone, type Carpentier, à 36 bobines, placé dans une salle voisine et donnant facilement le $\frac{1}{10000}$ d'ohm. Deux godets en cuivre soudés aux grosses tiges CC de l'appareil (*fig.* 1) étaient remplis de mercure et permettaient à un cavalier en cuivre bien amalgamé de mettre en court circuit le fil d'alliage. Après avoir fait une première mesure de résistance, on mettait le fil en court circuit au moyen du cavalier, et on faisait une seconde mesure, ce qui permettait d'éliminer la résistance du circuit extérieur.

Une première série de mesures a été faite dans la glace fondante, à 0°.

Une seconde série, de 10° à 50°, a été faite en immergeant le fil dans de l'huile de vaseline pure.

Une troisième série, de 60° à 250°, a été faite avec de la paraffine jaune, c'est-à-dire brute et ne contenant aucune trace d'acide sulfurique.

Dans des expériences analogues (¹), Dewar et Fleming avaient utilisé :

De l'alcool, de 0° à 20°;

De la paraffine ou de la glycérine, de 20° à 100°.

Une série d'expériences faite avec de l'eau n'a donné que des déboires à cause des dépôts qui se formaient à la surface du fil; avec la vaseline et la paraffine, au contraire, les nombres obtenus étaient très concordants.

Lee mesures n'ont pas pu être continuées au delà de 250°; à ces températures élevées le liquide du bain commence à charbonner, les soudures des fils peuvent sauter et la limite de graduation du thermomètre Θ est près d'être atteinte.

(¹) Dewar et Fleming, *Philos. Mag.*, 5ᵉ série, t. XXXIV, p. 326 (1892), 1ᵉʳ mémoire.

Le thermomètre Θ au moyen duquel on évaluait la température du bain était un thermomètre ordinaire à mercure, gradué de — 20° jusqu'à 310° et qui avait été vérifié([1]) avec le plus grand soin, dans la glace fondante à 0°, dans la vapeur d'eau à 100°, dans la vapeur de naphtaline à 218°.

Pour effectuer une mesure, on portait le bain à une température supérieure à celle des mesures, puis on baissait ou on éteignait le feu, de façon à avoir un refroidissement lent.

Un aide agitait le liquide pendant quelques minutes, faisait les lectures thermométriques et introduisait dans les godets le cavalier de court circuit. Pendant ce temps l'opérateur faisait les deux mesures et en déduisait, par différence, la valeur de la résistance R à T°.

Voici les chiffres relatifs à une des meilleures séries de mesures :

NATURE DU BAIN	TEMPÉRATURE T	RÉSISTANCE R
Glace fondante.....	0°	ω 1,0721
Vaseline...........	63	1,0885
—	52	1,0856
—	37	1,0816
—	30	1,0796
—	13	1,0752
Paraffine..........	246	1,1412
—	239	1,1392
—	196	1,1262
—	179	1,1212
—	173	1,1192
—	130	1,1073
—	120	1,1043
—	91	1,0964
—	84	1,0944
—	69	1,0904
—	66	1,0894

Le graphique obtenu en portant les températures T en abscisses et les résistances R en ordonnées est des plus

([1]) Ch. Ed. Guillaume, *Traité pratique de thermométrie de précision*, p. 272.

réguliers comme le montre la ligne AB de la figure ci-contre (*fig.* 3). Comme il est indispensable, pour les expériences ultérieures, de prolonger la courbe obtenue bien au delà du point 250°, nous avons extrapolé de la façon suivante :

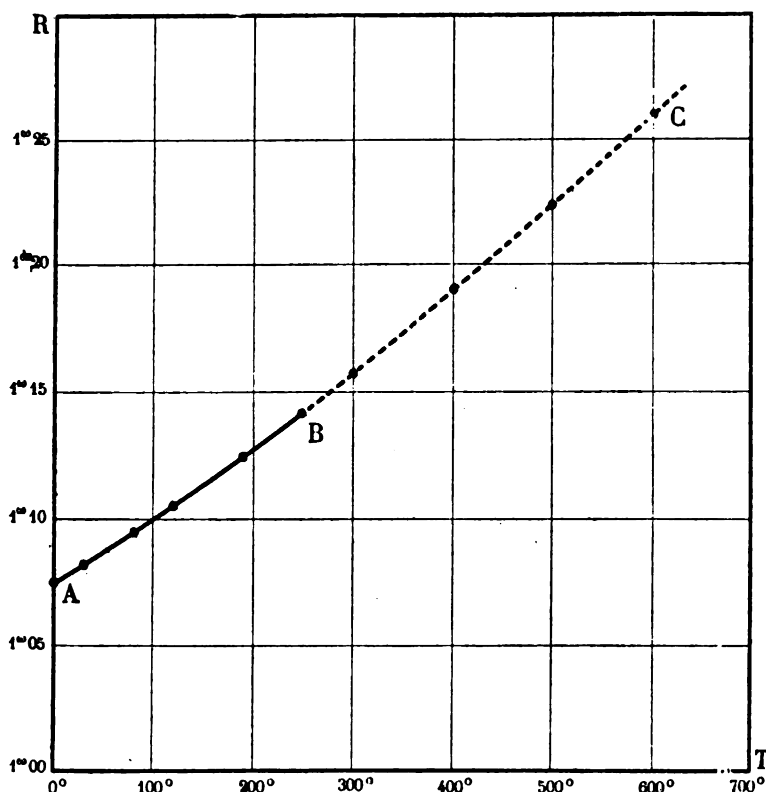


FIG. 3.

La relation $R = f(T)$ étant supposée de la forme

$$R = R_0(1 + AT + BT^2),$$

nous avons déterminé les coefficients A et B en appliquant la méthode des moindres carrés aux six mesures faites à 0°, 66°, 91°, 130°, 179°, 246°.

Ce calcul a donné les résultats suivants :

$$A = 0{,}0002402$$
$$B = 0{,}000000089$$

d'où :

$$R_t = R_0[1 + 0{,}0002402T + 0{,}000000089\,T^2].$$

De cette équation on déduit :

$$R_{300} = 1^{\omega}{,}1579$$
$$R_{400} = 1\ {,}1903$$
$$R_{500} = 1\ {,}2240$$
$$R_{600} = 1\ {,}2608$$

ce qui nous a permis de continuer la courbe en la faisant passer par les quatre points ainsi déterminés, sous réserve de vérifier ultérieurement l'exactitude de ce résultat.

Dans la figure 3, la partie de la courbe construite par extrapolation est représentée par la ligne ponctuée BC.

§ II. — *Étude de la relation* $R = f_1$ (I).

Pour étudier la seconde relation il suffit de mesurer la différence de potentiel e qui s'établit aux bornes du fil lorsqu'on lance dans ce dernier un courant d'intensité I. Le quotient de ces deux quantités donne la résistance cherchée.

$$\frac{e}{I} = R.$$

Le dispositif réalisé est représenté par la figure 4. Le circuit de la batterie d'accumulateurs B comprenait un rhéostat à lampes R_1, le fil d'alliage F et une lame de constantan CD de grande section et dont la résistance était très exactement connue :

$$\rho = 0^{\omega}{,}467.$$

Un galvanomètre Deprez-d'Arsonval V, muni de son shunt S et accompagné d'une grande résistance ρ constituait un voltmètre

de haute précision et que l'on avait étalonné, au préalable, par une mesure au potentiomètre.

Branché aux points C et D, ce voltmètre indiquait la différence de potentiel établie aux bornes de la lame CD et par conséquent la valeur de l'intensité I; branché aux points C_1 et D_1, il indiquait la valeur de la différence de potentiel e établie aux bornes $C_1 D_1$ du fil F.

Voici les résultats de l'une des nombreuses séries de mesures que nous avons effectuées :

DIFFÉRENCE DE POT. aux bornes C D	INTENSITÉ I DU COURANT	DIFFÉRENCE DE POT. aux bornes du fil F	RÉSISTANCE R du fil F
0,477	$I = \frac{0,477}{0,467} = 1,021$	1,096	$R = \frac{1,096}{1,021} = 1,073$
0,954	= 2,042	2,220	= 1,087
1,250	= 2,676	2,90	= 1,090
1,710	= 3,66	4,05	= 1,105
2,15	= 4,60	5,20	= 1,130
2,36	= 5,05	5,76	= 1,140
2,76	= 5,91	6,83	= 1,155
3,16	= 6,76	7,85	= 1,170
3,42	= 7,32	8,60	= 1,180
3,79	= 8,11	9,70	= 1,20
4,16	= 8,90	10,90	= 1,22

Ces résultats peuvent être traduits par le graphique de la figure 5, où les intensités sont portées en abscisses et les résistances en ordonnées.

§ III. — *Étude de la relation* $T = f_1(I)$.

En comparant les deux courbes ainsi obtenues (*fig.* 3 et 5), on peut facilement construire graphiquement la relation

$$T = f_1(I).$$

Si en effet, après avoir placé les deux courbes à côté l'une de l'autre (*fig.* 6), on trace une ligne telle que LL parallèle à

l'axe des abscisses, on voit que cette ligne qui correspond à une valeur de la résistance

$$R = 1^{\omega},19,$$

correspond aussi à une température

$$T = 400^{\circ}$$

et à une intensité de courant

$$I = 7^{A},7,$$

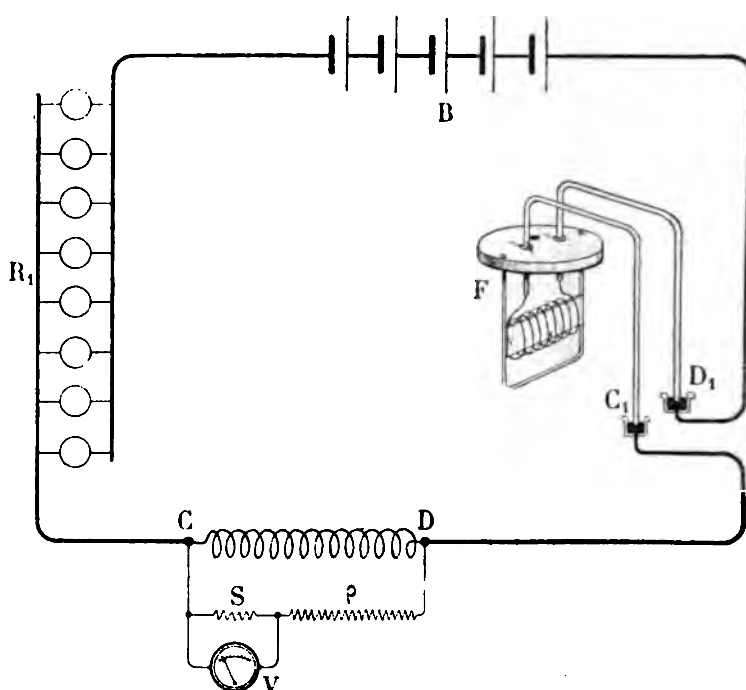


Fig. 4.

ce qui donne un point de la relation cherchée.

De même, le point de résistance

$$R' = 1,126$$

correspond, d'une part, à une température

$$T' = 200^{\circ}$$

et, d'autre part, à une intensité

$$I' = 4^{A},5,$$

et ainsi de suite, ce qui donne le tableau suivant :

TEMPÉRATURE	INTENSITÉ
100°	2,7 A
200	4,5
300	6,1
400	7,7
500	9,3

On a ainsi pu construire, point par point, la courbe de la figure 7, dans laquelle les intensités sont portées en

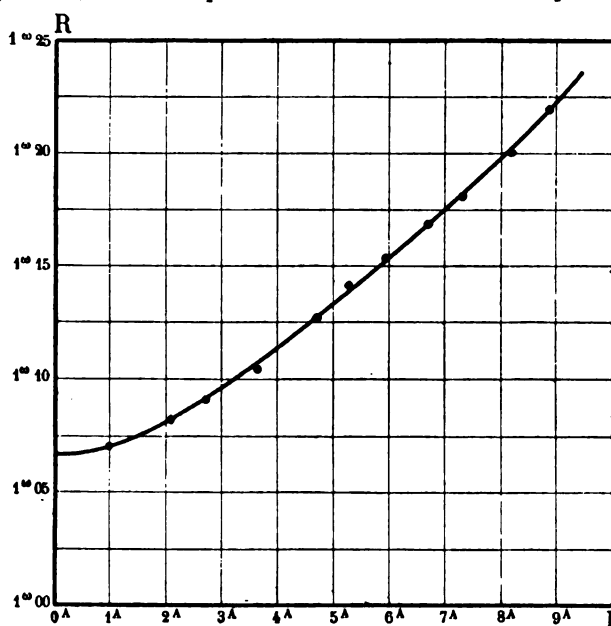


FIG. 5.

abscisses et les températures en ordonnées. Au delà de 150° elle diffère très peu d'une ligne droite.

Jusqu'à 250°, la méthode que nous venons d'employer est

assurément légitime; mais au delà de 250°, elle repose sur une extrapolation, en sorte qu'il importe de s'assurer si les résultats qu'elle donne dans ce cas sont acceptables; nous

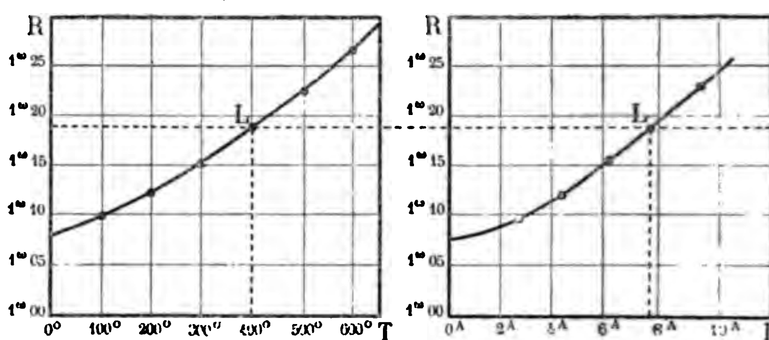


Fig. 6.

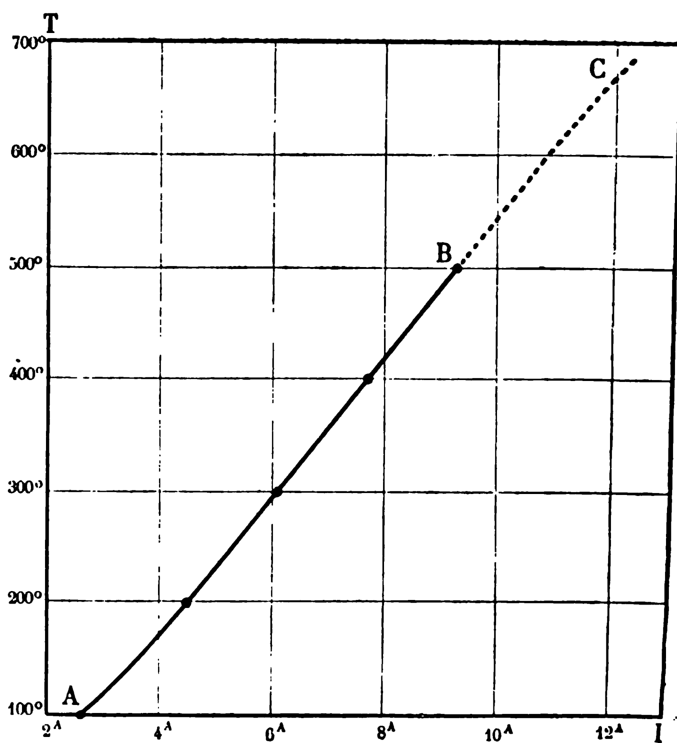


Fig. 7.

obtenons une vérification de la méthode en l'employant pour déterminer la température du rouge naissant.

En lançant dans le fil un courant électrique dont on fait croître graduellement l'intensité, on constate que le fil commence à rougir lorsque l'intensité atteint $9^A,2$ à $9^A,5$, ce qui indique, d'après la courbe précédemment construite, une température comprise entre 500° et 520°. Ce nombre diffère peu de ceux qui figurent dans le tableau ci-dessous, emprunté à un mémoire de M. Howe (1).

OBSERVATEURS	TEMPÉRATURE DU ROUGE NAISSANT
White et Taylor...	535°
Pouillet...........	525
Howe.............	470

Il importe peu, du reste, que la température, que nous désignerons par la lettre T, soit précisément la température normale ou une température conventionnelle; ce qu'il est indispensable de réaliser, ce sont des points de repère qui correspondent à des températures fixes et qu'il soit possible de reproduire.

Pour atteindre ce but, il faut que tous les fils étudiés aient la même composition, le même diamètre, qu'ils soient enroulés suivant une hélice de même forme et de mêmes dimensions, que les fils soient toujours enfermés dans la même enceinte; car, visiblement, la relation $R = f_1(I)$ dépend des lois suivant lesquelles le fil rayonne, et partant de l'enceinte dans laquelle il se trouve. Il faut, en outre, que la température de cette enceinte varie peu.

Voici comment nous avons rempli ces diverses conditions.

Nous avons nous-même étiré tous les fils *à la même filière*, et avons donné à chacun d'eux la forme d'une hélice à

(1) Prof. H. Howe, *The Metallographist*, Boston, vol. III, p. 143.

7 spires de 45 millimètres de diamètre, espacées d'environ 1 centimètre.

L'enceinte n'était autre qu'une salle située dans les sous-sols de la Faculté et dont la température variait très peu. Dans une série de mesures ayant duré trois mois, la température n'a pas varié de plus de 4° avec des variations diurnes qui n'ont jamais dépassé 0°,5, ce qui est insignifiant. Le fil était placé toujours au même endroit, sur le même support, de manière à rester toujours dans les mêmes conditions de rayonnement.

Si donc on a soin de mesurer les intensités avec beaucoup d'exactitude, les expériences faites seront très comparables.

Comme il était nécessaire de chauffer les fils au moins jusqu'à 700°, nous avons dû prolonger jusqu'à cette température la dernière courbe construite.

Cette extrapolation est facile, puisque la couche se confond avec une ligne droite et elle est permise d'après ce que nous avons dit plus haut.

Cette méthode, basée sur l'emploi de la courbe de la *fig.* 7, permet de mesurer les températures avec une très grande approximation; en effet, une variation de température de 100° correspond à une variation d'intensité de $1^{A},6$, et comme il est facile de mesurer l'intensité du courant à $0^{A},1$ près, il en résulte que les températures sont évaluées avec une erreur inférieure à 8° ou 10°.

CHAPITRE III

Mesure des résistances électriques.

Pour mesurer avec une très grande exactitude la résistance électrique du fil d'alliage argent-platine, la meilleure méthode consiste à comparer cette résistance à celle d'un étalon à mercure dont les constantes électriques sont très exactement connues et sont invariables [1].

Nous avons effectué cette comparaison au moyen d'un pont de Wheatstone à corde, modèle du Bureau international des poids et mesures [2], construit par la maison Carpentier.

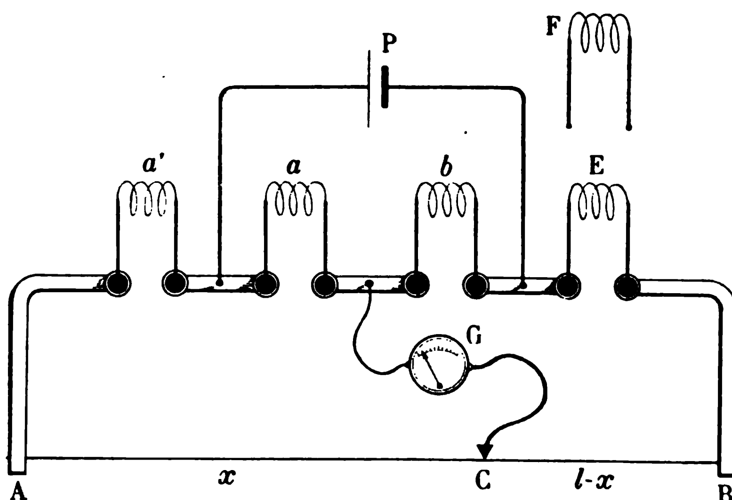


Fig. 8.

Le schéma de cet appareil est représenté ci-dessus (*fig.* 8) :

---

(1) On sait que le mercure ne subit pas de modifications permanentes de résistance.

(2) Mascart, de Nerville et Benoit, *Résumé d'expériences sur la détermination de l'ohm et sa valeur en colonne mercurielle.* Paris (1884).

R. Benoit, *Construction des étalons prototypes de résistance électrique du Ministère des Postes et des Télégraphes.* Paris (1885), p. 52.

a. *a'*. *b* sont des résistances auxiliaires en fils de maillechort de $0^{mm},5$ de diamètre, ayant une résistance étalonnée à 1 ohm à 0,001 près, enfermées dans une grande boîte en bois, et noyées dans de la paraffine jaune non épurée.

E est un ohm étalon à mercure.

AB est la corde du pont, constituée par un fil en laiton de longueur l (dans notre appareil $l = 1$ mètre).

P, une pile Callaud.

G, un galvanomètre très sensible, système Thomson.

Soit x la distance du curseur C au zéro de l'échelle, lorsque l'aiguille du galvanomètre n'accuse aucun courant.

Soit m la résistance électrique de l'unité de longueur de la corde AB.

L'état d'équilibre du pont donne la relation

$$\frac{a}{b} = \frac{a' + mx}{E + m(l - x)}.$$

Substituons à l'étalon à mercure E le fil d'alliage dont nous voulons mesurer la résistance F.

La nouvelle position x' du curseur donne la relation

$$\frac{a}{b} = \frac{a' + mx'}{F + m(l - x')},$$

d'où

(1)
$$\frac{a}{b} = \frac{m(x' - x)}{F - E - m(x' - x)}.$$

Pour éliminer le rapport $\frac{a}{b}$, il suffit de permuter les résistances a et b au moyen d'un commutateur spécial non représenté sur le schéma.

Avec cette nouvelle disposition on obtiendra deux nouvelles positions d'équilibre y et y' du curseur, d'où les deux relations

$$\frac{b}{a} = \frac{a' + my}{E + m(l - y)}.$$

et

$$\frac{b}{a} = \frac{a' + my'}{F + m(l - y')}$$

on en déduit :

$$(2) \qquad \frac{b}{a} = \frac{m(y' - y)}{F - E - m(y' - y)}$$

Les équations (1) et (2) donnent par élimination du rapport $\frac{a}{b}$:

$$(3) \qquad F - E = m[(x' - x) + (y' - y)].$$

Cette équation montre que pour mesurer F, il faut connaître E, m et en outre effectuer les quatre mesures x. x'. y. y'.

Disposition de l'étalon E. — L'étalon à mercure E était un étalon Carpentier n° 14808-6, tube en verre vert n° 38, aimablement prêté par M. Duhem.

Cet appareil, qui figurait dans les collections de la Faculté depuis plusieurs années, avait été réétalonné par le constructeur à la fin de l'année 1898.

Sa résistance, mesurée à 0°, avait pour valeur en ohm international :

$$R_0 = 0^{\omega},997325.$$

Sa résistance à la température t est exprimée par la relation suivante, dont les coefficients ont été déterminés par M. Guillaume, et sont applicables aux tubes en verre *vert* :

$$(4) \qquad R_t = R_0[1 + 0,000876t + 0,000001053t^2].$$

Nous avons procédé au montage de l'étalon à mercure en observant les prescriptions usuelles.

Le tube a été lavé plusieurs fois à l'eau distillée, puis à l'alcool et séché avec soin.

Le mercure employé pour remplir le tube a été purifié par un séjour de trois semaines dans de l'acide azotique pur étendu d'eau ; on l'a desséché en le faisant passer, goutte à goutte, à travers une épaisse couche d'acide sulfurique concentré.

Pour enlever les dernières traces d'acide et d'humidité et pour opérer le remplissage du tube sans introduire de bulles d'air, nous avons utilisé le dispositif suivant, qui nous a paru plus commode que le procédé ordinairement employé.

Le mercure est versé dans un tube à brome B (*fig.* 9), auquel on a soudé un tube latéral en cristal *ab*. Plusieurs fragments de potasse sont introduits dans le réservoir de B et sont destinés à absorber l'acide sulfurique entraîné par le mercure; on agite le système à plusieurs reprises.

Après avoir enfermé l'étalon E dans une cloche à douille C, maintenue sur la platine PP d'une bonne machine pneumatique, on introduit la partie inférieure du tube B dans un bouchon en caoutchouc qui obture la douille D; on ferme l'ouverture O et le robinet R, on fait le vide, et on le maintient sec pendant 48 heures. Au bout de ce temps, on ouvre le robinet R; le mercure s'écoule de B dans le tube étalon E sans entraînement d'air et sans secousses.

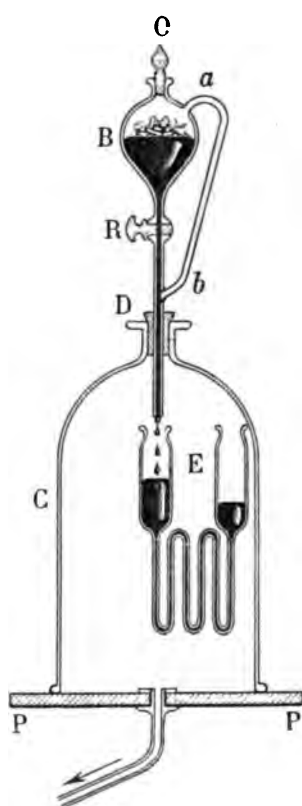


Fig. 9.

Nous avons ensuite placé l'étalon dans une grande cuve en zinc contenant 30 litres d'eau et entourée d'un feutre épais (*fig.* 10).

Un excellent thermomètre Hémot donnait la température au $\frac{1}{100}$ de degré, et le liquide était agité, pendant les lectures, au moyen d'un courant d'air qui venait barboter dans la cuve.

L'étalon était ainsi maintenu à la température du bain liquide; cette température variait du reste avec une très grande lenteur, d'abord parce que la température ambiante variait peu, et ensuite à cause de la protection du feutre et de la grande masse d'eau. La variation diurne de la température de la masse liquide ne dépassait pas 0°1 et restait souvent bien inférieure à cette valeur.

Dans ces conditions, on pouvait admettre que la température de l'étalon était la même que celle du bain, et on obtenait facilement la résistance de l'étalon en appliquant la formule (4).

Pour établir les contacts, plusieurs dispositifs ont été successivement employés. Voici celui qui a donné les meilleurs résultats. Deux grosses tiges en cuivre N P, de 50 centimètres de long et 11 millimètres de diamètre, plongent dans les cuvettes de l'étalon E et dans des godets en porcelaine 3 et 4 remplis de

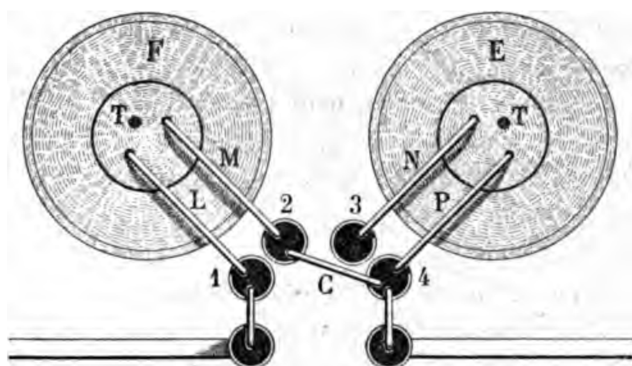


Fig. 10.

mercure. Du côté de l'étalon, les tiges sont coiffées par des capsules en platine de 8 centimètres de long, de $0^{mm},5$ d'épaisseur, de 11 millimètres de diamètre intérieur et brasées à l'argent sur les tiges de cuivre.

On obtenait ainsi un excellent contact, et, après avoir introduit dans les godets de l'étalon les extrémités platinées des tiges de cuivre, on n'y touchait plus; la résistance des contacts était ainsi maintenue constante et le mercure restait pur.

Fil d'alliage. — Le fil F était introduit dans une étuve à air, entourée d'une grande masse d'eau (22 litres environ) et protégée, en outre, contre l'action de l'air extérieur par une épaisse enveloppe de feutre.

Un thermomètre Hémot T donnait la température de l'air

entourant le fil à 0°01 près. L'eau de la cuve était agitée, pendant les mesures, par un courant d'air venant barboter dans le liquide, et on pouvait admettre qu'au bout de deux ou trois heures l'air, le fil et le thermomètre étaient en équilibre de température.

Voici comment on opérait la substitution du fil F à l'étalon E.

Les deux étuves étaient placées côte à côte, et les tiges de cuivre de l'étalon E et du fil F plongeaient dans des godets en porcelaine 1. 2. 3. 4 remplis de mercure (*fig.* 10).

Les godets 1 et 4 étant intercalés dans le circuit du pont à corde, il suffisait de réunir 1 et 3 ou 2 et 4 par un gros cavalier C en cuivre étamé pour introduire E ou F dans le circuit de l'appareil de mesure; le même cavalier intervenant toujours, la résistance du circuit était toujours la même.

De plus, les grosses tiges de cuivre L. M. N. P ayant la même longueur et la même section, leur résistance différait peu, ce qui introduisait dans les mesures une erreur très petite (certainement inférieure à $0^{\omega},0001$), mais *constante.*

Mesure de m. — Il fallait que le fil AB du pont fût calibré avec soin et que sa résistance fût très exactement connue.

Comme les mesures sont d'autant plus précises que la différence F-E est plus petite, nous nous sommes appliqué à rendre cette différence aussi faible que possible, en donnant aux résistances a. a'. b. F des valeurs très voisines de E.

Dans ces conditions, les lectures x, x', y, y' différaient peu l'une de l'autre; elles étaient faites dans une même zone du fil AB et il suffisait de connaître la valeur moyenne de m pour cette zone pour pouvoir appliquer avec certitude la relation 3, le calibrage complet du fil AB devenant inutile.

Pour faire cette mesure, nous avons adopté la méthode de la dérivation; c'est celle qui est employée au laboratoire Carpentier. M. Armagnat a bien voulu, du reste, nous donner quelques indications à ce sujet.

Dans une première mesure on introduisait l'étalon E en circuit.

Dans une seconde mesure on introduisait en circuit le même étalon E shunté avec une résistance connue $\mathfrak{R}$, constituée par une bobine de fil de maillechort dont les extrémités étaient soudées à des fils de platine.

La relation (3) devenait dans ce cas :

$$E - \frac{\mathfrak{R}E}{\mathfrak{R} + E} = m[(x - x') + (y - y')],$$

les lectures x et x' étant relatives à la mesure faite avec l'étalon E;
les lectures y et y' étant relatives à la mesure faite avec l'étalon shunté.

La résistance $\mathfrak{R}$ étalonnée à 13° avait pour valeur

$$\mathfrak{R}_{13^\circ} = 30^{\omega},7$$

et l'application de la formule a donné

$$m_{13^\circ} = 0^{\omega},0000778$$

pour valeur, à 13°, de la résistance moyenne de 1 millimètre de longueur du fil, dans la zone comprise entre les divisions 351 et 558 de la règle fixée le long du fil AB; cette règle avait, comme le fil AB, une longueur égale à 1 mètre et était divisée en millimètres.

Plusieurs mesures faites à des températures ambiantes comprises entre 10° et 20° ont montré que, dans ces limites, le coefficient de température du fil de laiton AB était sensiblement égal à

$$c = 0,0012.$$

L'emploi de ce chiffre permettait de faire subir à m les corrections de température.

Galvanomètre. — Les mesures ont été faites au moyen d'un galvanomètre Thomson à quatre bobines de très faible

résistance. Une règle Carpentier placée à 1 mètre du miroir du galvanomètre et ayant son propre miroir éclairé par une lampe à incandescence permettait d'évaluer les déviations de l'équipage mobile.

Il a fallu prendre des dispositions spéciales pour éliminer l'influence perturbatrice du réseau de tramways électriques sur l'aiguille aimantée du galvanomètre.

Le moyen le plus efficace a consisté à placer le galvanomètre sur une série de quatre plaques de tôle ayant chacune 6 millimètres d'épaisseur et séparées l'une de l'autre par des cales en bois, et à l'entourer, en outre, d'un cylindre en tôle de 20 centimètres de haut. Lorsque le cylindre était plus long et atteignait le niveau de l'aimant correcteur, il avait une efficacité bien moindre. On réalisait ainsi un ***écran magnétique feuilleté***.

L'emploi des écrans feuilletés a, du reste, été préconisé, ces temps derniers, en Allemagne (1).

Pile. — La pile employée était un élément Callaud, grand modèle; elle a pu rester en service pendant six mois sans démontage. Une résistance auxiliaire, de 25^{ω} environ, montée en série dans le circuit de la pile, empêchait cette dernière de débiter un courant trop intense dans le circuit peu résistant du pont.

Mesures. — Voici comment les mesures étaient conduites :

Pour éliminer les phénomènes thermoélectriques produits dans le circuit, dont tous les points n'étaient jamais à la même température, on inversait le courant de la pile et on prenait la moyenne $\frac{x_1 + x_2}{2}$ des deux observations x_1 et x_2.

Comme la présence de l'observateur près de l'appareil produisait une élévation progressive de la température des parties du circuit les plus rapprochées de lui, les valeurs de x_1 et

(1) H. Dubois et A.-P. Wills, Dr *Ann.*, t. II, p. 78-84, mai 1900. — *Éclairage électrique*, 11 août 1900.

de x_2 variaient régulièrement avec le temps et il était difficile de mesurer, *au même instant*, les valeurs correspondantes de x_1 et x_2.

Le tableau ci-joint donne les résultats d'une série de lectures effectuées de deux en deux minutes.

LECTURES	RÉSULTATS DES LECTURES DE 2 EN 2 MINUTES					
	0^m	2^m	4^m	6^m	8^m	10^m
x_1	453,25		453,5		453,6	
x_2		453,0		452,85		452,8
$\frac{x_1+x_2}{2}$	453,12		453,17		453,2	

Comme on le voit, les moyennes des premières lectures étaient constamment variables, mais au bout d'une dizaine de minutes les variations de x_1 et x_2 devenaient très faibles et la moyenne tendait vers une limite. Il était donc important d'attendre au moins dix minutes avant de commencer les lectures.

Voici, à titre d'exemple, le tableau complet des chiffres d'une mesure.

Température de l'étalon E........ $T_e = 12°75$
— du fil F............. $T_f = 12°78$
— ambiante........... $T_a = 14°$

ÉTALON E	$x_1 = 554,85$ $x_2 = 553,00$ $x = \frac{x_1+x_2}{2} = 553,92$	$y_1 = 552,9$ $y_2 = 551,0$ $y = \frac{y_1+y_2}{2} = 551,95$
FIL F	$x'_1 = 554,85$ $x'_2 = 553,40$ $x' = \frac{x'_1+x'_2}{2} = 554,12$	$y'_1 = 552,95$ $y'_2 = 551,35$ $y' = \frac{y'_1+y'_2}{2} = 552,15$

La relation (3) donne alors

$$F - E = 0^{\omega},0000779\,[0,20 + 0,20] = 0^{\omega},00003.$$

De plus, la relation 4 donne (¹)

$$E_{1r75} = 1^{\omega},00864,$$

d'où

$$F_{1r78} = 1,00864 + 0,00003 = 1^{\omega},00867.$$

Si on rapporte les mesures de F à une température déterminée, 15° par exemple, il vient :

$$F_{15^{\circ}} = 1^{\omega},00921.$$

Avec un peu d'habitude et de soin on arrivait à mesurer les différences $x—x'$ et $y—y'$ à 1/10 de millimètre près (²), ce qui donnait pour la mesure des variations de résistance du fil d'alliage une exactitude de $\frac{1}{100000}$ près.

(¹) Au lieu de calculer chaque fois la résistance de l'étalon E à la température T_e, on se servait de graphiques construits de degré en degré au moyen de la formule 4.

(²) La règle A B (*fig.* 8) était graduée en millimètres, et le curseur C muni d'un vernier au 1/20.

DEUXIÈME PARTIE

Résultats.

CHAPITRE PREMIER

Effets des oscillations de température. Résistance limite.

La modification permanente subie par un fil métallique qui a été porté de T_0 à T_1, puis ramené à la température initale T_0, n'est pas toujours assez grande pour être mesurable, mais on peut l'amplifier en reproduisant plusieurs fois de suite la variation de température qui lui a donné naissance.

On effectue ainsi une série d'*oscillations régulières de température* dont les effets s'ajoutent.

Pour obtenir ces oscillations de température, le moyen le plus simple consiste à intercaler dans le circuit du courant qui échauffe le fil d'alliage un interrupteur rotatif mû automatiquement par un mouvement d'horlogerie. Cet interrupteur coupe le courant à intervalles de temps réguliers, et le fil d'alliage est alternativement chauffé à T_1 et ramené à la température ambiante T_0.

La méthode des oscillations de température a été préconisée par M. Duhem et employée avec succès par M. Marchis (1). M. Lenoble (2) a utilisé une méthode analogue pour étudier les déformations permanentes des fils métalliques soumis à la traction.

Les chiffres qui figurent dans chacun des tableaux ci-des-

(1) Marchis, *Les déformations permanentes du verre et le déplacement du zéro des thermomètres*. Thèse Bordeaux (1898).

(2) Lenoble, *Contribution à l'étude des déformations permanentes des fils métalliques*. Thèse Bordeaux (1900).

sous ont été obtenus avec un même fil maintenu alternativement à T_1 et à T_0 pendant trois minutes.

La température T_0 du laboratoire variait peu pendant chaque série de mesures, et pour rendre les résistances comparables, on les rapportait, par simple correction de température, à une température unique T_0.

TABLEAU n° 1. — Fil n° 1.

$T_0 = 10°$ $T_1 = 200°$.

MODIFICATION SUBIE PAR LE FIL	RÉSISTANCE à T_0	DIMINUTION DE LA RÉSISTANCE
Point de départ.........	ω 1,01277	
60 oscillations.........	1,01261	ω 0,00016
60 —	1,01252	0,00009
60 —	1,01243	0,00009
60 —	1,01234	0,00009
60 —	1,01225	0,00009
60 —	1,01219	6,00006
60 —	1,01217	0,00002
60 —	1,01216	0,00001
60 —	1,01215	0,00001

TABLEAU n° 2. — Fil n° 1.

$T_0 = 12°$. $T_1 = 200°$

MODIFICATION SUBIE PAR LE FIL	RÉSISTANCE à T_0	DIMINUTION DE LA RÉSISTANCE
Point de départ.........	ω 1,01135	
60 oscillations.........	1,01122	ω 0,00013
60 —	1,01115	0,00007
60 —	1,01108	0,00007
60 —	1,01102	0,00006
60 —	1,01096	0,00006
60 —	1,01091	0,00005
60 —	1,01086	0,00005
60 —	1,01081	0,00005
60 —	1,01077	0,00004
60 —	1,01073	0,00004
60 —	1,01069	0,00004
60 —	1,01066	0,00003
60 —	1,01064	0,00002

TABLEAU n° 3. — Fil n° 2.

$T_0 = 15°$ $T_1 = 150°$

MODIFICATION SUBIE PAR LE FIL	RÉSISTANCE à T_0	DIMINUTION DE LA RÉSISTANCE
Point de départ.........	ω 1,01509	
70 oscillations..........	1,01500	ω 0,00009
70 —	1,01493	0,00007
70 —	1,01488	0,00005
70 —	1,01487	0,00001

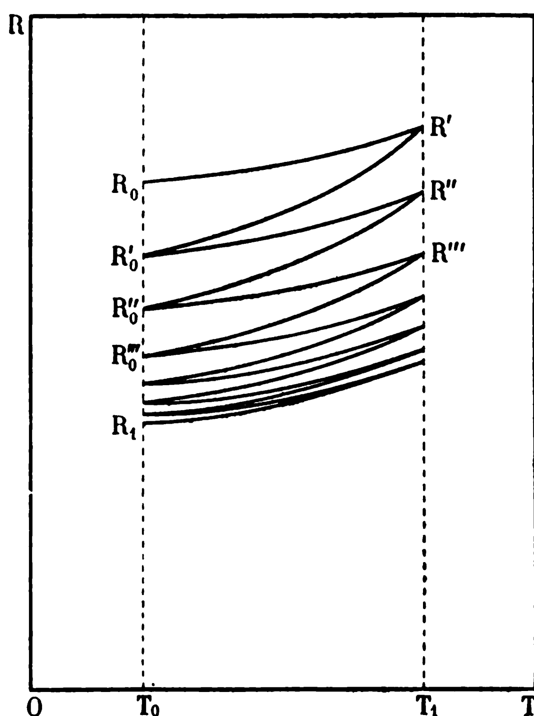


Fig. 11.

Ces tableaux donnent les valeurs successives de la résistance du fil à la température T_0 et il est possible d'interpréter graphiquement ces résultats.

Si on prend comme ordonnées les résistances du fil et comme abscisses les températures de ce fil (*fig.* 11), on obtient une série de points R_0, R'_0, R''_0 d'abscisse T_0; chacun des points obtenus ne coïncidant pas avec le précédent et étant toujours au-dessous de lui, la ligne $R_0 R'$ qui marque la résistance du fil à chaque température pendant l'échauffement de T_0 à T_1 et et la ligne $R' R'_0$ qui marque cette résistance pendant le refroidissement ne peuvent donc coïncider. Nous savons, d'ailleurs, que la résistance d'un fil métallique augmente lorsque la température s'élève; donc la première ligne monte de gauche à droite et la seconde descend de droite à gauche, mais la seconde est plus inclinée que la première.

Les points R_0 R'_0 R''_0 ... sont, en outre, de plus en plus rapprochés les uns des autres, ce qui justifie l'énoncé suivant :

Lorsqu'on fait osciller un grand nombre de fois la température du fil entre T_0 *et* T_1, *sa résistance* R *prend à* T_0 *des valeurs successives* R_0 R'_0 R''_0 ... *de plus en plus petites et telles que la différence* $R_0 - R'_0$, $R'_0 - R''_0$ *etc... diminue de plus en plus sans jamais s'annuler.*

La résistance se rapproche ainsi de plus en plus d'une *valeur limite* R_1 qui n'est jamais atteinte.

On voit que la limite est pratiquement atteinte après un nombre suffisant d'oscillations de température; ainsi, dans l'exemple précédent, 70 nouvelles oscillations de température n'ont plus donné qu'une variation permanente imperceptible de la résistance à un fil qui avait subi au préalable 210 oscillations de température. A partir de ce moment, il faudrait effectuer un très grand nombre d'oscillations pour obtenir une nouvelle variation de R; ces variations extrêmement petites sont appelées *variations séculaires*.

CHAPITRE II

Des perturbations. Instabilité de la limite. Limite des limites.

Nous venons de voir qu'après un grand nombre d'oscillations entre T_0 et T_1 la résistance du fil tendait vers une limite R_1 et que de nouvelles oscillations entre T_0 et T_1 ne pouvaient pas modifier cette limite d'une manière appréciable.

Il suffit cependant de maintenir le fil pendant quelques minutes à une température T_2 supérieure à T_1 pour que de nouvelles oscillations entre T_0 et T_1 amènent la résistance du fil à une nouvelle limite R_2 différente de R_1.

On donne le nom de *perturbation* à l'opération par laquelle on a porté le fil à une température T_2 supérieure à T_1. L'effet de la perturbation a été de changer l'état du fil et de rendre efficaces de nouvelles oscillations entre T_0 et T_1.

La perturbation a déplacé la limite, ce qui montre que la première limite R_1 n'était pas *unique* et *définitive.*

Le tableau n° 2 *bis,* qui est la suite du tableau n° 2, montre quel est l'effet d'une perturbation à la température T_2. Dans les deux tableaux suivants, n° 4 et n° 5, nous indiquons les valeurs des limites successives sans passer par les chiffres intermédiaires.

Les chiffres contenus dans les tableaux n°s 2 *bis*, 4 et 5 montrent que chaque perturbation à T_2 a eu pour effet de rendre efficaces de nouvelles oscillations T_0 et T_1 qui ont amené la résistance du fil à une nouvelle limite.

Ils montrent, de plus, quelle est la loi du déplacement de la limite.

Si on effectue un grand nombre de perturbations à T_2, chacune d'elles étant suivie d'une longue série d'oscillations entre T_0 et T_1, on obtient une série de limites de plus en plus rapprochées l'une de l'autre et qui tendent vers une nouvelle limite que l'on peut appeler ***limite des limites***. Cette limite des limites dépend de la température de perturbation T_2 et des températures d'oscillation T_0 et T_1.

Dans les trois tableaux qui suivent, chaque perturbation à T_2 a duré 5 minutes.

Les oscillations T_0 T_1 duraient 6 minutes (3 minutes à T_1 et 3 minutes à T_0).

TABLEAU n° 2 *bis*. — Fil n° 1.

$T_0 = 12°$. $T_1 = 200°$. $T_2 = 360°$.

MODIFICATION SUBIE PAR LE FIL	RÉSISTANCE à T_0		DÉPLACEMENT DE LA LIMITE
	Après la perturbation.	Limite	
Départ. 1re limite T_0 T_1	»	1,01064	»
1re perturbation T_2	1,01005	—	»
60 oscillations T_0 T_1.	—	1,00986	»
60 —	—	1,00977	»
60 —	—	1,00971	»
60 —	—	1,00968	»
60 —	—	1,00965	»
60 — 2e limite.	—	1,00964	0,00100
2e perturbation T_2.	1,00903	—	»
60 oscillations T_0 T_1.	—	1,00894	»
60 —	—	1,00888	»
60 —	—	1,00886	»
60 —	—	1,00882	»
60 — 3e limite.	—	1,00880	0,00084
3e perturbation T_2.	1,00881	—	»
60 oscillations T_0 T_1.	—	1,00859	»
60 —	—	1,00853	»
60 —	—	1,00848	»
60 —	—	1,00844	»
60 — 4e limite.	—	1,00842	0,00038
4e perturbation T_2.	1,00863	—	»
300 oscillations 5e limite.	—	1,00825	0,00017

TABLEAU n° 4. — Fil n° 3.

Point de départ. Le fil a été trempé au rouge vif.

$T_0 = 15°$ $T_1 = 150°$ $T_2 = 290°$

MODIFICATION SUBIE PAR LE FIL	RÉSISTANCE à T_0 après la perturbation.	RÉSISTANCE à T_0 LIMITE	DÉPLACEMENT DE LA LIMITE
Point de départ.	ω 1,00719		
150 oscillations T_0T_1.		ω 1,00707	
Perturbation T_2.	1,00815		
150 oscillations T_0T_1.		1,00809	ω 0,00102
Perturbation T_2.	1,00854		
150 oscillations T_0T_1.		1,00850	0,00041
Perturbation T_2.	1,00876		
150 oscillations T_0T_1.		1,00875	0,00025
Perturbation T_2.	1,00889		
150 oscillations T_0T_1.		1,00886	0,00011
Perturbation T_2.	1,00895		
150 oscillations T_0T_1.		1,00893	0,00007
Perturbation T_2.	1,00906		
150 oscillations T_0T_1.		1,00905	0,00012
Perturbation T_2.	1,00907		
150 oscillations T_0T_1.		1,00906	0,00001
Perturbation T_2.	1,00909		
150 oscillations T_0T_1.		1,00907	0,00001

TABLEAU n° 5. — Fil n° 1.

$T_0 = 10°$ $T_1 = 150°$ $T_2 = 352°$

MODIFICATION SUBIE PAR LE FIL	RÉSISTANCE à T_0 après la perturbation.	RÉSISTANCE à T_0 LIMITE	DÉPLACEMENT DE LA LIMITE
1re limite T_0T_1		ω 1,00791	»
1re perturbation T_2	ω 1,00773		»
2e limite T_0T_1		1,00770	ω 0,00021
2e perturbation T_2	0,00768		»
3e limite T_0T_1		1,00765	0,00005

Lorsque la limite des limites est atteinte, de nouvelles perturbations à T_2 et de nouvelles oscillations entre T_0 et T_1

sont impuissantes à la déplacer. Par exemple, dans le tableau n° 4 la limite $1^{\omega},00906$ atteinte par le fil après sept perturbations à $T_2 = 290°$, suivies d'oscillations nombreuses entre $T_0 = 15°$ et $T_1 = 150°$, peut être regardée comme la limite des limites; une nouvelle perturbation à $T_2 = 290°$, suivie de 250 oscillations entre $T_0 = 15°$ et $T_1 = 150°$, ne donne plus qu'une augmentation de résistance égale à $0^{\omega},00001$; on est donc à la limite des erreurs d'expérience.

Dans la plupart des cas, la limite des limites est pratiquement atteinte après cinq ou six séries de perturbations à T_2 et d'oscillations entre T_0 et T_1.

CHAPITRE III

Influence de la température de perturbation T_2 sur la valeur de la limite des limites.

Lorsqu'on cherche comment varie la limite des limites R avec la température de perturbation T_2, on obtient des valeurs très différentes les unes des autres et qui suivent une loi que nous allons établir.

Pour étudier cette loi de variation de la limite des limites, nous nous placerons dans des conditions bien définies.

On fera varier T_2 toujours dans le même sens entre deux températures extrêmes très éloignées, $T_2 = 180°$ et $T'_2 = 700°$ par exemple, et on effectuera toutes les oscillations de température entre deux limites T_0 et T_1 toujours les mêmes : $T_0 = 15°$ et $T_1 = 150°$.

Nous étudierons ensuite ce qui arrive lorsque les températures de perturbation sont alternativement croissantes et décroissantes.

§ I. — *Le fil est trempé. La température T_2 va en croissant depuis 180° juqu'à 670°.*

Le fil, préalablement chauffé au rouge vif pendant deux minutes, est refroidi dans l'air. Son diamètre étant très faible, le refroidissement est très rapide; le fil est trempé. Une série d'oscillations entre $T_0 = 15°$ et $T_1 = 150°$ amène le fil dans un état que l'on prend pour point de départ.

Le tableau suivant indique les valeurs de la limite des limites R_l correspondant aux diverses températures de per-

turbation T_2 et aux températures d'oscillation $T_0 = 15°$ et $T_1 = 150°$.

TABLEAU n° 6. — Fil n° 4.

MODIFICATION SUBIE PAR LE FIL	LIMITE DES LIMITES R_l
Point de départ :	1,00545
Perturbations à $T_2 = 180°$	1,00540
— $T_2 = 220$	1,00550
— $T_2 = 260$	1,00640
— $T_2 = 290$	1,00731
— $T_2 = 330$	1,00760
— $T_2 = 370$	1,00700
— $T_2 = 410$	1,00410
— $T_2 = 440$	1,00180
— $T_2 = 480$	1,00095
— $T_2 = 520$	1,00199
— $T_2 = 560$	1,00340
— $T_2 = 595$	1,00444
— $T_2 = 630$	1,00525
— $T_2 = 670$	1,00540

A 670° le fil trempé est régénéré; sa résistance électrique a sensiblement la même valeur qu'au début des expériences.

Si on traduit ces résultats par un graphique, en prenant les T_2 comme abscisses et les R_l comme ordonnées, on obtient une courbe (courbe A, *fig.* 12) qui présente une ordonnée maximum très marquée pour une abscisse voisine de 320° et une ordonnée minimum également très marquée pour une abscisse voisine de 480°.

§ II. — *Le fil est trempé. La température T_2 va en décroissant depuis 670° jusqu'à 220°.*

Si, partant du fil trempé à 670° à la fin de la série précédente et ayant subi un certain nombre d'oscillations entre $T_0 = 15°$ et $T_1 = 150°$, on cherche les valeurs de R_l correspondant à des températures de perturbation T_2 de moins en

moins élevées, et aux températures d'oscillation $T_0 = 15°$ et $T_1 = 150°$, on trouve les résultats suivants :

TABLEAU n° 7. — Fil n° 4.

MODIFICATION SUBIE PAR LE FIL	LIMITE DES LIMITES R_l
Point de départ.	$\overset{\omega}{1}$,00540
Perturbations à $T_2 = 630°$	1,00522
— $T_2 = 595$	1,00440
— $T_2 = 560$	1,00340
— $T_2 = 520$	1,00232
— $T_2 = 480$	1,00172
— $T_2 = 440$	1,00190
— $T_2 = 410$	1,00252
— $T_2 = 370$	1,00344
— $T_2 = 330$	1,00400
— $T_2 = 290$	1,00398
— $T_2 = 260$	1,00394
— $T_2 = 220$	1,00392

A mesure que T_2 décroît, la limite des limites R_l passe successivement par un minimum vers 480°, puis par un maximum vers 320°.

La courbe que l'on peut construire dans ce cas (courbe B, *fig.* 12), est analogue à la précédente; elle est toutefois notablement plus aplatie. Aux températures inférieures à 440°, elle est au-dessous de la courbe A; aux températures supérieures, elle est au-dessus.

Il est à remarquer que cette série de perturbations à des températures de moins en moins élevées a eu pour effet de recuire le fil.

§ III. — *Le fil est recuit. La température T_2 va en croissant depuis 220° jusqu'à 670°.*

Si, partant du dernier point obtenu dans la série précédente, on fait de nouveau croître T_2 depuis 220° jusqu'à 670°,

et qu'on cherche les limites des limites relatives à ces températures T_2 et aux oscillations entre $T_0 = 15°$ et $T_1 = 150°$, on trouve les chiffres suivants :

TABLEAU n° 8. — Fil n° 4.

MODIFICATION SUBIE PAR LE FIL	LIMITE DES LIMITES R_l^{ω}
Point de départ.	1,00392
Perturbations à $T_2 = 260°$	1,00400
— $T_2 = 290$	1,00412
— $T_2 = 330$	1,00420
— $T_2 = 370$	1,00350
— $T_2 = 410$	1,00264
— $T_2 = 440$	1,00170
— $T_2 = 480$	1,00150
— $T_2 = 520$	1,00190
— $T_2 = 560$	1,00332
— $T_2 = 595$	1,00435
— $T_2 = 630$	1,00518
— $T_2 = 670$	1,00535

La courbe représentant ces résultats (courbe C, *fig.* 12) indique encore un maximum vers 320° et un minimum vers 480°.

Elle est beaucoup plus aplatie que la courbe A et diffère peu de la courbe B ; aux basses températures elle est comprise entre les courbes A et B ; à la température 370° elle rencontre la courbe B et passe au-dessous ; puis à 440° elle rencontre la courbe A et passe au-dessus. Aux températures supérieures à 600° les trois courbes sont presque confondues.

A 670° la limite des limites a sensiblement la même valeur que lorsque le fil était neuf et trempé. Le fil est presque entièrement régénéré.

Les trois courbes que nous venons de construire permettent d'établir une distinction bien nette entre le fil trempé et le fil recuit. La courbe A se rapporte au fil trempé ; la courbe C au fil recuit ; la courbe B à un fil partiellement recuit.

Nous verrons ultérieurement quel usage on peut faire de ces courbes.

Il faut remarquer que la forme de la courbe des R_t du fil

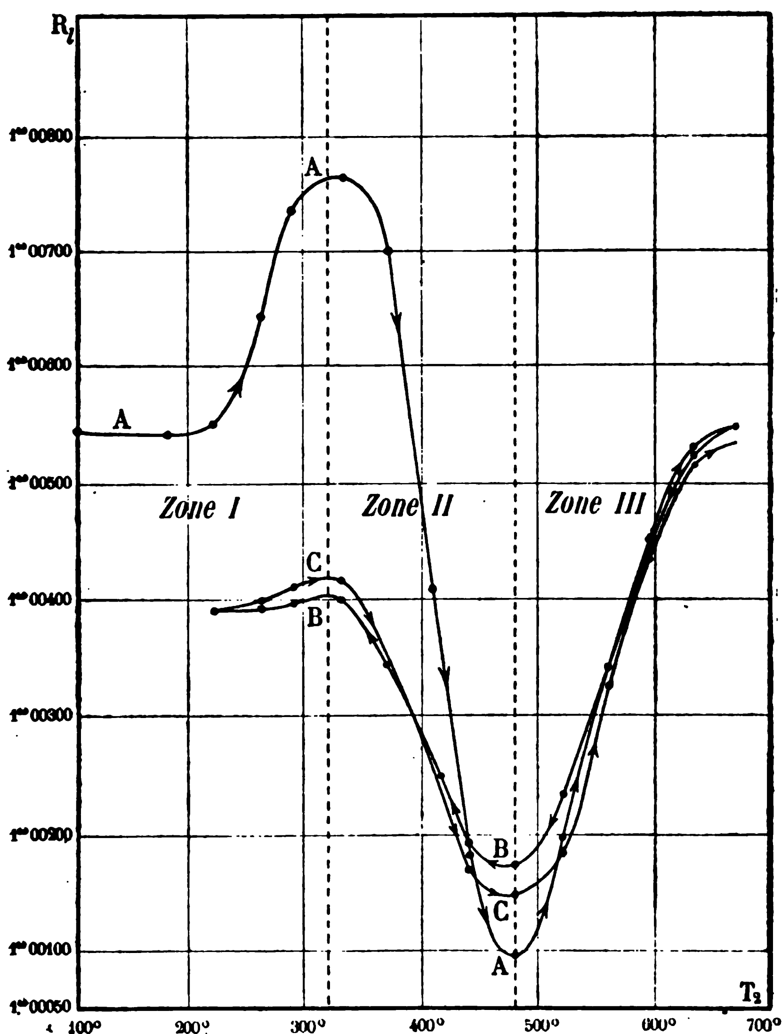


Fig. 12.

recuit dépend de la manière dont on effectue le recuit de ce fil. On comprend en effet que si on construit la courbe B en faisant décroître T_2 de 10° en 10°, cette série d'opérations

recuira le fil plus complètement que si on faisait décroître T_2 de 20° en 20°. Les deux courbes obtenues auront la même allure générale, leurs maxima et minima correspondront aux mêmes températures, mais ces courbes ne seront certainement pas superposables.

§ IV. — *Effet des perturbations alternativement croissantes et décroissantes.*

Si, après avoir parcouru une partie de l'une quelconque des courbes précédentes, on essaie de revenir en arrière, les nouvelles limites des limites sont représentées par une ***ligne de retour*** qui ne se superpose pas à la ***ligne d'aller.***

Pour étudier la distribution de ces lignes de retour, étudions successivement ce qui se passe au-dessous de 320° (zone I), entre 320° et 480° (zone II) et au-dessus de 480° (zone III).

1° *Déplacement de la limite dans la zone I.* — Lorsqu'on fait alternativement croître de 230° à 310° et décroître de 310° à 230° la température de perturbation T_2, les limites des limites relatives à ces températures de perturbation T_2 et aux températures d'oscillation $T_0 = 15°$ et $T_1 = 150°$ prennent les valeurs suivantes :

a) En opérant sur un fil trempé, nous avons obtenu les chiffres qui figurent dans le tableau n° 9.

Si on représente ces résultats par une série de courbes en prenant T_2 comme abscisses et R_l comme ordonnées, on voit que la ligne de retour passe toujours au-dessus de la ligne d'aller. Ces lignes, d'abord très éloignées l'une de l'autre, se rapprochent de plus en plus l'une de l'autre et leur inclinaison sur l'axe des abscisses diminue de plus en plus (voir *fig.* 13, ligne A A′).

Après un grand nombre de séries alternativement croissantes

et décroissantes, on obtient deux lignes sensiblement confondues en une seule qui est très peu inclinée sur l'axe des T_2.

Dans cet état, lorsqu'on porte le fil à une température qui ne dépasse pas 310°, la limite des limites reste invariable et le fil ne subit, du fait de l'échauffement, aucune variation permanente de résistance.

β) En opérant sur un fil recuit on obtient des résultats analogues aux précédents. Ils figurent dans le tableau n° 9bis.

La courbe BB′ de la figure 13 a été construite avec les chiffres contenus dans le tableau précédent.

TABLEAU n° 9. — Fil n° 3.

Point de départ. Le fil est trempé.

MODIFICATION SUBIE PAR LE FIL	LIMITE DES LIMITES R_l à 15°	MODIFICATION SUBIE PAR LE FIL	LIMITE DES LIMITES R_l à 15°
Perturbation à 290°	1,00909	Perturbation à 250°	1,00935
— 250	1,00903	— 230	1,00035
— 230	1,00903	— 250	1,00935
— 250	1,00903	— 282	1,00938
— 265	1,00907	— 310	1,00944
— 290	1,00917	— 282	1,00940
— 310	1,00927	— 250	1,00939
— 290	1,00922	— 230	1,00939
— 265	1,00919	— 250	1,00939
— 250	1,00918	— 282	1,00940
— 230	1,00918	— 310	1,00945
— 250	1,00918	— 282	1,00941
— 265	1,00921	— 250	1,00940
— 290	1,00929	— 230	1,00940
— 310	1,00937	— 250	1,00940
— 282	1,00931	— 282	1,00942
— 250	1,00930	— 310	1,00946
— 230	1,00930	— 282	1,00942
— 250	1,00930	— 250	1,00941
— 282	1,00934	— 230	1,00941
— 310	1,00942	— 250	1,00941
— 282	1,00937	— 310	1,00946

TABLEAU n° 9 *bis*. — Fil n° 3.

Point de départ. Après la série précédente, le fil a été chauffé au rouge vif, puis recuit par une série d'échauffements à des températures de moins en moins élevées.

MODIFICATION SUBIE PAR LE FIL	LIMITE DES LIMITES R_l MESURÉE A 15°
	ω
Perturbations à 300°	1,00382
— 280	1,00379
— 260	1,00376
— 235	1,00375
— 260	1,00379
— 280	1,00386
— 300	1,00390
— 280	1,00388
— 260	1,00385
— 235	1,00385
— 260	1,00386
— 280	1,00391
— 300	1,00396

2° *Déplacement de la limite dans la zone II.* — Si, après avoir fait croître la température de perturbation T_2 jusqu'à 410°, on la fait décroître, on obtient des limites des limites, relatives aux oscillations entre $T_0 = 15°$ et $T_1 = 150°$, qui sont les suivantes :

TABLEAU n° 10. — Fil n° 3.

Point de départ. Le fil est partiellement recuit.

MODIFICATION SUBIE PAR LE FIL	LIMITE DES LIMITES R_l MESURÉE A 15°
	ω
Perturbations à 378°	1,00331
— 408	1,00178
— 378	1,00280
— 346	1,00340
— 315	1,00354

Le graphique de ces résultats (*fig.* 14) montre que la ligne de retour EF est au-dessous de la ligne d'aller DE.

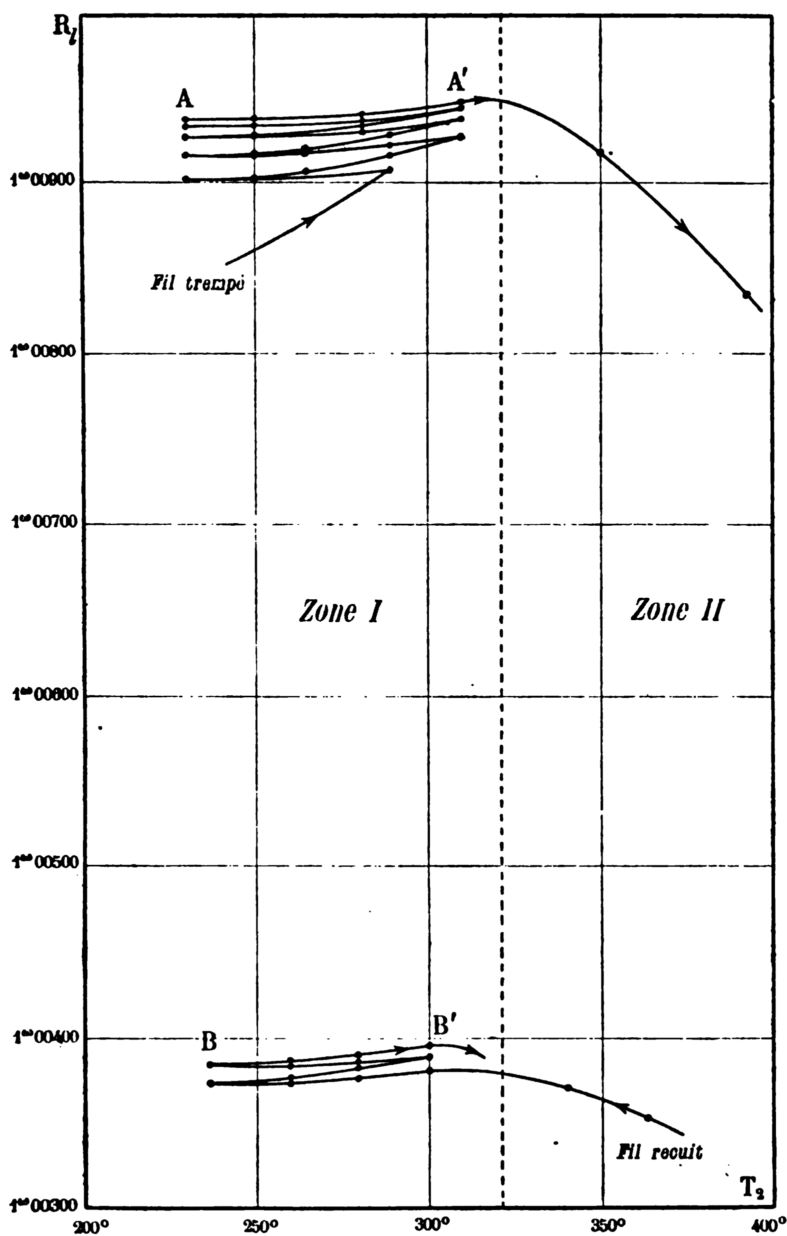

R_t
A
A'
Fil trempé
1ω00900
1ω00800
1ω00700
1ω00600
1ω00500
1ω00400
1ω00300
Zone I
Zone II
B
B'
Fil recuit
T_2
200°
250°
300°
350°
400°

Fig. 13.

3° *Déplacement de la limite dans la zone III.* — Au-dessus de $T_2 = 480°$ la ligne de retour est presque confondue avec la ligne d'aller. A ces températures élevées, les modifications permanentes paraissent moins sensibles que dans les cas précédemment étudiés.

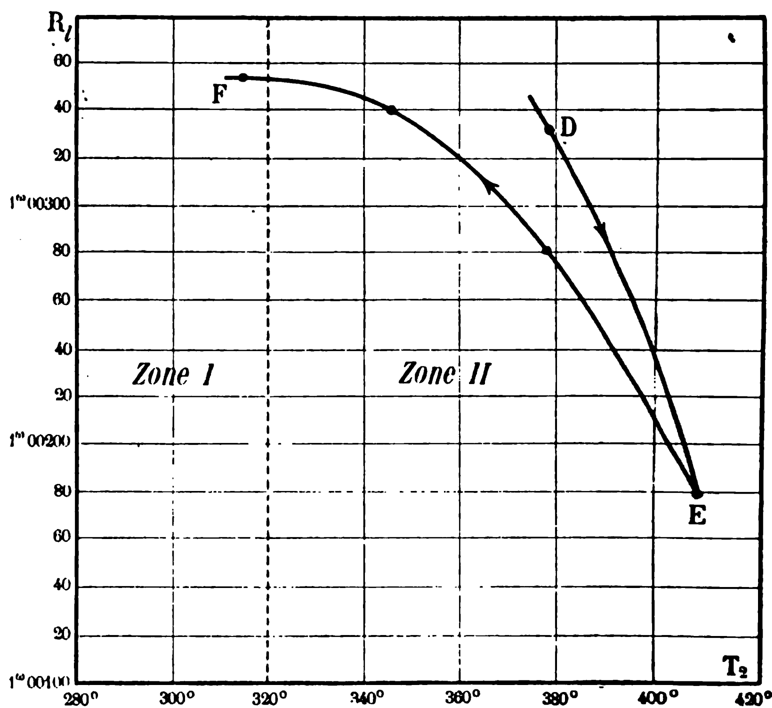


Fig. 14.

4° *Résumé des résultats obtenus dans le* § *IV.* — La figure 15 résume les résultats obtenus en effectuant des perturbations alternativement croissantes et décroissantes dans les zones I, II, III. L'examen des courbes qu'elle contient révèle, dans la zone I, l'existence de deux états particulièrement intéressants. Ils sont caractérisés tous deux par ce fait que les lignes de retour sont très sensiblement confondues avec les lignes d'aller et que ces lignes sont sensiblement parallèles à l'axe des T_2. La première de ces lignes, GJ, est relative au fil trempé; la seconde, HK, est relative au fil recuit.

Les limites des limites représentées par ces deux lignes sont sensiblement indépendantes des températures de perturbation T_1, à la condition que ces dernières ne dépassent pas 320°.

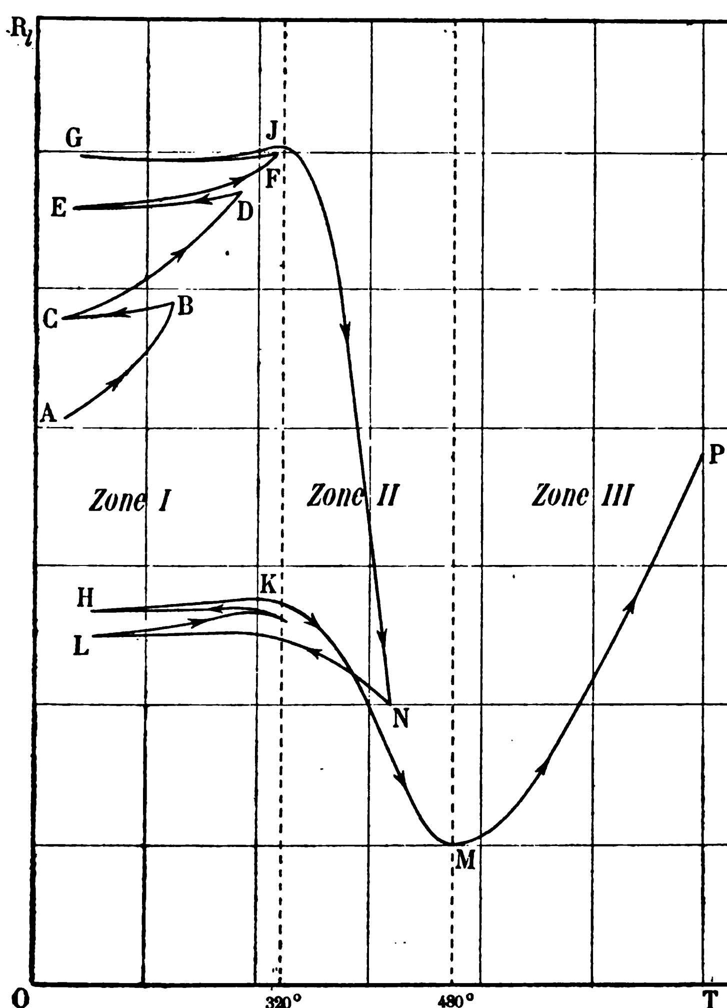


Fig. 15.

Comme nous le verrons ultérieurement, l'existence de ces deux états permanents présente un certain intérêt au point de vue des applications.

CHAPITRE IV

Du rôle des petites oscillations de température dans la production des modifications permanentes des corps solides.

—

§ I. — *Historique.*

Nous avons montré précédemment qu'un fil métallique chauffé à la température T_1 subissait une variation permanente de résistance électrique.

La physique nous donne plusieurs exemples de phénomènes analogues : l'éthérification d'un mélange d'acide et d'alcool chauffé à une température T_1 ; le déplacement du zéro d'un thermomètre maintenu à une température T_1 ; l'allongement d'un fil métallique soumis à l'action d'un poids tenseur P_1. Il est intéressant de se demander si cette variation n'est pas due en totalité ou en partie à l'accumulation d'un grand nombre de petites modifications permanentes.

Pour expliquer le mécanisme de l'éthérification[1] et plus généralement de tous les phénomènes chimiques qui se produisent au sein des systèmes homogènes, on admet que le système est doué d'une sorte de *viscosité* qui empêche la modification d'avoir lieu instantanément. Sous l'influence de la température T_1, la modification se produit peu à peu avec une *certaine vitesse* qui dépend de l'état du système et de la température T_1. Il en résulte que la modification doit se produire même si la température T_1 est rigoureusement fixe et que le temps $\mathfrak{T}$ pendant lequel le mélange est maintenu à T_1

---

[1] Berthelot et Péan de Saint-Gilles, *Ann. Chim. et Phys.*, t. LXVI (1862), p. 5, et t. LXVIII (1863), p. 225.

doit être considéré comme le seul facteur de la modification.

Pour expliquer le déplacement du zéro dans les thermomètres, plusieurs hypothèses sont possibles.

a) Hypothèse de la viscosité. — La modification permanente se produirait suivant la même loi que l'éthérification des alcools. La vitesse de la transformation dépendrait de l'état du système et de sa température T_1. La modification se poursuivrait régulièrement lorsqu'on maintiendrait le thermomètre à une température T_1 rigoureusement constante et on pourrait exprimer *la vitesse de transformation* par une formule en fonction du temps.

Cette hypothèse a été admise par M. Sydney Young(1).

b) Hypothèse de l'hystérèsis. — On peut supposer, au contraire, que la modification est due uniquement aux variations de la température T_1. Si on pouvait réaliser une température T_1 physiquement invariable, l'état du système resterait invariable, aucune modification ne se produirait. Mais toute variation de température, aussi petite soit-elle, produit une variation permanente du système. Les oscillations de température, en se répétant sans cesse, ajoutent leurs effets et accumulent les modifications permanentes du solide.

c) Hypothèse mixte. — On peut enfin admettre que les oscillations de température, sans être la cause unique du phénomène, jouent un rôle prépondérant dans la production de la modification permanente.

M. Brillouin (2) écrivait en 1888 : « Il me paraît probable que les phénomènes d'élasticité résiduelle, pour lesquels on a cru nécessaire jusqu'ici de faire intervenir le temps directement comme variable indépendante, peuvent, en grande partie, être expliqués par les déformations dues à la répétition quoti-

---

(1) Sydney Young, *Nature*, vol. XLI (1890), p. 152, 271, 488.
(2) Brillouin, *Journal de Physique*, 2e série, t. VII (1888), p. 347.

dienne de cycles très peu différents, dus aux variations diurnes des éléments météorologiques, principalement de la température. Tel serait le cas pour le déplacement du zéro des thermomètres.

M. Herbert Tomlinson (1) a émis une idée analogue.

Dans son travail sur les courbes de déformation des fils métalliques, M. Bouasse (2) admet que les trépidations et les ébranlements jouent un rôle dans les phénomènes de torsion.

Pour préciser le rôle des petites oscillations de température dans la production des variations permanentes de résistance électrique d'un fil métallique, le moyen le plus rigoureux consisterait à prendre deux fils métalliques identiques et à les maintenir, pendant un temps déterminé $\mathfrak{T}$, l'un à une température T_1 aussi invariable que possible, l'autre à une température que, par un déréglage systématique de l'appareil de chauffage, on ferait osciller continuellement entre T_1 et $T_1 - \varepsilon$; la comparaison des variations permanentes de résistance subies par les deux fils indiquerait quelle est l'influence des oscillations de température sur la marche du phénomène.

L'expérience est malheureusement bien difficile à réaliser; il est difficile de se procurer deux fils identiques, et il est encore plus difficile de les amener à un état qui soit le même et puisse servir de point de départ comparable. Il faudrait pour cela qu'on puisse leur communiquer à tous deux une trempe identique, ce qui exigerait une identité complète de composition, de section, de disposition relative des diverses spires; sans cela le même courant électrique ne chaufferait pas les deux fils exactement à la même température, et leur refroidissement ne se produirait pas avec la même rapidité.

On ne peut pas non plus utiliser une méthode analogue à celle qui a été employée par M. Lenoble (3) pour étudier

(1) Herbert Tomlinson, *Nature*, vol. XLI (1890), p. 198.
(2) Bouasse, *Annales de la Faculté des sciences de Toulouse*, t. II (1900), p. 45.
(3) Lenoble, *loc. cit.*, p. 25.

l'allongement des fils métalliques soumis à des charges constantes ou oscillantes.

M. Lenoble soumettait un fil à l'action d'une charge fixe P_1 pendant vingt minutes, et mesurait l'allongement du fil de minute en minute sans enlever la charge. Pendant vingt autres minutes il faisait ensuite osciller la charge entre P_1 et $P_1 - \varepsilon$ et mesurait de nouveau l'allongement du fil de minute en minute. En rapportant les chiffres trouvés sur une courbe obtenue en portant les temps en abscisses et les longueurs en ordonnées, on constatait que la seconde partie de la courbe était plus relevée que la première partie et ne se raccordait pas avec elle.

Dans nos expériences, nous n'avons pas pu utiliser une méthode analogue à celle de M. Lenoble à cause de l'impossibilité où nous nous trouvions de *suivre le phénomène* à la température même où il se produit. Pour faire une mesure de résistance, nous devions faire cesser l'action de la chaleur et ramener le fil à la température du laboratoire.

Pour tourner la difficulté, M. Duhem (1) a indiqué une méthode très simple, qu'on peut appeler *méthode indirecte*, et qui consiste à faire subir à un même fil une série de chauffes de même durée $\mathfrak{T}$ et alternativement fixes et oscillantes, les chauffes d'ordre impair, par exemple, étant effectuées à une température fixe T_1, les chauffes d'ordre pair étant effectuées à une température oscillant entre T_1 et $T_1 - \varepsilon$.

D'après l'hypothèse de la viscosité, la modification permanente a lieu avec une certaine vitesse, qui dépend de l'état du système et de la température T_1, et qui est caractérisée par les deux propriétés suivantes :

a) Toutes choses égales d'ailleurs, la vitesse de transformation est d'autant plus petite que le système est plus rapproché de la limite qu'il doit atteindre. Il en résulte qu'à température

---

(1) Duhem, *Procès-verbaux Soc. Sc. phys. et nat. de Bordeaux,* 4 mars 1897, p. 45.

constante, la vitesse de transformation diminue à mesure que le système se transforme.

b) Toutes choses égales d'ailleurs, la vitesse de transformation augmente rapidement à mesure que la température T_1 s'élève.

L'application de la méthode indirecte va nous permettre de voir si l'hypothèse de la viscosité est admissible ou non dans le cas que nous étudions.

Plaçons-nous *dans les conditions où le même état du fil est plus loin de la limite pour la température* T_1 *que pour la température* $T_1 - \varepsilon$; ces conditions sont réalisées lorsqu'on est au-dessous de la limite, et que la limite s'élève avec la température; elles sont encore réalisées lorsqu'on est au-dessus de la limite, et que la limite s'abaisse lorsque la température s'élève.

Dans ces conditions, si les variations permanentes de la résistance du fil rentrent dans la catégorie des *modifications à vitesse*, chaque chauffe fixe à T_1 doit donner lieu à une modification plus grande que la chauffe oscillante entre T_1 et $T_1 - \varepsilon$ qui la précède immédiatement.

Si, au contraire, une chauffe fixe à T_1 donne lieu à une modification permanente plus petite que la chauffe oscillante entre T_1 et $T_1 - \varepsilon$, qui la précède immédiatement, il en résulte que l'hypothèse de la viscosité n'est pas applicable au phénomène que nous étudions.

Si on se place *dans les conditions où la limite est sensiblement indépendante de la température*, le raisonnement précédent est encore applicable.

La méthode indirecte a été employée par M. Marchis (1) dans son travail sur les modifications permanentes du verre.

Les résultats obtenus par M. Marchis infirment l'hypothèse de la viscosité.

En opérant sur des thermomètres neufs, M. Marchis a quel-

(1) Marchis, *loc. cit.*, p. 79, 84.

quefois obtenu des séries de résultats dans lesquels les premiers nombres semblaient assigner un rôle prépondérant aux chauffes fixes; après un petit nombre d'opérations, le phénomène changeait de sens, il y avait *inversion*, et l'effet des chauffes oscillantes devenait plus efficace que celui des chauffes fixes.

La théorie des déformations permanentes (1) rend parfaitement compte de cette inversion.

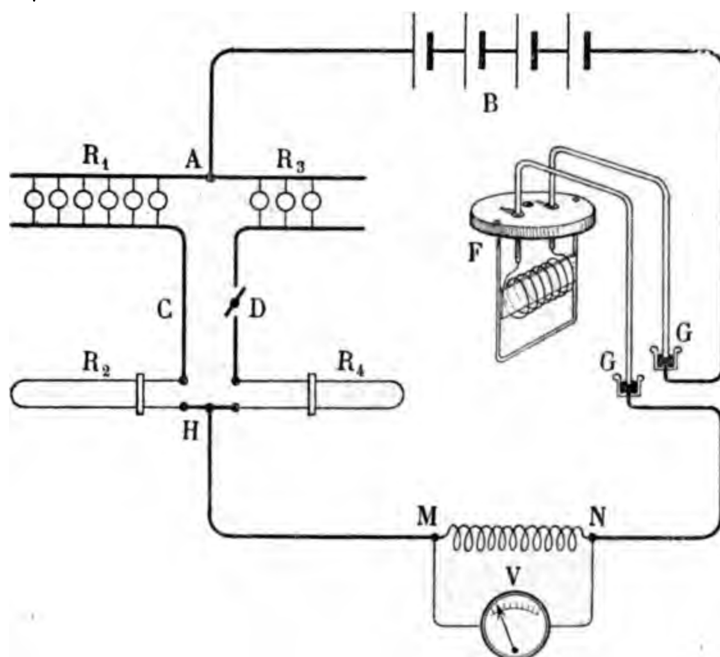


Fig. 16.

§ II. — *Utilisation de la méthode indirecte.*

Pour utiliser la méthode indirecte, nous avons réalisé le montage suivant (*fig.* 16) : entre deux points A et H du cir-

(1) Duhem, *loc. cit.*, p. 49.

cuit général contenant la batterie d'accumulateurs B et le fil d'alliage F nous avons disposé deux dérivations ACH et ADH.

La dérivation ACH contenait un rhéostat à lampes à incandescence R_1 et un rhéostat à curseur R_2 ; on réglait ces rhéostats de telle sorte qu'ils laissassent passer le courant nécessaire pour porter le fil F à la température $T_1 - \varepsilon$.

La dérivation ADH contenait un rhéostat à lampes R_3, un rhéostat à curseur R_4 et l'interrupteur rotatif D. Les rhéostats R_3 et R_4 étaient réglés de telle sorte que le fil fût chauffé à T_1 lorsque le courant de la batterie passait en même temps dans les deux circuits dérivés. L'interruption en D du courant dérivé ADH abaissait la température du fil de T_1 à $T_1 - \varepsilon$.

La mise en mouvement automatique de l'interrupteur D produisait alors à intervalles de temps régulièrement espacés des oscillations de température entre T_1 et $T_1 - \varepsilon$.

Pour opérer à température fixe T_1 il suffisait de maintenir fermé l'interrupteur D pendant toute la durée $\mathfrak{T}$ de l'expérience.

1° *Choix de la température* T_1. — La forme particulière de la courbe des limites des limites exige que l'on choisisse avec soin la température T_1 à laquelle on veut opérer; sans cela d'importantes objections pourraient être formulées contre les résultats obtenus.

Supposons en effet qu'on opère avec un fil ayant atteint la limite des limites relative à la température de perturbation $T_2 = 400°$; le point figuratif de l'état de ce fil est représenté en A_{400} sur la courbe des limites des limites (*fig.* 17).

Portons maintenant ce fil alternativement à la température fixe $T_1 = 370°$ et à une température oscillant entre $T_1 = 370°$ et $T_1 - \varepsilon = 340°$, les échauffements à température fixe auront pour effet de faire tendre le point figuratif de l'état du système vers le point B_{370}, tandis que les échauffements à température oscillante feront tendre ce point figuratif vers le point B'_{340}. De plus, la figure montre que, dans la zone considérée, le point B'_{340} est plus élevé que le point B_{370}.

Il est facile de voir que cette série d'expériences ne peut rien indiquer de probant contre l'hypothèse de la viscosité, même si les chauffes oscillantes donnent lieu à de plus grandes variations permanentes de résistance que les chauffes fixes.

En effet, toutes choses égales d'ailleurs, le point de départ A_{400} est beaucoup plus éloigné du point B'_{340} correspondant à la

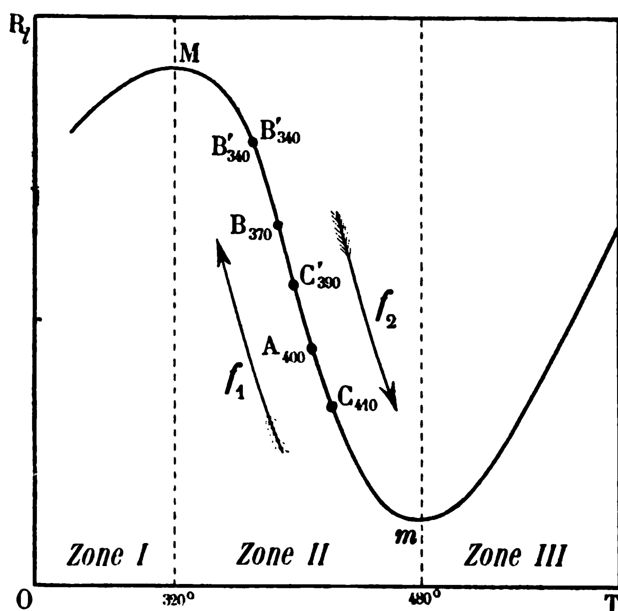


Fig. 17.

limite relative à $T_1 - \varepsilon$ que du point B_{370} correspondant à la limite relative à la température T_1 ; selon la théorie de la viscosité, les échauffements à $T_1 - \varepsilon$ devraient donc donner une vitesse de transformation plus grande que les échauffements à T_1, en sorte que l'on peut aussi bien expliquer, dans ce cas, l'effet prépondérant des chauffes oscillantes sur les chauffes fixes en admettant l'hypothèse de la viscosité ou l'hypothèse de l'hystérèsis.

Les résultats de cette expérience ne peuvent donc pas être concluants.

Voici les chiffres relatifs à une série de mesures effectuées aux températures que nous venons d'indiquer.

TABLEAU n° 11. — Fil n° 5.

Point de départ. Le fil avait atteint la limite des limites relative à la température de perturbation $T_2 = 400$.

Sa résistance à 12° était $R = 1^{\omega},00514$.

On avait de plus $T_1 = 370°$

$T_1 - \varepsilon = 340°$.

Chaque chauffe a duré une minute.

VALEUR DE R APRÈS CHAQUE CHAUFFE FIXE	VALEUR DE R APRÈS CHAQUE CHAUFFE OSCILLANTE
$\overset{\omega}{1},00539$	$\overset{\omega}{1},00548$
1,00558	1,00567
1,00572	1,00576
1,00577	1,00581
1,00581	1,00583
1,00583	1,00585

On en déduit le tableau suivant :

AUGMENTATION DE R APRÈS CHAQUE CHAUFFE FIXE	AUGMENTATION DE R APRÈS CHAQUE CHAUFFE OSCILLANTE
$\overset{\omega}{0},00025$	$\overset{\omega}{0},00009$
0,00010	0,00009
0,00005	0,00004
0,00001	0,00004
0,00000	0,00002
0,00000	0,00002

Les résultats obtenus s'accordent aussi bien avec l'hypothèse de la viscosité qu'avec l'hypothèse de l'hystérèsis.

Opérons maintenant en sens contraire, partons de la limite atteinte à la fin de la précédente série d'expériences, limite qui diffère peu de la limite des limites relative à 340° et effectuons alternativement des chauffes fixes à $T_1 = 410°$ et des chauffes oscillant entre $T_1 = 410°$ et $T_1 - \varepsilon = 390°$.

Au début de la série d'expériences, le point figuratif de l'état du système était le point B'_{340} (*fig.* 17); la limite relative à la température T_1 est représentée par le point C_{410}; la limite relative à $T_1 - \varepsilon$ est représentée par le point C'_{390}.

Pour un même état du fil, lorsque partant du point B'_{340} on chauffe le fil à $T_1 - \varepsilon$, on est plus près de la limite que lorsqu'on chauffe le fil à T_1; les effets d'hystérèsis doivent donc être moins sensibles et il se peut alors que les petites oscillations inévitables qui se produisent pendant la chauffe *dite fixe* à la température T_1 suffisent à elles seules à masquer l'effet des oscillations entre T_1 et $T_1 - \varepsilon$; par conséquent, les chauffes *dites fixes* à T_1 peuvent donner des effets plus marqués que les chauffes *dites oscillantes*. On pourra alors obtenir des résultats qui sembleront confirmer la théorie de la viscosité et qui cependant ne pourront être probants contre l'hypothèse contraire. C'est ce qui arrive.

Voici les chiffres obtenus dans une série d'expériences.

TABLEAU n° 12. — Fil n° 5.

Point de départ. Le fil était peu éloigné de la limite des limites relative à la température de perturbation $T_2 = 340°$. Sa résistance à 12° était $R_{12} = 1^{\omega},00585$.

$T_1 = 410°$

$T_1 - \varepsilon = 390°$.

Chaque chauffe a duré 1 minute et la durée complète d'une oscillation de température était égale à 10 secondes.

VALEUR DE LA RÉSISTANCE après chaque chauffe fixe.	VALEUR DE LA RÉSISTANCE après chaque chauffe oscillante.
$1^{\omega},00495$	
	$1^{\omega},00486$
1,00456	
	1,00455
1,00441	

On en déduit le tableau suivant :

DIMINUTION DE LA RÉSISTANCE après chaque chauffe fixe	DIMINUTION DE LA RÉSISTANCE après chaque chauffe oscillante.
ω 0,00090	
	ω 0,00009
0,00030	
	0,00001
0,00014	

Ce tableau indique que les chauffes à température fixe sont plus efficaces que les chauffes à température oscillante. Ce résultat est certain, mais il résulte de la discussion précédente qu'il ne prouve rien en faveur de l'hypothèse de la viscosité ; il n'est pas contradictoire avec l'hypothèse de l'hystérèsis.

Il importe donc, pour que les résultats obtenus aient une valeur indiscutable, de se placer dans les conditions où la valeur de la limite des limites soit sensiblement indépendante de la température T_1.

Pour réaliser ces conditions, les expériences doivent être faites dans la zone qui est voisine du maximum M ou dans celle qui est voisine du minimum *m* de la courbe des limites des limites.

2° *Expériences faites au voisinage du maximum* M. — Les trois séries d'expériences relatées ci-après ont été effectuées au voisinage du maximum M qui correspond à la température de 320°. Les températures de chauffe étaient :

$$T_1 = 320^\circ$$
$$T_1 - \varepsilon = 305^\circ$$

Dans chacune d'elles la durée d'une oscillation complète de température était égale à 20 secondes.

Le fil employé (fil n° 5) était trempé.

Dans le tableau n° 13, l'état initial du fil est voisin du point A (*fig.* 15), c'est-à-dire est très éloigné de la ligne

limite GJ; dans le tableau n° 14, qui fait suite au n° 13, la résistance a notablement augmenté; dans le tableau n° 15, qui fait suite au n° 14, l'état du fil est très voisin de la ligne limite GJ, aussi les variations permanentes de la résistance du fil deviennent-elles de plus en plus petites.

Voici les résultats obtenus dans ces trois séries :

TABLEAU n° 13. — Fil n° 5.

Point de départ. Le fil a été chauffé plusieurs fois à la température de 600° ce qui a eu pour effet de le tremper. Sa résistance à 10° est :

$$R_{10} = 1^{\omega},00495.$$

Chaque chauffe a duré 5 minutes.

VALEUR DE LA RÉSISTANCE après chaque chauffe fixe.	VALEUR DE LA RÉSISTANCE après chaque chauffe oscillante.
$1^{\omega},00505$	$1^{\omega},00523$
1,00532	1,00449
1,00561	1,00577
1,00587	1,00601
1,00606	1,00617
1,00624	1,00636
1,00641	1,00650
1,00651	1,00663
1,00666	1,00675
1,00678	1,00683

On en déduit le tableau suivant :

AUGMENTATION DE LA RÉSISTANCE après chaque chauffe fixe.	AUGMENTATION DE LA RÉSISTANCE après chaque chauffe oscillante.
ω 0,00010	
0,00009	ω 0,00018
0,00012	0,00017
0,00010	0,00016
0,00005	0,00014
0,00007	0,00011
0,00005	0,00012
0,00001	0,00009
0,00003	0,00012
0,00003	0,00009
	0,00005

TABLEAU n° 14. — Fil n° 5.

Point de départ. Le fil a été porté plusieurs fois de suite à 220°. Sa **résistance** à 12° est $R_{12} = 1,00711$.

Chaque chauffe a duré 2 minutes.

VALEUR DE LA RÉSISTANCE après chaque chauffe fixe.	VALEUR DE LA RÉSISTANCE après chaque chauffe oscillante.
ω 1,00719	
1,00737	ω 1,00733
1,00747	1,00746
1,00757	1,00755
1,00765	1,00763
1,00770	1,00769
	1,00772

On en déduit le tableau suivant :

AUGMENTATION DE LA RÉSISTANCE après chaque chauffe fixe.	AUGMENTATION DE LA RÉSISTANCE après chaque chauffe oscillante.
ω 0,00008	ω 0,00014
0,00004	0,00009
0,00001	0,00008
0,00002	0,00006
0,00001	0,00004
0,00002	0,00002
0,00001	

Dans le tableau suivant on voit apparaître le phénomène de l'inversion.

TABLEAU n° 15. — Fil n° 5.

Point de départ. Le fil a été chauffé plusieurs fois à 250°. Sa résistance à 12° est R_{12} = 1,00780. Chaque chauffe a duré 10 minutes.

VALEUR DE LA RÉSISTANCE après chaque chauffe fixe.	VALEUR DE LA RÉSISTANCE après chaque chauffe oscillante.
ω 1,00797	ω 1,00812
1,00820	1,00831
1,00836	1,00843
1,00844	1,00847

On en déduit le tableau suivant :

AUGMENTATION DE LA RÉSISTANCE après chaque chauffe fixe.	AUGMENTATION DE LA RÉSISTANCE après chaque chauffe oscillante.
ω 0,00017	
0,00008	ω 0,00015
0,00005	0,00011
0,00001	0,00007
	0,00003

Ces résultats sont à l'abri des critiques, contre lesquelles nous nous sommes garanti en opérant à la température correspondant au maximum M; ils montrent l'action prépondérante des températures oscillantes. Chaque chauffe oscillante donne, en effet, une plus grande augmentation permanente de résistance que la chauffe fixe qui la précède.

3° *Expériences faites au voisinage du minimum m.* — Plusieurs séries d'expériences ont été faites au voisinage du minimum *m*, qui correspond à la température de 480°.

Dans les deux séries de résultats rapportées ci-dessous, les températures de chauffe étaient :

$$T_1 = 490^\circ$$
$$T_1 - \varepsilon = 470^\circ$$

Chaque expérience durait une minute, et dans les séries oscillantes chaque oscillation complète de température durait 10 secondes.

Le tableau n° 16 fait suite au tableau n° 15; il est relatif à un fil partiellement recuit.

TABLEAU n° 16. — Fil n° 5.

Point de départ. Le fil a été porté plusieurs fois à la température de 440°. Sa résistance à 12° est $R_{12} = 1^{\omega},00363$.

VALEUR DE LA RÉSISTANCE après chaque chauffe fixe.	VALEUR DE LA RÉSISTANCE après chaque chauffe oscillante.
$1^{\omega},00323$	
1,00257	$1^{\omega},00290$
1,00219	1,00231
1,00174	1,00185
1,00139	1,00148
1,00109	1,00117
1,00091	1,00093
	1,00084

On en déduit le tableau suivant :

DIMINUTION DE LA RÉSISTANCE après chaque chauffe fixe.	DIMINUTION DE LA RÉSISTANCE après chaque chauffe oscillante.
$0^{\omega},00040$	
0,00033	$0^{\omega},00033$
0,00012	0,00026
0,00011	0,00034
0,00009	0,00026
0,00008	0,00022
0,00002	0,00016
	0,00007

TABLEAU n° 17. — Fil n° 5.

Point de départ. Le fil a été chauffé plusieurs fois à la température de 600°. Sa résistance à 12° est $R_{12} = 1,00538$.

VALEUR DE LA RÉSISTANCE après chaque chauffe fixe	VALEUR DE LA RÉSISTANCE après chaque chauffe oscillante
ω 1,00396	
1,00320	ω 1,00345
1,00249	1,00268
1,00220	1,00233
1,00177	1,00186
1,00141	1,00150
1,00113	1,00123
1,00077	1,00085
1,00048	1,00054
1,00022	1,00028
	1,00009

On en déduit le tableau suivant :

DIMINUTION DE LA RÉSISTANCE après chaque chauffe fixe.	DIMINUTION DE LA RÉSISTANCE après chaque chauffe oscillante.
ω 0,00142	
0,00025	ω 0,00051
0,00019	0,00052
0,00013	0,00016 [1]
0,00009	0,00034
0,00009	0,00027
0,00010	0,00018
0,00008	0,00028
0,00006	0,00023
0,00006	0,00020
	0,00013

[1] Ce chiffre, certainement inexact, provient très probablement d'une erreur d'expérience ou de lecture.

En comparant les chiffres qui figurent dans les cinq tableaux précédents nos 13, 14, 15, 16 et 17, on voit que les chauffes oscillantes ont un rôle plus efficace que les chauffes fixes.

Il en résulte qu'on peut considérer les petites oscillations de température comme ayant une importance prépondérante dans la production des variations graduelles et en apparence spontanées de la résistance du fil d'alliage considéré.

Toutefois, ces expériences ne prouvent pas que les oscillations de température soient seules efficaces et qu'un échauffement à une température physiquement constante ne puisse produire aucune modification permanente de l'état du corps solide.

CHAPITRE V

Application à la construction des étalons métalliques de résistance électrique et des voltmètres à dilatation.

---

§ I. — *Étalons de résistance électrique.*

L'alliage platine-argent serait précieux pour la construction des étalons de résistance à cause de son inoxydabilité et de son faible coefficient de température.

Malgré ces avantages, on l'a complètement abandonné pour cet usage à cause des grandes modifications permanentes qu'il subit avec le temps.

D'après ce qui a été dit au chapitre précédent, il n'est pas douteux que ces modifications, en apparence spontanées, sont dues en très grande partie aux oscillations de la température constamment variable de l'atmosphère ambiante. Sous l'influence de ces oscillations fréquemment répétées, la résistance du fil se rapproche de plus en plus d'une limite qui n'est ordinairement atteinte qu'au bout de plusieurs années.

Il nous semble qu'il est possible d'amener très rapidement le fil dans un état tel que les variations de température ne produisent plus sur lui de variations permanentes appréciables de sa résistance.

Il suffit pour cela d'amener le fil à un des deux états définis à la fin du chapitre III. Nous prendrons de préférence un fil recuit, parce que, toutes choses égales d'ailleurs, les modifications permanentes subies par un fil recuit sont toujours inférieures à celles que subit un fil trempé soumis à la même variation de température.

On commence par porter le fil à la température du rouge

vif, afin de faire disparaître toute trace de l'écrouissage résultant du passage à la filière.

Par une série d'échauffements à des températures de moins en moins élevées, on amène le fil dans la zone I du fil très recuit.

En chauffant un certain nombre de fois le fil à des températures alternativement croissantes et décroissantes ne dépassant pas 320°, on amènera sa résistance à être représentée par un point de la ligne HK (voir *fig.* 15).

Dans cet état, l'échauffement du fil à des températures inférieures à 320° ne fait subir au fil que des variations permanentes de résistance sensiblement nulles.

Les constructeurs de boîtes de résistances savent parfaitement que la résistance de leurs bobines se modifie avec le temps. Pour activer les modifications subies par le fil et amener le métal à un état permanent, ils soumettent les fils à un *vieillissement artificiel* (1), qui consiste à recuire le fil des bobines, après leur enroulement; pour cela on les maintient pendant vingt-quatre heures dans une étuve chauffée à 200°.

Les fils les plus ordinairement employés sont en maillechort ou en manganin.

Cette opération est très probablement insuffisante pour permettre au fil d'atteindre l'état défini par la ligne HK. Aussi les boîtes de résistances livrées aux industriels continuent-elles, ordinairement pendant plusieurs années, à subir, avec le temps, des variations permanentes de résistance. Il est probable que cet inconvénient disparaîtrait, ou tout au moins serait très atténué, si on suivait la méthode rationnelle que nous venons d'indiquer.

§ II. — *Voltmètres à dilatation.*

Dans les voltmètres à dilatation, on applique aux extrémités d'un fil d'alliage platine-argent la différence de potentiel à

(1) Aliamet, *Bulletin de la Soc. Int. des Électriciens*, t. XVII (1900), p. 339.

mesurer. Il en résulte la production d'un courant électrique qui chauffe le fil à une température T_1 et le dilate. Le fil, en s'allongeant, met en mouvement une petite poulie sur laquelle est calée l'aiguille qui se déplace sur le cadran de l'appareil.

Dès que le courant cesse de passer, le fil se refroidit et reprend son ancienne longueur, ce qui ramène l'aiguille au zéro de la graduation.

Or, l'échauffement du fil à T_1 produit, en général, une variation permanente de la résistance du fil; il en résulte que, lorsque dans une mesure ultérieure, on applique la même différence de potentiel aux bornes du fil, l'intensité du courant qui s'établit le long de ce fil ne prend pas la même valeur que dans la première expérience; on n'a alors ni la même élévation de température, ni la même dilatation du fil; les indications du voltmètre sont faussées.

Il existe un moyen d'éviter ce grave inconvénient. Il consiste à amener le fil métallique dans un état tel que les variations de température qu'il subit soient impuissantes à modifier d'une façon permanente sa résistance électrique.

Il ne faut pas songer à recuire le fil; il deviendrait mou et s'allongerait sous l'action du ressort qui maintient constamment le fil tendu.

On doit donc se servir d'un fil trempé. On commence par le chauffer au rouge vif, pour faire disparaître toute trace d'écrouissage, puis on le refroidit rapidement.

En chauffant le fil à des températures alternativement croissantes et décroissantes ne dépassant pas 320°, on amène l'état du fil à être représenté par la ligne GJ (voir *fig.* 15) située tout entière dans la zone I.

A partir du moment où le fil est dans cet état, il ne subit plus de variation permanente de résistance par échauffement, à la condition toutefois de ne pas être porté à une température supérieure à 320°.

Il suffit donc de calculer les dimensions du fil, de telle sorte que le passage du courant ne puisse pas le chauffer à une température supérieure à 320°.

Les constructeurs de voltmètres à dilatation connaissent ces propriétés et les utilisent empiriquement depuis déjà longtemps.

Nous avons eu sous les yeux des courbes d'études (1) relatives aux voltmètres Cardew; les limites de la graduation correspondaient à des températures maxima d'environ 320° à 330°.

La maison Hartmann et Braun de Francfort (2) calcule les fils de ses voltmètres de telle sorte que l'échauffement ne puisse pas dépasser 275°.

Ainsi se trouve justifiée et expliquée une règle qui pouvait paraître d'autant plus empirique que les modifications permanentes subies par des fils portés à des températures comprises entre 100° et 300° ne sont pas toujours négligeables et peuvent même être très grandes si on se place dans certaines conditions différentes de celles que nous venons d'indiquer.

---

(1) *Centralblatt für Elektrotechnik,* XII Band, n° 17 (1899), p. 208.

(2) Renseignements extraits d'une lettre qui nous a été adressée par la maison Hartmann et Braun.

CONCLUSION

Toutes nos expériences ont été effectuées avec des fils d'alliage platine-argent, et il serait intéressant au point de vue théorique et au point de vue des applications de reprendre la même étude en opérant sur d'autres métaux et alliages industriels, le platine, le platine iridié et rhodié, le cuivre, le maillechort, le constantan, le manganin, et d'évaluer la grandeur des modifications permanentes de résistance électrique qu'ils peuvent subir avec les variations de température.

La plupart de ces corps étant oxydables il faudrait les chauffer à l'abri de l'air, dans une atmosphère d'acide carbonique, par exemple, d'où résulte une nouvelle difficulté d'expérimentation.

Voici les principales conclusions de notre travail :

a) Lorsqu'on fait osciller la température d'un fil métallique entre T_0 et T_1, la résistance de ce fil, mesurée à T_0, n'atteint pas immédiatement sa *valeur limite* R; elle s'en rapproche de plus en plus à mesure qu'on augmente le nombre des oscillations de température.

Ce fait est analogue à celui que l'on observe, lorsqu'on fait subir à un barreau d'acier des alternatives d'aimantation et de désaimantation, lorsqu'on soumet un morceau de verre à des alternatives d'échauffement et de refroidissement, lorsqu'on fait varier entre deux valeurs P_0 et P_1 la charge que supporte un fil métallique.

La limite R est lentement atteinte, parce que le fil subit à chaque alternative d'échauffement et de refroidissement une modification permanente qui devient de plus en plus petite.

b) Nous avons constaté, de plus, que la limite R n'était pas unique et absolue et qu'après une perturbation à la température T_2 supérieure à T_1, la résistance du fil soumis aux mêmes oscillations de température entre T_0 et T_1 se rapprochait de plus en plus d'une nouvelle limite R′ différente de R. En effectuant plusieurs perturbations à T_2, les limites successives R, R′ tendent vers une limite R_l qu'on peut appeler *limite des limites* relative aux perturbations à T_2 et aux oscillations entre T_0 et T_1.

L'existence et le déplacement de la limite montrent la complexité [1] du phénomène. Ces résultats sont analogues à ceux qui ont été obtenus par M. Marchis dans l'étude de la dilatation du verre, et par M. Lenoble dans l'étude de la traction des fils métalliques.

c) Nous avons indiqué la manière dont varie la limite des limites R_l avec la température de perturbation T_2.

Nous avons montré que ces variations de la limite des limites ne se produisent pas toujours dans le même sens, et nous avons déterminé les zones dans lesquelles la variation était une augmentation de résistance et celles dans lesquelles la variation était une diminution.

d) Nous avons étudié le rôle joué par les petites oscillations de température dans la production des modifications permanentes et nous avons montré que ce rôle est des plus importants.

L'examen de la forme des courbes de déplacement de la limite des limites avec la température nous a permis de discuter complètement les conditions de production du phénomène et de nous mettre à l'abri de toute objection.

Nous ne prétendons pas conclure de nos expériences que les oscillations de température interviennent seules pour produire

---

[1] Si on admet la théorie de l'hystérèsis proposée par M. Duhem, il résulte de ces expériences que la résistance du fil à une température déterminée T_0 n'est pas définie par la valeur d'une seule variable; il y en a au moins deux, peut-être davantage.

les modifications permanentes du fil; nos recherches prouvent seulement que le séjour pendant un temps déterminé à une température qui subit de petites variations est beaucoup plus efficace qu'un séjour de même durée à une température fixe.

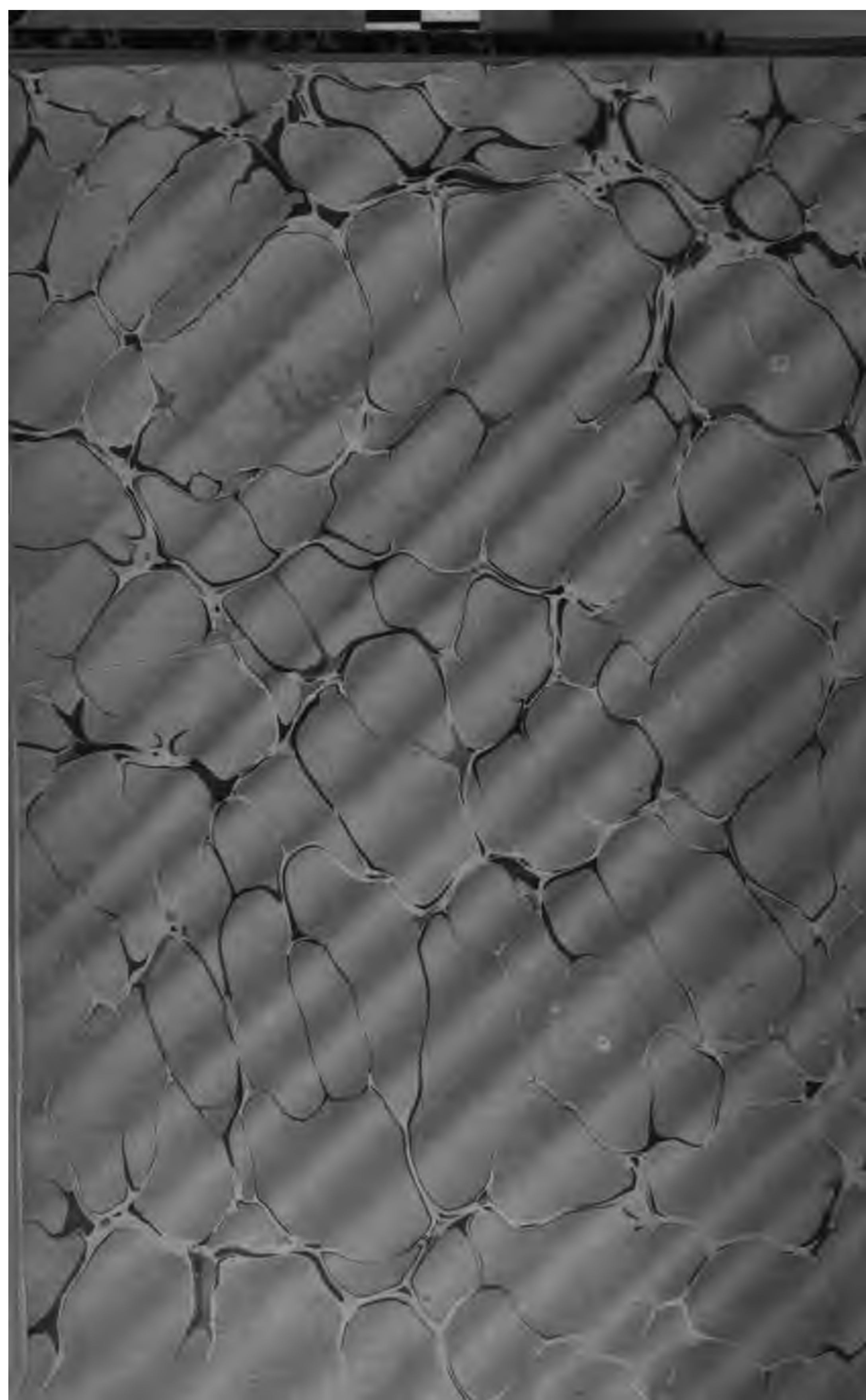
e) Enfin les résultats obtenus nous ont semblé être susceptibles d'applications industrielles.

Nous avons déduit de l'expérience l'existence de deux moyens d'amener un fil dans un état où les variations de la température ne produisent plus sur lui que des modifications permanentes insensibles, pourvu que ces variations de température n'excèdent pas certaines limites.

On peut utiliser ces résultats pour la construction des appareils (étalons de résistance, voltmètres à dilatation) qui ne doivent pas subir avec le temps ou avec les variations de température de variations permanentes de résistance électrique.

TABLE DES MATIÈRES

Bordeaux. — Imp. G. Gounouilhou, rue Guiraude, 9.




UNIVERSITY OF MICHIGAN
3 9015 03540 8205

